XA
.T75

Vol. 18
1882/83

THE NEW YORK BOTANICAL GARDEN
PRO SCIENTIA POPULIQUE SALUTE
1891

LIBRARY

506.9451
T84

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVIII, DISP. 1ª (*Novembre-Dicembre* 1882)

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze.

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

DAGLI ACCADEMICI SEGRETARI

DELLE DUE CLASSI

VOLUME DECIMOTTAVO

1882-83

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

LIBRARY
NEW YORK
BOTANICAL
GARDEN

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze.

1882

XH
.T75
Vol.18
1882/83

PROPRIETÀ LETTERARIA

STAMPERIA REALE
della Ditta G. B. Paravia e Comp.
di I. Vigliardi.

ELENCO DEGLI ACCADEMICI

RESIDENTI, NAZIONALI NON RESIDENTI, STRANIERI E CORRISPONDENTI

al 1° Gennaio 1883

LIBRARY
NEW YORK
BOTANICAL
GARDEN

PRESIDENTE

Ricotti (Ercole), Senatore del Regno, Maggiore nel R. Esercito, Professore emerito della R. Università di Torino, Presidente della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, Gr. Uffiz. ❋, Gr. Cord. ⊖, Cav. e Cons. ✠, ✪.

VICE-PRESIDENTE

Richelmy (Prospero), Professore emerito di Meccanica applicata nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Comm. ❋ e ⊖.

TESORIERE

. . . . . .

VICE-TESORIERE

Manno (Barone D. Antonio), Membro e Segretario della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia Patria, ❋ e Comm. ⊖.

AUG 7 - 1923 Library Bot. Garden

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Direttore

Delponte (Giovanni Battista), Dottore in Medicina e in Chirurgia, Professore Onorario di Botanica nella R. Università, Socio della R. Accademia di Agricoltura, Uffiz. ❋, e Comm. ⊖.

Segretario Perpetuo

Sobrero (Ascanio), Dottore in Medicina ed in Chirurgia, Professore emerito di Chimica docimastica nella Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, Membro del Collegio di Scienze fisiche e matematiche, Presidente della Reale Accademia di Agricoltura, Comm. ❋, ✠, Uffiz. ⊖.

Accademici residenti

Sobrero (Ascanio), *predetto.*

Richelmy (Prospero), *predetto.*

Delponte (Giovanni Battista), *predetto.*

Genocchi (Angelo), Professore di Analisi infinitesimale nella R. Università, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ❋, Uffiz. ⊖; ✠.

Lessona (Michele), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore e Direttore de' Musei di Zoologia, Anatomia e Fisiologia comparata della R. Università, Socio delle RR. Accademie di Agricoltura e di Medicina di Torino, Uffiz. ❋, e Comm. ⊖.

Dorna (Alessandro), Professore d'Astronomia nella R. Università, di Meccanica razionale nella R. Militare Accademia, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, Direttore del R. Osservatorio astronomico di Torino, ✻, Uffiz. ⊜.

Salvadori (Conte Tommaso), Dottore in Medicina e Chirurgia, Vice-Direttore del Museo Zoologico della R. Università di Torino, Professore di Storia naturale nel R. Liceo *Cavour* di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, della Società Italiana di Scienze Naturali, dell'Accademia Gioenia di Catania, Membro corrispondente della Società Zoologica di Londra, dell'Accademia delle Scienze di Nuova-York, della Società dei Naturalisti in Modena, della Società Reale delle Scienze di Liegi, della Real Società delle Scienze Naturali delle Indie Neerlandesi, e della *British Ornithological Union*, e Socio Straniero onorario del *Nuttall Ornithological Club*, e Membro onorario della Società Ornitologica di Vienna, ⊜.

Cossa (Alfonso), Dottore in Medicina, Professore di Chimica minerale presso il R. Museo Industriale Italiano, e di Chimica docimastica nella R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri in Torino, Socio della R. Accademia dei Lincei, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio dell'Accademia Gioenia di Catania, della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, e dell'Istituto d'Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Uffiz. ✻, Comm. ⊜, e dell'O. d'I. Catt. di Sp.

Bruno (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Professore di Geometria descrittiva nella R. Università, ✻.

Berruti (Giacinto), Direttore del R. Museo Industriale Italiano, e dell'Officina governativa delle Carte-Valori, Uffiz. ✻, e Comm. ⊜, dell'O. di Francesco Gius. d'Austria, della L. d'O. di Francia, e della Repubblica di S. Marino.

Curioni (Giovanni), Professore di Costruzioni e Vice-Direttore della R. Scuola d'Applicazione degli Ingegneri, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Lucca, Socio corrispondente della R. Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo, ❋, e Comm. ⊖.

Siacci (Francesco), Capitano nell'Arma d'Artiglieria, Professore di Meccanica Superiore nella R. Università, e di Matematiche applicate nella Scuola d'Applicazione delle Armi di Artiglieria e Genio, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio corrispondente della R. Accademia dei Lincei e del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ❋, Uffiz. ⊖.

Bellardi (Luigi), Conservatore delle collezioni paleontologiche presso il Museo di Geologia della R. Università degli studi, Prof. di Storia naturale al Liceo *Gioberti*, Uffiz. ❋. Cav. ⊖, e dell'O. di Cristo del Portogallo, Membro di varii Istituti scientifici, ecc.

Basso (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche e matematiche, Prof. di Fisica matematica nella R. Università, ⊖.

D'Ovidio (Dott. Enrico), Professore ordinario d'Algebra e Geometria analitica, incaricato di Geometria superiore, e Rettore della Regia Università di Torino, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Napoli, Socio corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Socio dell'Accademia Pontaniana, ecc., ❋, Uffiz. ⊖.

Bizzozero (Giulio), Professore e Direttore del Laboratorio di Patologia generale nella R. Università di Torino, Socio delle RR. Accademie di Medicina e di Agricoltura di Torino, Socio corrispondente del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ecc., ❋, ⊖.

Ferraris (Galileo), Ingegnere, Dottore aggregato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Agricoltura di Torino, Profes-

sore di Fisica tecnica nel R. Museo Industriale Italiano, e di Fisica nella R. Scuola di Guerra, ⊖.

Naccari (Andrea), Dottore in Matematica, Socio corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Torino, ⊖.

Mosso (Angelo), Dottore in Medicina e Chirurgia, Professore di Fisiologia nella R. Università di Torino, Socio della R. Accademia de' Lincei, della R. Accademia di Medicina di Torino, e Socio Corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, ❋, ⊖.

Accademici Nazionali non residenti

S. E. Ménabrèa (Conte Luigi Federigo), Marchese di Val Dora, Senatore del Regno, Professore emerito di Costruzioni nella Regia Università di Torino, Dottore in Diritto civile nella R. Università di Oxford, Luogotenente Generale, Ambasciatore di S. M. a Parigi, Primo Aiutante di campo Generale Onorario di S. M., Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della Reale Accademia dei Lincei, Membro Onorario del Regio Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, ecc.; C. O. S. SS. N., Gr. Cord. e Cons. ❋, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cr. ✠, ⊖, dec. della Med. d'oro al Valor Militare, Gr. Cr. dell'O. Supr. del Serafino di Svezia, dell'O. di Sant'Alessandro Newski di Russia, di Dannebrog di Danim., Gr. Cr. dell'O. di Torre e Spada di Portogallo, dell'O. del Leone Neerlandese, di Leop. del Belg. (Categ. Militare), della Probità di Sassonia, della Corona di Wurtemberg, e di Carlo III di Sp., Gr. Cr. dell'O. di S. Stefano d'Ungheria, dell'O. di Leopoldo d'Austria, di quelli della Fedeltà e del Leone di Zöhringen di Baden, Gr. Cr. dell'Ord. del Salvatore di Grecia, G. Cr. dell'Ordine di S. Marino, Gr. Cr. degli Ordini del Nisham *Ahid* e del Nisham *Iftigar* di Tunisi, Comm. dell'Ordine della Leg. d'On. di Francia, di Cristo di Portogallo, del Merito di Sassonia, ecc., ecc.

Sella (Quintino), Membro del Cons. delle Miniere, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Mineralogia), Presidente della R. Accademia dei Lincei, Gr. Cord. ✻ e ⊖, Cav. e Cons. ⊕, Gr. Cord. degli O. di S. Anna di R., di Leop. d'A., dell'Aquila Rossa di Prussia, di Carlo III di Spagna, della Concez. di Port., del Mejidié di Turchia, e di S. Marino.

Brioschi (Francesco), Senatore del Regno, Prof. d'Idraulica, e Direttore del R. Istituto tecnico superiore di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Geometria), e delle Reali Accademie delle Scienze di Berlino, di Gottinga, ecc., Socio della R. Accademia dei Lincei, delle Società matematiche di Londra e di Parigi, del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della Reale Accademia delle Scienze di Napoli, dell'Accademia delle Scienze di Bologna, ecc., Gr. Uffiz. ✻, ⊖; ⊕, Comm. dell'O di Cr. di Port.

Govi (Gilberto), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di Napoli, Membro del Comitato internazionale dei Pesi e delle Misure, Socio della R. Accademia dei Lincei, della R. Accademia delle Scienze e dell'Accademia Pontaniana di Napoli, della R. Accademia d'Agricoltura di Torino, Uffiz. ✻; ⊕, Comm. ⊖, e della L. d'O. di Francia.

Moleschott (Jacopo), Senatore del Regno, Professore di Fisiologia nella R. Università di Roma, Professore Onorario della Facoltà Medico-Chirurgica della R. Università di Torino, Socio della R. Accademia di Medicina di Torino, Socio corrispondente delle Società per le Scienze mediche e naturali a Hoorn, Utrecht, Amsterdam, Batavia, Magonza, Lipsia, Cherbourg, degli Istituti di Milano, Modena, Venezia, Bologna, delle Accademie Medico-Chirurgiche in Ferrara e Perugia, Socio Onorario della *Medicorum Societas Bohemicorum* a Praga, della *Société médicale allemande* a Parigi, della Società dei naturalisti in Modena, dell'Accademia Fisio-medico-statistica di Milano, della *Patho-*

logical Society di S. Louis, della *Sociedad antropolojica Española* a Madrid, della Rubiconia Accademia dei Filopatidi di Savignano di Romagna, Socio dell'Accademia Veterinaria Italiana, del Comitato Medico-Veterinario Toscano, della *Société Royale des Sciences Médicales et Naturelles de Bruxelles*, Socio Straniero della Società Olandese delle Scienze a Harlem, Socio fondatore della Società Italiana d'Antropologia e di Etnologia in Firenze, Membro ordinario dell'Accademia Medica di Roma, Comm. ❋ e ⊖.

Cannizzaro (Stanislao), Senatore del Regno, Professore di Chimica generale nella R. Università di Roma, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ❋, Uffiz. ⊖; ✠.

Betti (Enrico), Professore di Fisica matematica nella R. Università di Pisa, Direttore della Scuola normale superiore, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ⊖; ✠.

Scacchi (Arcangelo), Senatore del Regno, Professore di Mineralogia nella R. Università di Napoli, Presidente della Società Italiana delle Scienze detta dei XL, Presidente del Reale Istituto di Incoraggiamento alle Scienze naturali di Napoli, Segretario della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli, Socio della R. Accademia dei Lincei, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ⊖; ✠.

Ballada di S. Robert (Conte Paolo), Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio della R. Accademia dei Lincei.

Schiaparelli (Giovanni), Direttore del R. Osservatorio astronomico di Milano, Uno dei XL della Società Italiana delle Scienze, Socio del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia Reale di Napoli e dell'Istituto di Bologna, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Astronomia), delle Accademie di Monaco, di Vienna, di Berlino, di Pietroborgo, di Stockolma, di Upsala, della Società de' Naturalisti di Mosca, e della Società astronomica di Londra, Comm. ❋; ✠, ⊖, Comm. dell'O. di S. Stanislao di Russia.

Accademici Stranieri

Dumas (Giovanni Battista), Segretario Perpetuo dell'Accademia delle Scienze dell'Istituto di Francia, Gr. Cr. della L. d' O. di Francia.

Helmholtz (Ermanno Luigi Ferdinando), Professore nella Università di Heidelberg, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Fisica generale).

Dana (Giacomo), Professore di Storia naturale a New Haven, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia.

Hofmann (Guglielmo Augusto), Prof. di Chimica, Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, della Società Reale di Londra, Corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Chimica).

Chevreul (Michele Eugenio), Membro dell'Istituto di Francia, Gr. Cr. della L. d'O. di Francia.

Hermite (Carlo), Membro dell'Istituto di Francia, Uffiz. della L. d'O. di Francia.

Joule (James) Prescott, della Società Reale di Londra.

Weierstrass (Carlo), Professore di Matematica nell'Università di Berlino.

Thomson (Guglielmo), dell'Istituto di Francia, Professore di Filosofia naturale nell' Università di Glasgow.

Gegenbaur (Carlo), della R. Accademia Bavarese delle Scienze, Professore di Anatomia nell' Università di Heidelberg.

CORRISPONDENTI

SEZIONE

DI MATEMATICA PURA E ASTRONOMIA

GAUTIER (Giovanni Alfredo), Professore d'Astronomia . . . . . *Ginevra*

PLANTAMOUR (Emilio), Professore d'Astronomia *Ginevra*

DE GASPARIS (Annibale), Professore d'Astronomia nella R. Università di . . . . . *Napoli*

TARDY (Placido), Professore di Calcolo infinitesimale nella R. Università di . . . . . *Genova*

BONCOMPAGNI (D. Baldassare), dei Principi di Piombino . . . . . *Roma*

CREMONA (Luigi), Professore di Matematiche superiori nella R. Università di . . . . . *Roma*

CANTOR (Maurizio), Professore di Matematica nell'Università di . . . . . *Heidelberg*

SCHWARZ (Ermanno A.), Professore di Matematica nell'Università di . . . . . *Gottinga*

KLEIN (Felice), Professore di Matematica nell'Università di . . . . . *Lipsia*

FERGOLA (Emanuele), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . . *Napoli*

BELTRAMI (Eugenio), Professore di Fisica matematica e di Meccanica superiore nella R. Università di . . . . . *Pavia*

CASORATI (Felice), Professore di Calcolo infinitesimale e di Analisi superiore nella R. Università di *Pavia*

DINI (Ulisse), Professore di Analisi superiore nella R. Università di . . . . . *Pisa*

SEZIONE

DI MATEMATICA APPLICATA

E SCIENZA DELL'INGEGNERE CIVILE E MILITARE

COLLADON (Daniele), Professore di Meccanica . *Ginevra*

LIAGRE (J. B.), Segretario Perpetuo della R. Accademia delle Scienze del Belgio; alla Scuola militare, *à la Cambre* . . . . . *Ixelles* (Bruxelles)

TURAZZA (Domenico), Professore di Meccanica razionale nella R. Università di . . . . . *Padova*

NARDUCCI (Enrico), Bibliotecario della Biblioteca Alessandrina di . . . . . *Roma*

PISATI (Giuseppe), Professore di Fisica tecnica nella Scuola d'Applicazione per gl'Ingegneri in . . *Roma*

SANG (Edoardo), Socio e Segretario della Società di Scienze ed Arti di . . . . . *Edimborgo*

CLAUSIUS (Rodolfo), Professore nell'Università di *Bonn*

CASTIGLIANO (Alberto), Ingegnere, Capo Sezione presso la Società delle Strade Ferrate A. I. . *Milano*

SEZIONE

DI FISICA GENERALE E SPERIMENTALE

WEBER (Guglielmo), della Società Reale delle Scienze di . . . . . *Gottinga*

SABINE (Edoardo), della Società Reale di . *Londra*

FECHNER (Gustavo Teodoro) . . . . . *Lipsia*

BLASERNA (Pietro), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Roma*

KOHLRAUSCH (Federico), Professore nell'Università di . . . . . *Würtzburg*

JAMIN (Giulio Celestino), dell'Istituto di Francia *Parigi*

CORNU (Maria Alfredo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

FELICI (Riccardo), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Pisa*

ROSSETTI (Francesco), Professore di Fisica sperimentale nella R. Università di . . . . . *Padova*

VILLARI (Emilio), Professore nella R. Università di . . . . . *Bologna*

ROITI (Antonio), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento di *Firenze*

SEZIONE

DI CHIMICA GENERALE ED APPLICATA

BONJEAN (Giuseppe) . . . . . *Chambéry*

PLANTAMOUR (Filippo), Professore di Chimica . *Ginevra*

WILL (Enrico), Professore di Chimica . . . *Giessen*

BUNSEN (Roberto Guglielmo), Professore di Chimica . . . . . *Heidelberg*

MARIGNAC (Giovanni Carlo), Professore di Chimica *Ginevra*

PÉLIGOT (Eugenio Melchiorre), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

WURTZ (Adolfo), dell'Istituto di Francia . . *Parigi*

BERTHELOT (Marcellino), dell'Istituto di Francia *Parigi*

PATERNÒ (Emanuele), Professore di Chimica nella R. Università di . . . . . *Palermo*

KÖRNER (Guglielmo), Professore di Chimica organica nella R. Scuola superiore d'Agricoltura in *Milano*

FRIEDEL (Carlo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

FRESENIUS (Carlo Remigio), Professore a . *Wiesbaden*

SEZIONE

DI MINERALOGIA, GEOLOGIA E PALEONTOLOGIA

MENEGHINI (Giuseppe), Professore di Geologia, ecc. nella R. Università di . . . . . *Pisa*

STUDER (Bernardo), Professore di Geologia . *Berna*

DE KONINK (Lorenzo Guglielmo) . . . . *Liegi*

DE ZIGNO (Achille), Uno dei XL della Società italiana delle Scienze . . . . . *Padova*

FAVRE (Alfonso), Professore di Geologia . . *Ginevra*

KOKSCHAROW (Nicola DI), dell'Accademia Imperiale delle Scienze di . . . . . *Pietroborgo*

RAMSAY (Andrea), della Società Reale di . . *Londra*

STRÜVER (Giovanni), Professore di Mineralogia nella R. Università di . . . . . *Roma*

ROSENBUSCH (Enrico), Professore di Petrografia nell'Università di . . . . . *Strasborgo*

NORDENSKIÖLD (Adolfo Enrico), della R. Accademia delle Scienze di . . . . . *Stoccolma*

DAUBRÉE (Gabriele Augusto), dell'Istituto di Francia, Direttore della Scuola Nazionale delle Miniere *a* . . . . . *Parigi*

ZIRKEL (Ferdinando), Professore di Petrografia *a* . . . . . *Lipsia*

DES CLOIZEAUX (Alfredo Luigi Oliviero LEGRAND), dell'Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

CAPELLINI (Giovanni), Professore nella R. Università di . . . . . *Bologna*

STOPPANI (Antonio), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*

SEZIONE

DI BOTANICA E FISIOLOGIA VEGETALE

CESATI (Vincenzo), Professore di Botanica e Direttore dell'Orto Botanico della R. Università di . *Napoli*

TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (Conte Vittore), Corrispondente del R. Istituto Lombardo . . . . *Milano*

CANDOLLE (Alfonso DE), Professore di Botanica. *Ginevra*

BOISSIER (Pietro Ed.), Botanico, della Società di Fisica e di Storia naturale di . . . . . *Ginevra*

GENNARI (Patrizio), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . . *Cagliari*

TULASNE (Luigi Renato), dell'Istituto di Francia *Parigi*

CARUEL (Teodoro), Professore di Botanica nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

GIBELLI (Giuseppe), Professore di Botanica nella R. Università di . . . . . *Bologna*

ARDISSONE (Francesco), Professore di Botanica nella R. Scuola Superiore d'Agricoltura in . . . *Milano*

SEZIONE

DI ZOOLOGIA, ANATOMIA E FISIOLOGIA COMPARATA

FRANCESCHI (Giovanni), Professore nella R. Università di . . . . . *Bologna*

RÜPPEL (Edoardo), Segretario della Società Senckenbergiana di Scienze naturali in . . *Francoforte s/M.*

DE SELYS LONGCHAMPS (Edmondo) . . *Liegi*

BURMEISTER (Ermanno), Direttore del Museo pubblico di . . . . . *Buenos Aires*

PHILIPPI (Rodolfo Armando) . . . . *Santiago* (Chilì)

SCHLEGEL (Ermanno), Direttore del Museo di *Leida*

DE CIGALLA (Conte Giuseppe), Protomedico onorario, nell' isola di . . . . . *Santorino*

OWEN (Riccardo), Direttore delle Collezioni di Storia naturale al *British Muséum* . . *Londra*

KOELLIKER (Alberto), Professore di Anatomia e Fisiologia . . . . . *Würtzburg*

DE-SIEBOLD (Carlo Teodoro), Professore di Zoologia e Anatomia comparata nell'Università di . . . . . *Monaco* (Baviera)

STANNIUS (Armando) . . . . . *Rostock*

MILNE EDWARDS (Henri), dell' Istituto di Francia . . . . . *Parigi*

ERCOLANI (G. B.), Direttore della Scuola di Veterinaria, e Professore di Patologia generale e speciale ed Anatomia patologica nella Scuola medesima . . . . . *Bologna*

GOLGI (Camillo), Professore di Istologia, ecc. nella R. Università di . . . . *Pavia*

HAECKEL (Ernesto), Professore nell' Università di . . . . . *Jena*

CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE

Direttore

FABRETTI (Ariodante), Professore di Archeologia greco-romana nella Regia Università, Direttore del Museo di Antichità, Socio corrispondente dell' Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio della Reale Accademia dei Lincei, Membro corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, dell'Accademia di Archeologia, Letteratura e Belle Arti di Napoli, della R. Accademia della Crusca, dell'Accademia Lucchese di Scienze, Lettere ed Arti, e dell' Istituto di Corrispondenza archeologica, Professore Onorario dell' Università di Perugia, Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Uffiz. ✠, Comm. ⊕; ✠, Cav. della Leg. d'O. di Francia, e C. O. R. del Brasile.

Segretario Perpetuo

GORRESIO (Gaspare), Senatore del Regno, Prefetto della Biblioteca Nazionale, già Professore di Letteratura orientale nella R. Università di Torino, Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio ordinario della R. Accademia de' Lincei, Socio della Reale Accademia di Scienze e Lettere di Palermo, della R. Accademia della Crusca, ecc., Membro Onorario della Reale Società Asiatica di Londra, Vice-

Presidente della Società di Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ❋, Gr. Uffiz. ⊖; ✠. dell'O. di Guadal. del Mess., e dell'O. della Rosa del Brasile, Uffiz. della L. d'O. di Francia, ecc.

Accademici residenti

Ricotti (Ercolè), *predetto.*

Gorresio (Gaspare), *predetto.*

Fabretti (Ariodante), *predetto.*

Peyron (Bernardino), Professore di Lettere, Bibliotecario Onorario della Biblioteca Nazionale di Torino, Comm. ❋.

Vallauri (Tommaso), Senatore del Regno, Professore di Letteratura latina nella R. Università, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca, del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, e dell'Accademia Romana di Archeologia, Comm. ❋, Cav. dell'Ordine di S. Gregorio Magno.

Flechia (Giovanni), Professore di Storia comparata delle lingue classiche e neolatine e di Sanscrito nella R. Università, Socio della R. Accademia dei Lincei, Uffiz. ❋, Comm. ⊖; ✠.

Claretta (Barone Gaudenzio), Dottore in Leggi, Socio e Segretario della R. Deputazione sovra gli studi di Storia Patria, Membro della Società di Archeologia e Belle Arti e della Giunta conservatrice dei monumenti d'Antichità e Belle Arti per la Provincia di Torino, Comm. ❋ e ⊖.

Bianchi (Nicomede), Senatore del Regno, Soprantendente degli Archivi Piemontesi, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria delle antiche Provincie e della Lombardia, Membro corrispondente delle Deputazioni di Storia patria delle Provincie Modenesi, delle Provincie della Toscana, dell'Umbria e delle Marche, Membro Onorario della Società storica Svizzera, della R. Accademia Palermitana di Scienze e Lettere, della Società Ligure di Storia patria, della R. Accademia Petrarca di Scienze,

Lettere ed Arti in Arezzo, dell'Accademia Urbinate di Scienze, Lettere ed Arti, del R. Ateneo di Bergamo, e della Regia Accademia Paloritana di Messina, Gr. Uffiz. ❋, Comm. ⊖, e Gr. Uffiz. dell'O. di S. Mar.

Promis (Vincenzo), Dottore in Leggi, Bibliotecario e Conservatore del Medagliere di S. M., Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Membro e Segretario della Società d'Archeologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Ispettore degli scavi e monumenti d'antichità in Torino, ❋, Uffiz. ⊖, Gr. Uffiz. dell'O. di Francesco Giuseppe d'Austria.

Rossi (Francesco), Adiutore al Museo d'Antichità, Professore d'Egittologia nella R. Università, Membro ordinario dell'Accademia orientale di Firenze, ⊖.

Manno (Barone D. Antonio), *predetto.*

Bollati Barone di Saint-Pierre (Federigo Emanuele), Dottore in Leggi, Direttore dell'Archivio di Stato, detto Camerale, Consigliere d'Amministrazione nel R. Economato generale delle antiche Provincie, Membro della R. Deputazione sopra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, Socio Corrispondente della Società Ligure di Storia Patria, della Società Colombaria Fiorentina, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie della Romagna, e della Società per la Storia di Sicilia, Uffiz. ❋, ⊖.

Schiaparelli (Luigi), Dottore aggregato, Professore di Storia antica, e Preside della Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, ❋, Comm. ⊖.

Pezzi (Domenico), Dottore aggregato e Professore straordinario nella Facoltà di Lettere e Filosofia della R. Università di Torino, ⊖.

Ferrero (Ermanno), Dottore in Giurisprudenza, Dottore aggregato alla Facoltà di Lettere e Filosofia nella R. Università di Torino, Professore di Storia militare nell'Accademia Militare, Membro della Regia Deputazione sovra gli studi di Storia patria per le antiche Provincie e la Lombardia, e della Società d'Ar-

cheologia e Belle Arti per la Provincia di Torino, Membro corrispondente della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie di Romagna, e dell'Imp. Instituto Archeologico Germanico, ⊖.

Carle (Giuseppe), Dottore aggregato alla Facoltà di Leggi, Professore della Filosofia del Diritto nella R. Università di Torino, Comm. ⊖.

Nani (Cesare), Dottore aggregato alla Facoltà di Giurisprudenza, Professore di Storia del Diritto nella R. Università di Torino, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, ⊖.

Barco (Giambattista), Dottore in Lettere ed in Filosofia, Preside del R. Liceo *G. B. Beccaria* in Mondovì.

Accademici Nazionali non residenti

Carutti di Cantogno (Barone Domenico), Consigliere di Stato, Membro della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria, Socio e Segretario della R. Accademia dei Lincei, Socio Straniero della R. Accademia delle Scienze Neerlandese, Socio corrispondente della R. Accademia delle Scienze di Monaco in Baviera, della R. Accademia Lucchese, della Pontaniana di Napoli, Socio onorario dell'Ateneo di Scienze, Lettere ed Arti di Bergamo, ecc., Membro del Consiglio degli Archivi, Gr. Uffiz. ✻, Comm. ⊖, Cav. e Cons. ✠, Gr. Cord. dell'O. del Leone Neerlandese e dell'O. d'Is. la Catt. di Sp. e di S. Mar., Gr. Uffiz. dell'O. di Leop. del B., dell'O. del Sole e del Leone di Persia, e del Mejidié di 2ª cl. di Turchia, Gr. Comm. dell'Ord. del Salv. di Gr., ecc.

Amari (Michele), Senatore del Regno, Professore emerito dell'Università di Palermo e del R. Istituto di studi superiori di Firenze; Dottore in Filosofia e Lettere dell'Università di Leida e di Tubinga; Socio della Reale Accademia dei Lincei in Roma, delle RR. Accademie delle Scienze in Monaco di Baviera e in Copenhagen; Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Socio corrispondente dell'Accademia delle Scienze in Palermo, della Crusca, dell'Istituto Veneto, della

Società Colombaria in Firenze, della R. Accademia d'Archeologia in Napoli, dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Lucca e in Modena, della R. Deputazione di Storia patria per le Provincie Parmensi, di quella per le Provincie Toscane, dell'Umbria e delle Marche, delle Accademie Imperiali di Pietroborgo e di Vienna; Socio Onorario della R. Società Asiatica di Londra, delle Accademie di Padova e di Gottinga; Presidente Onorario della Società Siciliana di Storia patria e Socio Onorario della Ligure, della Veneta e della Società storica di Utrecht; Gr. Uffiz. ❋, e Gr. Croce ⊖, Cav. e Cons. ✠.

Reymond (Gian Giacomo), già Professore di Economia politica nella R. Università, ❋.

Ricci (Marchese Matteo), Uffiz. ❋, *a Firenze.*

Minervini (Giulio), Bibliotecario e Professore Onorario della Regia Università di Napoli, Segretario generale Perpetuo dell'Accademia Pontaniana, Socio Ordinario della Società R. di Napoli, Socio della R. Accademia dei Lincei, Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), della R. Accademia delle Scienze di Berlino, ecc., Uffiz. ❋, e Comm. ⊖, Cav. della L. d'O. di Francia, dell'Aquila Rossa di Prussia, di S. Michele del Merito di Baviera, ecc.

De Rossi (Comm. Giovanni Battista), Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), e della R. Accademia delle Scienze di Berlino e di altre Accademie, Presidente della Pontificia Accademia Romana d'Archeologia.

Canonico (Tancredi), Senatore del Regno, Professore, Consigliere della Corte di Cassazione di Roma e del Consiglio del Contenzioso diplomatico, Uffiz. ❋, e Comm. ⊖.

Cantù (Cesare), Membro effettivo del R. Istituto Lombardo, Soprantendente degli Archivi Lombardi, Socio dell'Accademia della Crusca, della R. Accademia dei Lincei, dell'Accademia di Madrid, Corrispondente dell'Istituto di Francia e d'altri, Gr. Uffiz. ❋ e Comm. ⊖, Cav. e Cons. ✠, Comm. dell'O. di C. di Port., Gr.

Uffiz. dell'O. della Guadalupa, ecc., Officiale della Pubblica Istruzione e della L. d'O. di Francia, ecc.

Tosti (D. Luigi), Abate Benedittino Cassinese, Socio Ordinario della Società Reale delle Scienze di Napoli.

Berti (Domenico), Ministro d'Agricoltura, Industria e Commercio, Deputato al Parlamento nazionale, Professore emerito della R. Università di Roma e di Bologna, Socio della R. Accademia dei Lincei, Socio corrispondente della R. Accademia della Crusca e del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Gr. Uffiz. ❋, Gr. Cord. ⊖; ✠.

Accademici Stranieri

Mommsen (Teodoro), Professore di Archeologia nella Regia Università e Membro della R. Accademia delle Scienze di Berlino, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Müller (Massimiliano), Professore di Letteratura straniera nell'Università di Oxford, Socio Straniero dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Mignet (Francesco Augusto Alessio), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia Francese) e Segretario Perpetuo dell'Accademia delle Scienze morali e politiche, Gr. Uffiz. della L. d'O. di Francia.

Renier (Leone), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Uffiz. della L. d'O. di Francia.

Egger (Emilio), Professore alla Facoltà di Lettere di Parigi, Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere), Uffiz. della L. d'O. di Francia.

Bancroft (Giorgio), Corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche).

De Witte (Barone Giovanni Giuseppe Antonio Maria), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere).

Gregorovius (Ferdinando), Membro della R. Accademia Bavarese delle Scienze in Monaco.

Ranke (Leopoldo), Membro *Straniero* dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze morali e politiche), della R. Accademia delle Scienze di Berlino.

CORRISPONDENTI

Franceschi-Ferrucci (Catterina), Corrispondente della R. Accademia della Crusca . . . *Pisa*

Silorata (Pietro Bernabò), Prof., Comm. . *Roma*

Witte (Carlo), Professore nell'Università di . *Halle*

Michel (Francesco) . . . . . *Bordeaux*

Negri (Barone Cristoforo), Console generale di I^a Classe, Consultore legale del Ministero per gli affari esteri . . . . . *Torino*

Reumont (Alfredo Di), Corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti . . . . *Borcette* presso Acquisgrana

Poli (Baldassarre), Socio del Reale Istituto Lombardo . . . . . *Milano*

Kröne (Giulio) . . . . . *Vienna*

Sanguinetti (Abate Angelo), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . *Genova*

Giuliani (P. Giambattista), Professore nel R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . . . . . *Firenze*

Champollion-Figeac (Amato) . . . . . *Parigi*

Laboulaye (Edoardo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Henzen (Guglielmo) . . . . . *Roma*

Boissieu (Alfonso De) . . . . . *Lione*

Wieseler (Federico) . . . . . *Gottinga*

Adriani (P. Giambattista), della R. Deputazione sovra gli studi di Storia patria . . . . . *Cherasco*

Daguet (Alessandro) . . . . . *Neuchâtel* (Svizzera)

LEPSIUS (Riccardo), della R. Accademia delle Scienze di . . . . . *Berlino*
PERRENS (Francesco) . . . . . *Parigi*
REGNIER (Adolfo), dell'Istituto di Francia . *Parigi*
ODORICI (Federico), Prefetto della Biblioteca nazionale di . . . . . *Milano*
CAMPORI (Marchese Giuseppe) . . . . . *Modena*
HAULLEVILLE (Prospero DE) . . . . . *Brusselle*
KREHL (Ludolfo) . . . . . *Dresda*
LINATI (Conte Filippo) . . . . . *Parma*
JOURDAIN (Carlo) dell'Istituto di Francia . *Parigi*
RENAN (Ernesto), dell'Istituto di Francia . *Parigi*
RENDU (Eugenio) . . . . . *Parigi*
PALMA DI CESNOLA (Conte Luigi) . . . . *New-York*
SOURINDRO MOHUN TAGORE . . . . . *Calcutta*
COMPARETTI (Domenico), Professore nell'Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento in . *Firenze*
VILLARI (Pasquale) id. id. . *Firenze*
GIESEBRECHT (Guglielmo), dell'Accademia Bavarese delle Scienze in . . . . . *Monaco*
VANNUCCI (Atto), Senatore del Regno, Socio della R. Accademia de' Lincei . . . . . *Firenze*
DE LEVA (Giuseppe), Professore di Storia moderna nella R. Università di . . . . . *Padova*
GOZZADINI (Giovanni), Senatore del Regno . *Bologna*
RAWLINSON (Giorgio), Prof. nella Università di . *Oxford*
SYBEL (Enrico Carlo Ludolfo DI), Direttore dell'Archivio di Stato in . . . . . *Berlino*
GACHARD (Luigi Prospero), Socio della R. Accademia delle Scienze del Belgio . . . . . *Brusselle*
GARRUCCI (P. Raffaele), della C. d. G. . . *Roma*
FIORELLI (Giuseppe), Senatore del Regno . *Roma*
ASCOLI (Isaia Graziadio), Professore nella R. Accademia scientifico-letteraria di . . . . . *Milano*

Bruzza (P. Luigi), Barnabita . . . . *Roma*

Curtius (Ernesto), Professore nell'Università di *Berlino*

Birch (Samuele), Conservatore delle Antichità orientali, ecc., e delle Collezioni etnografiche del *Museo Britannico* in . . . . . *Londra*

Weber (Alberto), Professore nell'Università di *Berlino*

Withney (Guglielmo), Prof. nel Collegio *Yale*. *New Haven*

Mamiani (Terenzio), Senatore del Regno . . *Roma*

Lampertico (Fedele), Senatore del Regno . *Padova*

Serafini (Filippo), Professore di Diritto romano nella R. Università di . . . . . *Pisa*

Wallon (Alessandro), Segretario perpetuo dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) . . . . . *Parigi*

Taine (Ippolito), dell'Istituto di Francia . *Parigi*

Bonatelli (Francesco), Professore di Filosofia teoretica nella R. Università di . . . . . *Padova*

Riant (Conte Paolo), dell'Istituto di Francia *Parigi*

Curtius (Giorgio), Professore di Filologia greca nell'Università di . . . . . *Lipsia*

MUTAZIONI

avvenute nel Corpo Accademico
dal 1° *Gennaio* 1882 *al* 1° *Gennaio* 1883

ELEZIONI

Nani (Cesare), eletto il dì 8 Gennaio 1882 a *Socio Nazionale residente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

Barco (Giambattista), id. id. id.

Bonatelli (Francesco), eletto il 5 Febbraio 1882 a *Corrispondente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

Riant (Conte Paolo), id. id. id.

Curtius (Giorgio), id. id. id.

Clausius (Rodolfo), eletto il 12 Marzo 1882 a *Corrispondente* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

Castigliano (Alberto), id. id. id.

Villari (Emilio), id. id. id.

Roiti (Antonio), id. id. id.

Friedel (Carlo), id. id. id.

Fresenius (Carlo Remigio), id. id. id.

Capellini (Giovanni), id. id. id.

Stoppani (Antonio), id. id. id.

Thomson (Guglielmo), eletto il 31 dicembre 1882 a *Socio Straniero* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

Gegenbaur (Carlo), id. id. id.

MORTI.

11 Gennaio 1882.

Longpérier (Enrico Adriano Prevost De), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere) *Socio Straniero* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

14 Gennaio 1882.

Schwan (Teodoro), Professore di Fisiologia nell'Università di Liegi, Socio corrispondente dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Medicina e Chirurgia), *Socio Straniero* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

24 Gennaio 1882

Siotto-Pintor (Giovanni), Nobile Cagliaritano, Senatore del Regno, Presidente Onorario di Corte di Cassazione, Gr. Uffiz. ✻, Comm. ⊖, *Socio Nazionale residente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

8 Febbraio 1882.

Decaisne (Giuseppe), Membro dell'Istituto di Francia (Accademia delle Scienze, Sezione di Botanica), *Corrispondente* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

18 Marzo 1882.

Garovaglio (Santo), Professore di Botanica e Direttore del Laboratorio crittogamico e dell'Orto Botanico della R. Università di Pavia, *Corrispondente* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

20 Aprile 1882.

Darwin (Carlo), Membro della Società Reale di Londra, *Socio Straniero* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

8 Giugno 1882.

Cornalia (Emilio), Direttore del Museo civico e Professore di Zoologia applicata nella R. Scuola Superiore di Agronomia di Milano, ecc., *Socio Nazionale non residente* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

23 Settembre 1882.

Wöhler (Federico), Professore all'Università di Gottinga, Socio Straniero dell'Istituto di Francia, *Corrispondente* della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

4 Ottobre 1882.

Betti (Salvatore), Segretario Perpetuo dell'Accademia Romana di S. Luca, *Corrispondente* della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Novembre - Dicembre

1882.

CLASSE

DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 19 Novembre 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Comm. Prof. Alfonso Cossa legge il seguente scritto del sig. Cav. Giuseppe Gibelli, Prof. di Botanica nella R. Università di Bologna, Corrispondente dell'Accademia:

J. DECAISNE

COMMEMORAZIONE.

Il giorno 8 Febbraio di quest'anno è morto J. Decaisne, uno dei più illustri botanici della prima metà di questo secolo. Nella scienza egli può essere considerato come un largo anello di congiunzione tra la scuola descrittiva e sistematica, colla quale si affermò la Botanica scientifica nel primo quarto di questo secolo, e la scuola anatomico-morfologica, che ne è la splendida continuazione. Egli sta tra Mirbel e Adriano de Jussieu, suoi maestri, e Duchartre, Van Tiegem, Naudin e Thuret suoi scolari.

J. Decaisne imprese di buon'ora la lotta per l'esistenza, armato di una volontà ferrea, di grande resistenza al lavoro, e di una intelligenza assai comprensiva. Una volta iniziato agli elementi della scienza, come un fantaccino che ha nella sua giberna il bastone di maresciallo, si elevò nella sua carriera a passi lenti ma sicuri fino a conquistarne il supremo grado.

Entrò di 17 anni nel 1824 nel *Jardin des Plantes* quale semplice giardiniere, e cominciò coll'aiutare nelle esperienze di coltivazioni il celebre Mirbel; il quale trovatolo osservatore acuto e diligentissimo lo prepose alla Direzione del semenzaio.

Negli umili suoi ufficii apprese rapidamente moltissime cognizioni pratiche di giardinaggio e di frutticultura, che poi ebbero molta influenza sopra la scelta e l'indirizzo degli argomenti de' suoi studî.

Come era anche disegnatore fino ed esatto, così stette qualche tempo in forse per abbandonare la modesta sua posizione e dedicarsi all'arte, ma Adriano de Jussieu, riconosciute in lui riunite le più preziose doti per un eccellente naturalista, lo aggregò come aiuto alla cattedra di botanica rurale nel 1833, decidendo così per sempre del suo avvenire.

In questo modo egli potè a poco a poco corroborare le dottrine scientifiche, che andava apprendendo, coll'empirismo consumato del coltivatore e colle delicate manualità dell'artista: felice connubio di qualità troppo rare volte riunite in un uomo solo, e che in Decaisne accentuarono meravigliosamente l'ingegno positivo, utilitario, anche in tutti que' suoi lavori, che paiono informati dal puro spirito di ricerca scientifica.

Cominciò nel 1831 la serie delle sue pubblicazioni, che, continuate fino a pochi giorni prima della sua morte, toccano l'egregia cifra di 168 tra grandi e piccole.

Decaisne potè addottrinarsi in tutti i rami della Botanica scientifica (attualmente non gli sarebbe forse riuscito abbastanza profondamente) e delle sue applicazioni all'agricoltura, all'orticoltura ed all'industria. In tutti potè iniziare e condurre a termine ricerche importantissime, le quali segnarono sempre del suo nome un passo più o meno importante nella scienza. I suoi meriti incontestabili gli procacciarono nel 1847 l'ambito posto di Membro dell'Accademia delle Scienze, della quale poi nel 1864 fu eletto Presidente. Nel 1850 succedette nella cattedra a Mirbel. Fu Membro di tutte le principali Accademie scientifiche mondiali; nel 1880 lo divenne della Società Reale di Londra.

Diresse per lunghi anni la parte botanica degli *Annales des sciences naturelles*, la più importante pubblicazione periodica di queste scienze in Francia: fu uno dei fondatori della benemerita *Société botanique de France*, e collaboratore di tutti i giornali di botanica agricola e orticola francesi.

Di DECAISNE, come tassonomista e descrittore esimio di piante, abbiamo una numerosa serie di monografie classiche di parecchie famiglie, di molti generi e di moltissime specie. Fra le più importanti citiamo:

Mémoire sur la famille des Lardizabalées. Archives du Muséum, 1837.

Monographie des Asclépiadées, in D. C. Prod.

Monographie des Plantaginées, in D. C. Prod.

Mém. sur la fam. des Pomacées. Nouv. Arch. du Muséum, X.

Esquisse d'une monographie des Araliacées. Flore des Serres, IX.

Monographie du genre Épimédium. Ann. Sc. nat., IIe Sér., 1834.

Monographie des genres Ligustrum et Syringa. Nouv. Arch. du Muséum, IIe Sér., T. II, 1879.

Révision des Clématites du groupe des Tubulosae. Nouv. Arch. du Muséum (ultimo suo lavoro, edito dopo la sua morte).

Aggiungiamo le opere di maggior mole e di carattere più generale:

Plantes de l'Arabie heureuse, récoltées par *Mr Botta: Algues, Fougères, Lycopodiacées* (Archives du Muséum, IIe, 1841).

Enumération des plantes récoltées par M. Bove dans les deux Arabies, la Palestine, la Syrie, l'Égypte (Ann. Sc. nat., IIe Ser., 1834).

Plantae asiaticae quas in India collegit V. Jacquemont (Paris, Didot, 1846, avec 120 pl.).

Flore elementaire des jardins et des champs, 1855.

Traité général de Botanique, Paris, Didot. 1868.

Da questi lavori di diligente analisi descrittiva seppe elevarsi alle quistioni sintetiche intorno alla Geografia botanica comparata sulla distribuzione delle specie nell'Arcipelago indiano,

ch' egli trattò principalmente nella *Herbarii Timorensis descriptio* (Mém. de l'Acad. des Sc. et Nouv. Ann. du Muséum, III, 1834), nelle *Observations sur la Flore du Japon* (Bull. Acad. Bruxelles, 1834); nelle *Notices sur la Flore d'Égypte*, (Ann. Sc. nat., 1836).

A questa categoria di studii vanno ascritte le ricerche sulla patria dell'*Ippocastano*, dell'*Helianthus annuus*, *H. tuberosus*, etc.

Iniziatore felicissimo, tracciò risolutamente la strada nuova alla Botanica morfologica e biologica; nella quale i moderni si sono ingolfati, raccogliendovi splendida messe di fatti, il cui complesso ha rivelato quasi una scienza nuova.

Fanno epoca i suoi studî e le sue scoperte sugli organi sessuali delle Alghe, che, proseguiti dal suo scolaro Thuret, lo resero immortale (*Recherches sur les Anthéridies et les spores de quelques Fucus*. Acad. des Sc., 1844. Ann. Sc. nat. 1845).

Egualmente famosi vanno quelli, nei quali definisce esattamente la natura botanica delle Coralline, credute polipai calciferi (*Mém. sur les Corallines et les Polypiers calcifères*. Ann. Sc. nat., 1842).

Del resto tutti i lavori di tassonomia erano preceduti da studî anatomici sulla famiglia delle piante che poi ordinava sistematicamente.

Ancora classiche, malgrado qualche lieve appunto, che gli si fece di poi, sono le *Recherches anatomiques et physiologiques sur le développement de l'ovule et sur la structure de la tige du Gui* (Nouv. Mém. de l'Acad. de Bruxelles, 1839). Questa memoria fu quasi la porta che aprì il campo a tutta la schiera dei morfologisti moderni.

Ingegno fino ed elevato, ma per istinto e per educazione sempre intento alla soluzione dei problemi di pratica e pronta utilità, Decaisne preferiva studiare le piante industriali ed alimentari. D'altra parte comprendeva bene, come nessuna conseguenza sicuramente profittevole avrebbe potuto dedurre, senza una previa analisi anatomica e biologica delle specie che voleva illustrare. Perciò solo, sicuri e pronti e noti a tutti gli industriali furono i beneficî apportati dai suoi studî *Sur la structure anatomique de la Cuscute et du Cassyta* (Ann. Sc. nat. 1846); *Sur le parasitisme des Rhinanthacées* (Ann. Sc. nat. 1847);

Le *Recherches anatomiques et physiologiques sur la Garance* (Mém. Acad. des Sc. de Bruxelles, T. XII, 1837);

Le *Recherches anatomiques sur la Betterave à sucre* (Paris, 1839);

L'*Histoire de la maladie des pommes de terre* (Paris, 1846);

Le *Recherches sur la Ramie* (Journal d'agriculture pratique, 1845).

Le *Notes et remarques sur la Dioscorea Batatas* (Revue horticole, 1854. Compte rendu, 1855).

L'Orticoltura e la Pomologia furono per lui predilezione speciale, ed ai loro progressi convergeva quasi sempre, e per così dire involontariamente, le acute indagini scientifiche. Di qui una infinità di studî e di osservazioni preziose sull'introduzione di nuove piante fruttifere e ornamentali, sui diversi metodi e processi di coltivazione, che comunicava annualmente ai diversi giornali della materia.

Di qui la ben nota e utilissima istituzione de l'*École du Poirier*, e l'opera classica *de la variabilité dans l'espèce du Poirier, résultat d'expériences faites au Muséum d'Histoire naturelle du* 1853 *au* 1862 (Ann. Sc. nat., IV. Sér., T. 20, 1863): nella quale da una congerie di osservazioni diligentissime risale con sicurezza matematica alle conseguenze più generali ed elevate; che cioè tutte le più disformi varietà di questa pianta, ingenerate dai processi diversi di coltivazione, discendano da una tipica ed unica specie.

Ognun vede di quanta importanza siano state queste minuziose ed esatte e pertinaci ricerche per l'affermazione delle leggi Darwiniane. Delle quali pur troppo è invalsa la moda oggidì di discorrerne in lungo e in largo per vanteria da tanti pseudoscienziati, che poi non si sono mai dati la minima briga di persuadersi per fatto proprio, come le *loro verità non siano il frutto di speculazioni vane e intuitive, ma il necessario risultato di una grande pazienza, di una grande acutezza, di una grande coscienza, e di un grandissimo numero di osservazioni e di esperienze.*

A questa passione del DECAISNE per il giardinaggio dobbiamo ancora il *Manuel de l'amateur des jardins* (in collab.

con Naudin, vol. 4. Paris, Didot 1862), e soprattutto il *Jardin fruitier du Muséum; Iconographie de toutes les espèces et variétés d'arbres fruitiers cultivés dans cet établissement* (in-4°, 1858-72): opera di mole, nella quale la scienza dell'ordine il più elevato illumina di luce nitida e vivissima i dati della pratica la più accurata; grandioso monumento iconografico e scientifico, che servirà sempre di guida a tutti i pomicultori e orticultori.

Troppo a lungo e fuor di luogo ci condurrebbe una ulteriore analisi della sua attività scientifica.

Per toccare alcunchè delle sue qualità personali, accenneremo come fosse dotato di memoria tenacissima, di intuizione acutissima, sicchè spesso riconosceva le specie dall'ispezione di un semplice fuscello, e gli avvenne di poter designare la provenienza australasica di certe balle di lana dalla osservazione di alcuni frammenti di foglie commistevi.

Come insegnante era prezioso; non tanto per la sua eloquenza, quanto perchè colla esposizione nitida ed ordinata sapeva mettere in evidenza il soggetto, capacitarne i suoi uditori, e infondere in non pochi di essi l'amore allo studio ed alla scienza. I suoi illustri scolari ne sono splendido testimonio.

Come aureola alla sua bella fama e alla benemerenza ben guadagnata verso la scienza e la patria sua, aggiungeremo da ultimo, come l'illustre uomo fosse anche dotato, come si suol dire, di un cuore d'oro. E però sentiva profondamente l'amicizia, e dai pochi ma eletti amici era riamatissimo. Il sentimento di pietà verso i miserabili occupava nell'anima sua tanto posto quanto la diletta scienza. Egli stesso visitava i suoi poveri, e li soccorreva con quella nobile dignità, che solleva e conforta il donato e il donatore; con tale pia funzione soleva celebrare il primo giorno dell'anno, procacciandosi da se stesso i più dolci e meritati auguri. Ai poveri legò tutto il suo patrimonio.

Pochi uomini possono dire d'aver così utilmente lavorato per l'umanità colla scienza, pochi uomini possono dire come J. Decaisne d'aver ben meritato la corona civica, che perennemente cingerà la sua venerata memoria.

Lo stesso Socio Cossa presenta e legge il seguente lavoro del sig. Dott. Vincenzo Fino, Prof. di Chimica nella Scuola municipale *Cavour*, presso il R. Istituto industriale e professionale di Torino.

SULLA

RODONITE DI VIÙ.

La rodonite, come è noto, costituisce una specie mineralogica ben caratterizzata, la sua composizione corrisponde al silicato manganoso avente per formola $Mn\,Si\,O^3$, nel quale parte dell'ossido manganoso può essere sostituita dagli ossidi ferroso, calcico, magnesico, di zinco. Come prodotti d'alterazione della rodonite sono conosciuti parecchi minerali designati col nome di stratopeite, klipsteinite, ecc., i quali risulterebbero per eliminazione più o meno grande di silice, e contemporanea idratazione del silicato residuo, mentre l'ossido manganoso passa tutto od in parte ad un maggior grado d'ossidazione. La braunite, secondo Ebelmen, deriverebbe anch'essa dalla rodonite e si potrebbe, secondo il medesimo, considerare come un miscuglio di rodonite non decomposta ed ossido manganico. Ora, mentre la rodonite è per lo più di color roseo, i suoi prodotti d'alterazione passano man mano al bruno e da questo al nero deciso.

Finora non è grande il numero delle località italiane dove si rinvenne la rodonite. Le meglio descritte sono quelle di San Marcel in valle d'Aosta, del monte Civillina nel Vicentino, di Campiglia in Toscana, studiate da Ebelmen (1), Pisani (2), Rath e Bechi (3).

(1) Ebelmen, *Annales des mines*, IV série, vol. 7.
(2) Pisani, *Comptes rendus*, vol. 62, pag. 100.
(3) D'Achiardi, *Mineralogia della Toscana*, vol. 2, pag. 86.

Mi sono meno note quelle di Valprato in val Soana (1), dell'Impruneta presso Firenze (2), e dell'Isola d'Elba (3). Nelle valli di Lanzo, per quanto è mia cognizione, non si era ancora notato la presenza di questo minerale. Avendo, or non è molto, presentato al prof. Cossa un campione di rodonite da me trovata nelle vicinanze di Viù, egli col suo autorevole consiglio mi decise a farne l'analisi e corredarla di quelle altre osservazioni che meglio valessero a dimostrarne l'identità colla nota specie mineralogica. Le notizie circa la giacitura ed il risultato delle ricerche, eseguite sotto la cortese direzione del prelodato Professore Cossa, specialmente per quanto concerne le proprietà fisiche, si possono riassumere in quanto segue:

Il minerale in discorso lo rinvenni sotto forma di ciottoli di diverse dimensioni, in un ruscello che scorre presso la borgata Biolay, posta a sinistra, ed a poca distanza dalla strada che da Viù conduce al colle di S. Giovanni. Nella carta di Viù al 50,000 recentemente pubblicata dall'Istituto topografico militare si nota esattamente segnata quella località colla quota altimetrica di 907 m. Con un primo saggio qualitativo constatai essere questi ciottoli costituiti da silicato manganico idrato. Una più attenta osservazione mi dimostrò che mentre questi massi esternamente erano affatto neri ed amorfi, parecchi nell'interno contenevano frequenti nuclei rosei di struttura evidentemente cristallina, la cui composizione chimica corrispondeva appunto alla vera rodonite. Per quanto ricercassi non mi riuscì a trovare la roccia in posto da cui questi massi si erano staccati. Trovai solamente dei piccoli frammenti disseminati nel terreno coltivabile occupante il ripido pendìo, sul quale è costrutta la borgata. Se questo strato di terreno non avesse un gran spessore, forse poteva scoprire qualche filoncello del predetto minerale schiacciato probabilmente tra il limitare del forte banco di micascisto che attraversa la valle in quel punto e dall'altro lato dal banco di roccia anfibolica volgente poco a poco in pretta serpentina.

Mi venne pure il dubbio che questi ciottoli fossero frantumi di qualche masso morenico proveniente dal massiccio del Civrari, ma nelle ulteriori indagini nulla venne ad avvalorare questa supposizione.

---

(1) Jervis, *I tesori sotterranei. Regione delle Alpi*, pag. 77.
(2) Pisani, loc. cit.
(3) Bombicci, *Enciclopedia chimica* del Selmi, vol. 8, pag. 1027

La rodonite di questa provenienza è di color roseo schietto, volgente talora al grigio giallognolo, ha lucentezza vitrea nei riflessi dei piani di sfaldatura che si scorgono in certe direzioni — ha talvolta struttura quasi saccaroide e frattura ineguale. Ordinariamente è più o meno frammista con sostanza nera anche nella parte centrale dei ciottoli, di guisa che non mi riuscì facile ad ottenere una certa quantità di minerale veramente scelto. La parte nera, tanto superficiale quanto interna, non è altro che un prodotto d'alterazione della rodonite.

Peso specifico del minerale scelto = 3,65, durezza da 5,5 — 6.

Dall'esame microscopico di sezioni sottili, preparate con pezzi di minerale puro, si rileva che esso è formato dall'aggregato di cristalli di abito prismatico, i quali esaminati poi nella luce polarizzata presentano i caratteri della cristallizzazione triclina.

In sezioni sottili questi cristalli appaiono quasi incolori, a contorni ben netti e con traccie di due piani di sfaldatura ben distinti, delle quali la più marcata è quella parallela alle faccie del prisma.

In questo minerale contrariamente a quanto fu notato per rodoniti di altre località, non si è notato indizio sensibile di pleocroismo.

Questi cristalli presentano una polarizzazione cromatica molto viva, simile a quella che si osserva in alcune varietà di pirosseno. Esaminati attentamente si osservano in essi alcune inclusioni costituite da laminette esilissime di ferro micaceo.

Fonde facilmente al cannello e sobbolle.

La massa fusa è di color bruno rossastro.

Riscaldato in un tubo di vetro chiuso ad un'estremità, s'incupisce, sulle pareti del medesimo si osserva un leggero appannamento.

Col borace dà una perla bruna.

Col sal di fosforo dà una perla opaca a freddo, e di color roseo quando sia ottenuta colla fiamma riducente.

L'acido cloridrico l'attacca pochissimo, anche a caldo, senza effervescenza e senza separazione di silice gelatinosa.

L'analisi qualitativa mi consegnò silice, manganese, ferro, calce ed in quantità non determinabili allumina e cobalto.

Procedetti quindi all'analisi quantitativa. La disaggregazione fu fatta con carbonato sodico potassico, e la silice fu determinata col solito metodo.

Il ferro fu separato dal manganese allo stato di succinato, calcinato, pesato e calcolato allo stato di protossido.

Il manganese fu precipitato col carbonato sodico, calcinato, pesato e calcolato allo stato di protossido.

La calce la precipitai allo stato di ossalato, calcinai al rosso nascente, pesai il carbonato e calcolai la quantità di ossido di calcio corrispondente.

Determinai infine in crogiuolo di platino coperto la perdita per calcinazione, operando su materia essiccata a 100°.

Ecco il risultato di due analisi, fatta la prima con gr. 1,297 di materia, la seconda con gr. 1,054:

Silice	44,31	44,24
Ossido manganoso . .	48,77	48,64
» ferroso . . .	1,53	1,48
» calcico . . .	4,44	4,57
Perdita per calcinazione	1,25	1,23
	100,30	100,16 .

Questi risultati analitici se si paragonano a quelli ottenuti da altre rodoniti, sia italiane che estere, dimostrerebbero che questa da me analizzata si approssima di più per composizione a quella di S. Marcel, della quale trascrivo qua l'analisi pubblicata dall'Ebelmen:

Silice	46,37
Ossido manganoso . .	47,38
» calcico . . .	5,48
	99,23 .

Le rodoniti del Vicentino, di Campiglia e dell'Isola d'Elba appartengono invece alla varietà bustamite, cioè contengono una quantità molto più grande di calce.

La parte nera non la sottoposi ad un'analisi quantitativa perchè non uniforme nella massa. Il suo peso specifico è maggiore di quello della rodonite, una determinazione mi diede 3,80. Con forte riscaldamento fornisce molt'acqua ed un po' d'ossigeno. Al cannello fonde più o meno difficilmente a seconda che l'alterazione è più o meno profonda. Coll'acido cloridrico si di-

scioglie quasi per intiero svolgendo molto cloro e mettendo in libertà silice gelatinosa. È attaccato profondamente da una soluzione acquosa satura di acido solforoso, lasciando un residuo biancastro.

Questo prodotto d'alterazione avrebbe adunque grande analogia per i suoi caratteri colla stratopeite, o meglio colla klipsteinite, studiata da Kobell.

Infine, come ultima osservazione, non mi avvenne di trovare in alcun masso raccolto della materia avente qualche somiglianza colla braunite di S. Marcel.

Il Socio Cav. Professore Alessandro DORNA presenta all'Accademia, per la stampa negli *Atti*, le *Effemeridi del Sole, della Luna e dei principali Pianeti*, calcolate per Torino in tempo medio civile di Roma, per l'anno 1883, dall'Assistente Prof. Angelo CHARRIER.

— SOLE —

Gennaio

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	8 0	0 22 44·56	4 46	23° 0′ 56″3A	18 24 2·85
2	8 0	23 12·71	4 47	22 55 45·7	18 27 59·40
3	8 0	23 40·61	4 48	22 50 7·8	18 31 55·96
4	8 1	24 8·14	4 48	22 44 2·6	18 35 42·52
5	8 1	24 35·28	4 49	22 37 30·3	18 39 49·08
6	8 0	25 1·99	4 50	22 30 31·0	18 42 45·63
7	8 0	25 28·23	4 51	22 23 5·1	18 47 42·19
8	8 0	25 54·00	4 53	22 15 12·7	18 51 38·75
9	7 59	26 19·25	4 54	22 6 54·1	18 55 35·30
10	7 59	26 43·95	4 55	21 58 9·6	18 59 31·86
11	7 58	27 8·06	4 56	21 48 59·4	19 3 28·42
12	7 58	27 31·56	4 58	21 39 23·8	19 7 24·97
13	7 57	27 54·41	4 59	21 29 23·0	19 11 21·43
14	7 57	28 16·62	4 59	21 18 57·5	19 15 18·09
15	7 57	28 38·16	5 1	21 8 7·4	19 19 14·64
16	7 56	28 58·99	5 2	20 56 53·1	19 23 11·20
17	7 55	29 19·10	5 4	20 45 14·9	19 27 7·76
18	7 55	29 38·49	5 5	20 33 13·1	19 31 4·31
19	7 54	29 57·23	5 7	20 20 48·1	19 35 0·87
20	7 53	30 15·02	5 8	20 8 0·1	19 38 57·43
21	7 52	30 32·15	5 10	19 54 49·5	19 42 53·98
22	7 51	30 48·51	5 11	19 41 16·8	19 46 50·54
23	7 51	31 4·08	5 12	19 27 22·1	19 50 47·09
24	7 50	31 18·87	5 13	19 13 5·8	19 54 43·65
25	7 49	31 32·86	5 15	18 58 28·4	19 58 40·20
26	7 48	31 46·06	5 16	18 43 30·1	20 2 36·76
27	7 47	31 58·46	5 17	18 28 11·4	20 6 33·31
28	7 46	32 10·06	5 19	18 12 32·7	20 10 29·87
29	7 46	32 20·87	5 20	17 56 34·2	20 14 26·43
30	7 45	32 30·87	5 21	17 40 16·5	20 18 22·98
31	7 43	32 40·07	5 23	17 23 39·8	20 22 19·54

— SOLE —

Febbraio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		TEMPO MEDIO DI ROMA Passaggio al meridiano			TEMPO MEDIO DI ROMA Tramontare		DECLINAZIONE a mezzodì vero			TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s	h	m				h	m	s
1	7	42	0	32	48·46	5	24	17°	6′	44″5A	20	26	16·09
2	7	42		32	56·05	5	25	16	49	31·3	20	30	12·65
3	7	40		33	2·85	5	27	16	32	0·4	20	34	9·20
4	7	39		33	8·84	5	28	16	14	12·0	20	38	5·76
5	7	37		33	14·03	5	30	15	56	6·9	20	42	2·31
6	7	36		33	18·42	5	32	15	37	45·3	20	45	58·86
7	7	35		33	22·00	5	32	15	19	47·7	20	49	55·42
8	7	34		33	24·79	5	34	15	0	14·7	20	53	51·97
9	7	32		33	29·77	5	36	14	41	6·6	20	57	48·53
10	7	30		33	27·95	5	37	14	21	43·8	21	1	45·08
11	7	29		33	28·33	5	39	14	2	6·8	21	5	41·64
12	7	28		33	27·93	5	40	13	42	16·0	21	9	38·19
13	7	26		33	26·76	5	41	13	22	12·1	21	13	34·74
14	7	25		33	24·82	5	43	13	1	54·8	21	17	31·30
15	7	23		33	22·14	5	45	12	41	25·1	21	21	27·85
16	7	21		33	18·70	5	46	12	20	43·3	21	25	14·40
17	7	20		33	14·52	5	47	11	59	49·7	21	29	20·96
18	7	19		33	9·63	5	49	11	38	44·8	21	33	17·51
19	7	17		33	4·04	5	50	11	17	29·1	21	37	14·06
20	7	15		32	57·76	5	52	10	56	2·7	21	41	10·62
21	7	13		32	50·82	5	53	10	34	26·3	21	45	7·17
22	7	12		32	43·22	5	54	10	12	40·0	21	49	3·72
23	7	10		32	35·00	5	56	9	50	44·4	21	53	0·28
24	7	9		32	26·17	5	57	9	28	39·9	21	56	56·83
25	7	7		32	16·73	5	59	9	6	26·8	22	0	53·38
26	7	5		32	6·73	6	0	8	44	5·5	22	4	49·94
27	7	3		31	56·20	6	1	8	21	36·4	22	8	46·49
28	7	2		31	45·09	6	3	7	58	59·9	22	12	43·04

— SOLE —

Marzo

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano	Tempo medio di Roma: Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	7 0	0 31 33·56	6 4	7° 36′ 16″3A	22 16 39·59
2	6 58	31 21·48	6 6	7 13 26·1	22 20 36·15
3	6 56	31 8·93	6 7	6 50 29·6	22 24 32·70
4	6 55	30 55·93	6 8	6 27 27·3	22 28 29·25
5	6 53	30 42·49	6 10	6 4 19·6	22 32 25·80
6	6 51	30 28·64	6 11	5 41 6·9	22 36 22·36
7	6 49	30 14·38	6 13	5 17 49·5	22 40 18·91
8	6 47	29 59·72	6 14	4 54 27.9	22 44 15·46
9	6 45	29 44·69	6 15	4 31 2·5	22 48 12·01
10	6 44	29 29·30	6 16	4 7 33·8	22 52 8·56
11	6 42	29 13·57	6 18	3 44 2·0	22 56 5·12
12	6 40	28 57·48	6 19	3 20 27·7	23 0 1·67
13	6 37	28 41·15	6 20	2 56 51·1	23 3 58·22
14	6 35	28 24·49	6 22	2 33 12·6	23 7 54·77
15	6 33	28 7·55	6 23	2 9 32·7	23 11 51·32
16	6 32	27 50·37	6 25	1 45 51·7	23 15 47·88
17	6 30	27 32·95	6 26	1 22 10·1	23 19 44·43
18	6 28	27 15·32	6 28	0 58 28·1	23 23 40·98
19	6 26	26 57·51	6 29	0 34 45·9	23 27 37·53
20	6 25	26 39·51	6 30	0 11 4·2	23 31 34·08
21	6 23	26 21·37	6 31	0 12 36·8 B	23 35 30·64
22	6 21	26 3·11	6 33	0 36 16·8	23 19 27·19
23	6 18	25 44·75	6 34	0 59 55·4	23 43 23·74
24	6 16	25 26·32	6 36	1 23 32·3	23 47 20·29
25	6 15	25 7·84	6 36	1 47 7·2	23 51 16·84
26	6 13	24 49·33	6 38	2 10 39·6	23 55 13·40
27	6 11	24 30·82	6 39	2 34 9·4	23 59 9·95
28	6 9	24 12·33	6 41	2 57 36·1	0 3 6·50
29	6 7	23 53·89	6 42	3 20 59·5	0 7 3·05
30	6 6	23 35·51	6 42	3 44 19·0	0 10 59·61
31	6 4	23 17·22	6 44	4 7 34·6	0 14 56·16

— SOLE —

Aprile

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano	Tempo medio di Roma: Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 2	0 22 59·03	6 46	4° 30′ 45″6 B	0 18 52·71
2	5 59	22 40·97	6 47	4 53 51·9	0 22 49·26
3	5 58	22 23·04	6 47	5 16 47·1	0 26 45·81
4	5 56	22 5·27	6 49	5 39 48·7	0 30 42·37
5	5 54	21 47·69	6 50	6 2 38·5	0 34 48·92
6	5 52	21 30·29	6 52	6 25 22 0	0 38 35·47
7	5 51	21 13·09	6 52	6 47 58·9	0 42 32·02
8	5 49	20 56·12	6 54	7 10 28·8	0 46 28·58
9	5 47	20 39·42	6 55	7 32 51·5	0 50 25·13
10	5 46	20 22·89	6 56	7 55 6·5	0 54 21·68
11	5 44	20 6·66	6 57	8 17 13·4	0 58 18·23
12	5 42	19 50·70	6 59	8 39 12·1	1 2 14·79
13	5 40	19 35·03	7 0	9 1 2·0	1 6 11·34
14	5 38	19 19·66	7 1	9 22 42·0	1 10 7·89
15	5 37	19 4·60	7 2	9 44 14·3	1 14 4·44
16	5 35	18 49·88	7 4	10 5 35·9	1 18 1·00
17	5 33	18 35·49	7 5	10 26 47·6	1 21 57·55
18	5 31	18 21·48	7 7	10 47 48·9	1 25 54·10
19	5 29	18 7·84	7 7	11 8 39·5	1 29 50·66
20	5 28	17 54·60	7 9	11 29 19·0	1 33 47·21
21	5 26	17 41·79	7 10	11 49 47·3	1 37 43·76
22	5 24	17 29·41	7 12	12 10 4 0	1 41 40·32
23	5 23	17 17·47	7 13	12 30 8·7	1 45 36·87
24	5 21	17 6·01	7 14	12 50 1·2	1 49 33·36
25	5 20	16 55·02	7 15	13 9 41·0	1 53 29·98
26	5 18	16 44·52	7 17	13 29 7·9	1 57 26·53
27	5 16	16 34·53	7 18	13 48 21·7	2 1 23·08
28	5 15	16 25·07	7 19	14 7 22·0	2 5 19·64
29	5 13	16 16·13	7 20	14 26 8·5	2 9 16·19
30	5 12	16 7·73	7 21	14 44 40·7	2 13 12·75

— SOLE —

Maggio

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 10	0 15 59·87	7 23	15° 2′ 58″4B	2 17 9·30
2	5 9	15 52·57	7 24	15 21 1·3	2 21 5·86
3	5 7	15 45·84	7 26	15 38 49·1	2 25 3·41
4	5 5	15 39·67	7 27	15 56 21·5	2 28 58·96
5	5 4	15 34·07	7 28	16 13 38·0	3 32 55·52
6	5 3	15 29·04	7 29	16 30 38·4	2 36 52·07
7	5 1	15 24·58	7 30	16 47 22·5	2 40 48·63
8	5 0	15 20·69	7 32	17 3 49·7	2 44 45·18
9	4 59	15 17·37	7 33	17 19 59·9	2 48 41·74
10	4 58	15 14·61	7 34	17 35 52·8	2 52 38·29
11	4 56	15 12·41	7 35	17 51 28·0	2 56 34·85
12	4 55	15 10·76	7 36	18 6 45·2	3 0 31·40
13	4 54	15 9·67	7 38	18 21 44·2	3 4 27 96
14	4 52	15 9·12	7 39	18 36 34·5	3 8 24·51
15	4 52	15 9·14	7 39	18 50 46·1	3 12 21·07
16	4 51	15 9·70	7 41	19 4 48 6	3 16 17·63
17	4 49	15 10·81	7 42	19 18 31·7	3 20 14·18
18	4 48	15 12·47	7 43	19 31 55·1	3 24 10·74
19	4 47	15 14·67	7 45	19 44 58·7	3 28 7·29
20	4 47	15 17·43	7 45	19 57 42·1	3 32 3·85
21	4 45	15 20·71	7 46	20 10 5·1	3 36 0·40
22	4 44	15 24·54	7 47	20 22 7·6	3 39 56·96
23	4 43	15 28·90	7 48	20 33 49·1	3 43 53·52
24	4 42	15 33·78	7 50	20 45 9·6	3 47 50·07
25	4 42	15 39·19	7 50	20 56 8·8	3 51 46·63
26	4 41	15 45·11	7 51	21 6 46·2	3 55 43·18
27	4 40	15 51·53	7 52	21 17 2·1	3 59 39·74
28	4 40	15 58·43	7 53	21 26 55·8	4 3 36·30
29	4 39	16 5·83	7 54	21 36 27·4	4 7 32·85
30	4 38	16 13·69	7 54	21 45 36·4	4 11 29·41
31	4 38	16 22·01	7 55	21 54 23·9	4 15 25·97

— SOLE —

Giugno

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		Passaggio al meridiano			Tramontare		DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s	h	m		h	m	s
1	4	37	0	16	30·78	7	56	22° 2′ 46″6 B	4	19	22·52
2	4	37		16	39·96	7	57	22 10 47·6	4	23	19·08
3	4	36		16	49·54	7	58	22 18 24·7	4	27	15·64
4	4	35		16	59·52	7	59	22 25 38·8	4	31	12·19
5	4	35		17	9·85	8	0	22 32 29·5	4	35	8·75
6	4	34		17	20·52	8	1	22 38 56·4	4	39	5·31
7	4	34		17	31·49	8	2	22 44 59·6	4	43	1·86
8	4	34		17	42·75	8	2	22 50 38·8	4	46	58·42
9	4	34		17	54·27	8	2	22 55 54·0	4	50	54·98
10	4	34		18	6·01	8	3	23 0 45·1	4	54	51·53
11	4	34		18	17·97	8	3	23 5 11·8	4	58	48·09
12	4	33		18	30·13	8	4	23 9 14·2	5	2	44·65
13	4	33		18	42·45	8	5	23 12 52·0	5	6	41·20
14	4	33		18	54·91	8	5	23 16 5·4	5	10	37·76
15	4	33		19	7·55	8	6	23 18 54·2	5	14	34·32
16	4	33		19	20·21	8	6	23 21 18·1	5	18	30·88
17	4	33		19	33·00	8	6	23 23 17·5	5	22	27·43
18	4	33		19	45·86	8	6	23 24 52·2	5	26	23·59
19	4	34		19	58·78	8	6	23 26 2·1	5	30	20·55
20	4	34		20	11·58	8	6	23 26 47·1	5	34	17·10
21	4	34		20	24·61	8	7	23 27 7·4	5	38	13·66
22	4	34		20	37·52	8	7	23 27 2·9	5	42	10·22
23	4	34		20	50·40	8	8	23 26 33·4	5	46	6·78
24	4	34		21	3·21	8	8	23 25 39·2	5	50	3·31
25	4	34		21	15·95	8	8	23 24 20·3	5	53	59·89
26	4	35		21	28·59	8	8	23 22 36·5	5	57	56·45
27	4	35		21	41·11	8	8	23 20 28·2	6	1	53·01
28	4	35		21	53·51	8	8	23 17 55·2	6	5	49·56
29	4	36		22	5·73	8	8	23 14 57·5	6	9	46·12
30	4	37		22	17·77	8	8	23 11 35·3	6	13	42·68

— SOLE —

Luglio

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	4 37	0 22 29·62	8 8	23° 7′ 48″9B	6 17 38·23
2	4 37	22 41·23	8 8	23 3 38·1	6 21 35·79
3	4 37	22 52·58	8 8	22 59 3·2	6 25 32·35
4	4 38	23 3·65	8 8	22 54 4·1	6 29 28·89
5	4 39	23 14·39	8 7	22 48 41·2	6 33 25·46
6	4 40	23 24·81	8 7	22 42 54·4	6 37 22·02
7	4 40	23 34·85	8 6	22 36 44·1	6 41 18·58
8	4 41	23 44 52	8 6	22 30 10·2	6 45 15·13
9	4 42	23 53·78	8 5	22 23 13·1	6 49 10·69
10	4 43	24 2·62	8 5	22 15 52·7	6 53 8·25
11	4 44	24 11·01	8 4	22 8 9 4	6 57 4·80
12	4 44	24 18·95	8 4	22 0 3·3	7 1 1·36
13	4 45	24 26·42	8 4	21 51 34·6	7 4 57·92
14	4 46	24 33·39	8 3	21 42 43·6	7 8 54·47
15	4 47	24 39·88	8 2	21 33 30·4	7 12 51·03
16	4 48	24 45·85	8 1	21 23 54·9	7 16 47·57
17	4 49	24 51·28	8 0	21 13 57·7	7 20 44·14
18	4 50	24 56·20	7 59	21 3 39·0	7 24 40·70
19	4 51	25 0·58	7 58	20 52 58·9	7 28 37·15
20	4 52	25 4·41	7 57	20 41 57·7	7 32 33·79
21	4 53	25 7·68	7 56	20 30 35·5	7 36 30·37
22	4 55	25 10·38	7 56	20 18 52·6	7 40 26·92
23	4 56	25 12·53	7 55	20 6 49·3	7 44 23·48
24	4 57	25 14·12	7 54	19 54 25·8	7 48 20·03
25	4 58	25 15·15	7 53	19 41 42·3	7 52 16·59
26	4 59	25 15·60	7 51	19 28 39·0	7 54 13·14
27	5 0	25 15·49	7 51	19 15 16·3	8 0 9·70
28	5 1	25 14·80	7 50	19 1 34·4	8 4 6·26
29	5 2	25 13·54	7 48	18 47 33·6	8 8 2·81
30	5 4	25 11·69	7 47	18 33 14·0	8 11 59·37
31	5 4	25 9·26	7 46	18 18 36·3	8 15 55·92

— SOLE —

Agosto

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere		Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano	Tempo medio di Roma: Tramontare		Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h m s	h	m		h	m	s
1	5	4	0 25 6·23	7	45	18° 3′ 40″6 B	8	19	52·48
2	5	5	25 2·60	7	44	17 48 27·0	8	13	49·03
3	5	7	24 58·30	7	42	17 32 56·1	8	27	45·59
4	5	8	24 53·52	7	41	17 17 8·1	8	31	42·14
5	5	9	24 48·08	7	39	17 1 7·4	8	35	38·70
6	5	10	24 42·01	7	38	16 44 42·1	8	39	35·15
7	5	11	24 35·35	7	37	16 28 4·7	8	43	31·81
8	5	13	24 28 09	7	35	16 11 11·4	8	47	28·36
9	5	14	24 20·23	7	34	15 54 2·5	8	51	24·92
10	5	15	24 11·77	7	32	15 36 38·3	8	55	21·47
11	5	16	24 2·73	7	31	15 18 59·3	8	59	18·02
12	5	17	23 53·10	7	30	15 1 5·6	9	3	14·58
13	5	18	23 42·90	7	28	14 42 57·6	9	7	11·13
14	5	20	23 32·13	7	26	14 24 35·5	9	11	7·69
15	5	21	23 20·82	7	24	14 5 59·8	9	15	4·24
16	5	22	23 8·96	7	23	13 47 10·6	9	19	0·80
17	5	23	22 56·57	7	22	13 28 8·3	9	22	57·35
18	5	25	22 43·66	7	20	13 8 53·2	9	26	53·90
19	5	26	22 30·24	7	18	12 49 25·6	9	30	50·46
20	5	27	22 16·34	7	16	12 29 45·6	9	34	47·01
21	5	28	22 1·97	7	14	12 9 53·8	9	38	43·56
22	5	29	21 47·15	7	14	11 49 50·4	9	42	40·12
23	5	31	21 31·90	7	12	11 29 35·7	9	46	36·67
24	5	32	21 16·24	7	10	11 9 9·8	9	50	33·22
25	5	33	21 0·17	7	8	10 48 33·2	9	54	29·78
26	5	34	20 43·72	7	6	10 27 46·2	9	58	26·33
27	5	35	20 26·89	7	5	10 6 49·2	10	2	22·88
28	5	37	20 9·71	7	3	9 45 42·4	10	6	19·43
29	5	38	19 52·13	7	1	9 24 26·3	10	10	15·99
30	5	39	19 34·29	6	59	9 3 1·2	10	14	12·52
31	5	40	19 16·08	6	57	8 41 27·3	10	18	9·09

— SOLE —

Settembre

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	5 41	0 18 57·57	6 56	8° 19′ 45″0 B	10 22 5·65
2	5 43	18 38·75	6 54	7 57 54·8	10 26 2·20
3	5 44	18 09·65	6 52	7 35 57·0	10 29 58·75
4	5 46	18 0·28	6 50	7 13 51·7	10 33 55·30
5	5 46	17 40·65	6 48	6 51 39·4	10 37 51·96
6	5 47	17 20·79	6 46	6 29 20·5	10 41 48·41
7	5 49	17 0·70	6 44	6 6 55·2	10 45 44·96
8	5 50	16 40·40	6 42	5 44 23·8	10 49 41·51
9	5 52	16 19·93	6 40	5 21 46·8	10 53 38·06
10	5 52	15 59·27	6 39	5 59 4·5	10 57 34·62
11	5 53	15 38·47	6 37	4 36 17·1	11 1 31·17
12	5 55	15 17·53	6 35	4 13 24·9	11 5 27·72
13	5 55	14 56·47	6 33	3 50 28·5	11 9 24·27
14	5 57	14 35·33	6 32	3 27 28·1	11 13 20·83
15	5 58	14 14·10	6 29	3 4 23·8	11 17 17·38
16	6 0	13 52·83	6 27	2 41 16·5	11 21 13·93
17	6 0	13 91·54	6 26	2 18 5·4	11 25 10·48
18	6 1	13 10·25	6 24	1 54 51·8	11 29 7·03
19	6 3	12 48·99	6 22	1 8 17·3	11 33 3·59
20	6 4	12 27·79	6 20	0 44 57·0	11 37 0·14
21	6 5	12 6·66	6 19	0 21 35·3	11 40 56·69
22	6 6	11 45·64	6 17	0 1 47·3 B	11 44 53·24
23	6 8	11 24·75	6 14	0 21 47·7 A	11 48 49·79
24	6 9	11 3·99	6 12	0 25 11·6	11 52 46·35
25	6 10	10 43·39	6 10	0 48 36·0	11 56 42·90
26	6 11	10 22·98	6 8	1 12 0·5	12 0 39·45
27	6 12	10 2·77	6 7	1 35 24·8	12 4 36·00
28	6 14	9 42·77	6 5	1 58 48·5	12 8 32·55
29	6 15	9 22·99	6 3	2 22 11·4	12 22 29·19
30	6 17	9 3·48	6 1	2 45 32·9	12 16 25·65

— SOLE —

Ottobre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		Passaggio al meridiano			Tramontare		DECLINAZIONE a mezzodì vero			TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma		
	h	m	h	m	s	h	m	°	′	″	h	m	s
1	6	17	0	8	44·63	5	59	3°	8′	52″7A	12	20	22·21
2	6	19		8	24·27	5	57	3	32	10·5	12	24	18·76
3	6	20		8	6·61	5	55	3	55	26·0	12	28	15·34
4	6	22		7	48·28	5	53	4	18	38·6	12	32	11·86
5	6	23		7	30·28	5	51	4	41	48·2	12	35	8·42
6	6	24		7	12·65	5	50	5	4	54·1	12	30	4·97
7	6	25		6	55·40	5	48	5	27	56·3	12	44	1·52
8	6	27		6	38·53	5	46	5	50	54·1	12	47	58·07
9	6	28		6	22·07	5	44	6	13	47·4	12	51	54·62
10	6	29		6	6·04	5	43	6	36	35·7	12	55	50·18
11	6	30		5	50·45	5	41	6	59	18·6	12	59	47·63
12	6	32		5	35·32	5	39	7	21	55·6	13	3	44·28
13	6	33		5	20·68	5	37	7	44	26·6	13	7	40·83
14	6	34		5	6·55	5	36	8	6	51·2	13	11	37·39
15	6	35		4	52·94	5	34	8	29	9·0	13	15	33·94
16	6	37		4	39·89	5	33	8	51	19·5	13	19	30·49
17	6	37		4	27·41	5	31	9	13	22·5	13	23	27·04
18	6	39		4	15·54	5	29	9	35	17·6	13	27	23·60
19	6	40		4	4·40	5	27	9	57	4·5	13	31	20·15
20	6	42		3	53·69	5	25	10	18	42·8	13	35	16·70
21	6	43		3	43·74	5	23	10	40	12·0	13	39	13·26
22	6	44		3	34·47	5	22	11	1	31·7	13	43	9·81
23	6	46		3	25·90	5	21	11	22	41·7	13	47	6·36
24	6	47		3	18·04	5	19	11	43	40·4	13	50	52·92
25	6	49		3	10·89	5	17	12	4	30·5	13	54	59·47
26	6	50		3	4·47	5	15	12	25	8·6	13	58	56·02
27	6	51		2	58·79	5	14	12	45	35·1	14	2	52·58
28	6	53		2	53·87	5	13	13	5	49·9	14	6	49·13
29	6	54		2	49·72	5	11	13	25	52·4	14	10	45·68
30	6	56		2	46·33	5	9	13	45	42·2	14	14	42·24
31	6	56		2	43·73	5	8	14	5	18·9	14	18	38·79

— SOLE —

Novembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	DECLINAZIONE a mezzodì vero	TEMPO SIDERALE DI TORINO a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	6 58	0 2 41·92	5 7	14° 24′ 42″1A	14 22 35·34
2	7 0	2 40·80	5 5	14 43 51·3	14 26 31·90
3	7 1	2 40·69	5 4	15 2 46·2	14 30 28·45
4	7 3	2 41·27	5 2	15 21 26·4	14 34 25·01
5	7 4	2 42·67	5 0	15 39 51·3	14 38 21·56
6	7 5	2 44·88	5 0	15 58 0·5	14 42 18·11
7	7 7	2 47·91	4 58	16 15 53·8	14 46 14·67
8	7 8	2 51·75	4 57	16 33 30·6	14 50 11·22
9	7 10	2 56·40	4 55	16 50 50·7	14 54 5·78
10	7 11	3 1·89	4 54	17 7 53·4	14 58 4·33
11	7 12	3 8·20	4 54	17 23 38·6	15 2 0·89
12	7 14	3 15·35	4 52	17 41 5·7	15 5 57·44
13	7 15	3 23·34	4 51	17 57 14·3	15 9 54·00
14	7 17	3 32·16	4 50	18 13 4·3	15 13 50·55
15	7 18	3 41·84	4 49	18 28 35·1	15 17 47·11
16	7 19	3 52·37	4 48	18 43 46·3	15 21 43·66
17	7 21	4 3·74	4 47	18 58 37·7	15 25 40·22
18	7 22	4 15·97	4 46	19 13 9·7	15 29 36·77
19	7 24	4 29·05	4 45	19 27 19·0	15 33 33·33
20	7 25	4 42·96	4 44	19 41 8·3	15 37 29·89
21	7 26	4 57·69	4 44	19 54 36·2	15 41 26·44
22	7 27	5 13·26	4 43	20 7 42·4	15 45 23·00
23	7 29	5 29·64	4 42	20 20 26·3	15 49 19·55
24	7 30	5 46·81	4 41	20 32 47·7	15 53 16·11
25	7 32	6 4·77	4 40	20 44 46·4	15 57 12·67
26	7 32	6 23·50	4 40	20 56 21·8	16 1 9·22
27	7 33	6 42·98	4 40	21 7 33·8	16 5 5·78
28	7 35	7 3·19	4 39	21 18 21·9	16 9 2·33
29	7 36	7 24·11	4 38	21 28 45·7	16 12 58·89
30	7 37	7 45·73	4 38	21 38 45·1	16 16 55·45

— SOLE —

Dicembre

Giorno del Mese	Tempo medio di Roma: Nascere	Tempo medio di Roma: Passaggio al meridiano	Tempo medio di Roma: Tramontare	Declinazione a mezzodì vero	Tempo siderale di Torino a mezzodì medio di Roma
	h m	h m s	h m		h m s
1	7 39	0 8 8·01	4 37	21° 48′ 19″7A	16 20 52·00
2	7 40	8 30·92	4 37	21 57 29·2	16 24 48·54
3	7 41	8 54·46	4 36	22 6 13·3	16 28 45·12
4	7 42	9 18·58	4 36	22 14 31·8	16 32 41·67
5	7 43	9 43·25	4 36	22 22 24·4	16 36 38·23
6	7 44	10 8·45	4 36	22 29 50·8	16 40 34·79
7	7 45	10 34·16	4 36	22 36 50·9	16 44 31·32
8	7 46	11 0·35	4 36	22 43 23·3	16 48 27·90
9	7 47	11 26·98	4 36	22 49 30·9	16 52 24·46
10	7 48	11 54·03	4 35	22 55 10·5	16 56 21·01
11	7 49	12 21·48	4 35	23 0 23·2	17 0 17·57
12	7 50	12 49·29	4 35	23 5 8·0	17 4 14·13
13	7 51	13 17·46	4 35	23 9 25·6	17 8 10·69
14	7 52	13 45·94	4 35	23 13 15·5	17 12 7·24
15	7 52	14 15·73	4 36	23 16 37·6	17 16 2·80
16	7 53	14 43·77	4 37	23 19 31·7	17 20 0·36
17	7 53	15 13·03	4 37	23 21 57·8	17 23 56·91
18	7 54	15 42·51	4 37	23 23 56·0	17 27 53·47
19	7 55	16 12·16	4 38	23 25 25·9	17 31 50·03
20	7 55	16 41·95	4 38	23 26 27·5	17 35 56·59
21	7 56	17 11·85	4 39	23 27 0·8	17 39 43·14
22	7 56	17 41·80	4 39	23 27 5·6	17 43 39·70
23	7 57	18 11·81	4 40	23 26 42·7	17 47 35·26
24	7 57	18 41·82	4 40	23 25 51·0	17 51 32·81
25	7 58	19 11·80	4 41	23 24 31·2	17 55 29·37
26	7 58	19 41·72	4 41	23 22 43·1	17 59 25·93
27	7 58	20 11·53	4 42	23 20 26·7	18 3 22·47
28	7 59	20 41·19	4 43	23 17 42·2	18 7 19·04
29	8 0	21 10·67	4 43	23 14 29·6	18 11 15·60
30	8 0	21 39·94	4 44	23 10 49·1	18 15 12·16
31	8 0	22 8·94	4 45	23 6 40·7	18 19 8·72

— LUNA —

Gennaio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	0	Mattino 11	5	58	11	M. 37	22
2	1	9	6	39	0	Sera 4	23
3	2	11	7	24	0	33	24
4	3	11	8	10	1	7	25
5	4	12	8	59	1	46	26
6	5	10	9	51	2	33	27
7	6	7	10	45	3	27	28
8	6	58	11	41	4	29	29
9	7	43	0	Sera 36	5	36	1
10	8	24	1	32	6	48	2
11	8	59	2	26	8	2	3
12	9	32	3	18	9	16	4
13	10	3	4	10	10	29	5
14	10	33	5	2	11	43	6
15	11	5	5	54	—	—	7
16	11	40	6	47	0	Mattino 55	8
17	0	Sera 19	7	41	2	6	9
18	1	2	8	37	3	14	10
19	1	52	9	32	4	18	11
20	2	47	10	27	5	14	12
21	3	47	11	20	6	4	13
22	4	49	—	—	6	48	14
23	5	53	0	Mattino 11	7	24	15
24	6	55	0	59	7	56	16
25	7	58	1	44	8	25	17
26	8	58	2	28	8	50	18
27	9	58	3	10	9	16	19
28	10	57	3	52	9	40	20
29	11	57	4	35	10	7	21
30	—	—	5	18	10	34	22
31	0	M. 57	6	2	11	5	23

Ultimo quarto l' 1 a 1^h 39^m di sera.
Luna nuova il 9 a 6 49 di matt
Primo quarto il 16 a 1 37 di matt.
Luna piena il 23 a 8 5 di matt.
Ultimo quarto il 31 a 11 16 di matt.

Febbraio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	1	Mattino 56	6	Mattino 49	11	M. 41	24
2	2	55	7	39	0	Sera 23	25
3	3	51	8	31	1	13	26
4	4	44	9	25	2	9	27
5	5	33	10	20	3	14	28
6	6	17	11	16	4	24	29
7	6	55	0	Sera 12	5	39	30
8	7	30	1	7	6	54	1
9	8	3	2	1	8	11	2
10	8	35	2	55	9	27	3
11	9	8	3	48	10	52	4
12	9	42	4	43	11	55	5
13	10	19	5	38	—	—	6
14	11	2	6	33	1	Mattino 6	7
15	11	50	7	28	2	11	8
16	0	Sera 43	8	23	3	10	9
17	1	40	9	15	4	1	10
18	2	41	10	6	4	46	11
19	3	43	10	54	5	24	12
20	4	45	11	40	5	58	13
21	5	47	—	—	6	27	14
22	6	47	0	Mattino 24	6	54	15
23	7	48	1	7	7	19	16
24	8	47	1	49	7	44	17
25	9	47	2	31	8	10	18
26	10	46	3	14	8	37	19
27	11	45	3	58	9	7	20
28			4	44	9	40	21

Luna nuova il 7 a 7^h 0^m di sera.
Primo quarto il 14 a 10 44 di matt.
Luna piena il 22 a 1 8 di matt.

— LUNA —

Marzo

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA: Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	0	Mattino 43	5	Mattino 31	10	Mattino 19	22
2	1	39	6	21	11	3	23
3	2	31	7	12	11	55	24
4	3	21	8	6	0	Sera 54	25
5	4	6	9	0	2	0	26
6	4	47	9	55	3	12	27
7	5	23	10	49	4	26	28
8	5	48	11	44	5	43	29
9	6	31	0	Sera 39	7	1	1
10	7	5	1	35	8	18	2
11	7	40	2	31	9	35	3
12	8	18	3	28	10	50	4
13	9	0	4	25		0	5
14	9	47	6	22	———		6
15	10	40	6	18	1	Mattino 2	7
16	11	37	7	12	1	57	8
17	0	Sera 36	8	3	2	45	9
18	1	37	8	52	3	25	10
19	2	39	9	38	4	0	11
20	3	39	10	22	4	30	12
21	4	40	11	5	4	58	13
22	5	40	11	48	5	23	14
23	6	39	———		5	48	15
24	7	39	0	Mattino 30	6	14	16
25	8	37	1	12	6	41	17
26	9	36	1	56	7	9	18
27	10	34	2	41	7	41	19
28	11	31	3	27	8	19	20
29	———		4	16	9	0	21
30	0	Matt. 24	5	6	9	48	22
31	1	14	5	57	10	44	23

Ultimo quarto il 2 a 6^h 15^m di matt.
Luna nuova il 9 a 5 21 di matt.
Primo quarto il 15 a 9 21 di sera.
Luna piena il 23 a 6 54 di sera.
Ultimo quarto il 31 a 9 11 di sera.

Aprile

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA: Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	1	Mattino 59	6	Mattino 49	11	M. 54	24
2	2	40	7	42	0	Sera 51	25
3	3	17	8	34	2	1	26
4	3	52	9	28	3	15	27
5	4	25	10	22	4	31	28
6	4	58	11	16	5	48	29
7	5	32	0	Sera 13	7	7	30
8	6	9	1	10	8	24	1
9	6	51	2	9	9	39	2
10	7	38	3	9	10	47	3
11	8	30	4	6	11	48	4
12	9	27	5	4	———		5
13	10	28	5	58	0	Mattino 40	6
14	11	30	6	48	1	23	7
15	0	Sera 32	7	36	2	0	8
16	1	33	8	21	2	32	9
17	2	34	9	4	3	1	10
18	3	33	9	46	3	27	11
19	4	33	10	28	3	53	12
20	5	31	11	11	4	18	13
21	6	31	11	54	4	44	14
22	7	30	———		5	13	15
23	8	29	0	38	5	34	16
24	9	25	1	25	6	19	17
25	10	21	2	13	7	0	18
26	11	11	3	2	7	46	19
27	11	59	3	53	8	38	20
28	———		4	64	9	36	21
29	0	Matt. 38	5	35	10	39	22
30	1	45	6	26	11	46	23

Luna nuova il 7 a 2^h 26^m di sera.
Primo quarto il 14 a 9 39 di matt.
Luna piena il 22 a 0 17 di sera.
Ultimo quarto li 30 a 7 53 di matt.

— LUNA —

Maggio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	h m	h m	h m	
1	1 50 Mattino	7 18 Mattino	0 56 Sera	24
2	2 22	8 9	2 8	25
3	2 54	9 2	3 22	26
4	3 26	9 56	4 39	27
5	4 2	10 52	5 55	28
6	4 40	11 50	7 11	29
7	5 24	0 50 Sera	8 24	1
8	6 15	1 50	9 31	2
9	9 11	2 49	10 28	3
10	9 11	3 46	11 16	4
11	9 16	4 40	11 58	5
12	10 20	5 30	———	6
13	11 23	6 17	0 33 Mattino	7
14	0 25 Sera	7 1	1 3	8
15	1 25	7 44	1 31	9
16	2 25	8 26	1 57	10
17	3 24	9 8	2 21	11
18	4 23	9 51	2 48	12
19	5 23	10 35	3 15	13
20	6 22	11 21	3 45	14
21	7 20	———	4 19	15
22	8 16	0 9 Mattino	4 58	16
23	9 8	0 59	5 42	17
24	9 58	1 49	6 33	18
25	10 39	2 41	7 30	19
26	11 19	3 32	8 32	20
27	11 52	4 23	9 37	21
28	———	5 14	10 46	22
29	0 25 Mattino	6 4	11 55	23
30	0 55	6 55	1 6 Sera	24
31	1 25	7 46	2 19	25

Luna nuova il 6 a 10h 48m di sera.
Primo quarto il 13 a 11 43 di sera.
Luna piena il 22 a 4 1 di matt.
Ultimo quarto il 29 a 3 12 di sera.

Giugno

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	h m	h m	h m	
1	1 58 Sera	8 39 Mattino	3 33 Sera	26
2	2 34	9 34	4 47	27
3	3 14	10 32	6 1	28
4	4 0	11 32	7 10	29
5	4 53	0 32 Sera	8 13	1
6	5 53	1 30	9 6	2
7	6 56	2 27	9 52	3
8	8 2	3 20	10 30	4
9	9 7	4 9	11 4	5
10	10 11	4 56	11 32	6
11	11 13	5 40	———	7
12	0 14 Sera	6 23	0 0 Mattino	8
13	1 13	7 5	0 25	9
14	2 13	7 48	0 51	10
15	3 12	8 31	1 17	11
16	4 11	9 16	1 46	12
17	5 10	10 3	2 18	13
18	6 7	10 52	2 55	14
19	7 2	11 43	3 38	15
20	7 53	———	4 26	16
21	8 31	0 35 Mattino	5 23	17
22	9 19	1 28	6 23	18
23	9 55	2 20	7 28	19
24	10 29	3 11	8 37	20
25	10 59	4 2	9 46	21
26	11 30	4 52	10 57	22
27	———	5 43	0 8 Sera	23
28	0 1 Mattino	6 34	1 20	24
29	0 34	7 27	2 32	25
30	1 12	8 22	3 44	26

Luna nuova il 5 a 7h 2m di matt.
Primo quarto il 12 a 3 31 di sera.
Luna piena il 20 a 5 21 di sera.
Ultimo quarto il 8 a 5 27 di sera.

— LUNA —

Luglio

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	1	54 Mattino	9	19 Mattino	4	53 Sera	27
2	2	42	10	17	5	58	28
3	3	37	11	16	6	54	29
4	4	38	0	13 Sera	7	44	30
5	5	43	1	8	8	26	1
6	6	49	1	59	9	0	2
7	7	54	2	48	9	33	3
8	8	57	3	34	10	1	4
9	10	0	4	18	10	28	5
10	11	— 0	5	0	10	54	6
11	0	1 Sera	5	43	11	19	7
12	1	0	6	26	11	47	8
13	1	59	7	10	—	—	9
14	2	57	7	56	0	18 Mattino	10
15	3	56	8	44	0	53	11
16	4	52	9	34	1	32	12
17	5	44	10	26	2	18	13
18	6	32	11	19	3	11	14
19	7	16	—	—	4	11	15
20	7	55	0	12 Mattino	5	16	16
21	8	30	1	3	6	24	17
22	9	2	1	57	7	34	18
23	9	34	2	49	8	46	19
24	10	5	3	40	9	58	20
25	10	38	4	32	11	— 10	21
26	11	14	5	24	0	22 Sera	22
27	11	53	6	18	1	34	23
28	—	—	7	13	2	43	24
29	0	39 Mattino	8	10	3	47	25
30	1	30	9	7	4	46	26
31	2	27	10	3	5	38	27

Luna nuova il 4 a 3^h 53^m di sera.
Primo quarto il 12 a 8 39 di matt.
Luna piena il 20 a 4 20 di matt.
Ultimo quarto il 27 a 1 3 di matt.

Agosto

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	3	28 Mattino	10	58 M.	6	20 Sera	28
2	4	34	11	50	7	0	29
3	5	38	0	40 Sera	7	32	1
4	6	43	1	27	8	3	2
5	7	46	2	12	8	30	3
6	8	48	2	55	8	50	4
7	9	48	3	38	9	22	5
8	10	48	4	21	9	50	6
9	11	46	5	5	10	19	7
10	0	45 Sera	5	50	10	51	8
11	1	43	6	36	11	29	9
12	2	39	7	25	—	—	10
13	3	33	8	15	0	11 Mattino	11
14	4	22	9	7	1	0	12
15	5	8	10	0	1	55	13
16	5	49	10	53	2	58	14
17	6	27	11	46	4	5	15
18	7	1	—	—	5	15	16
19	7	34	0	39 Mattino	6	28	17
20	8	7	1	32	7	42	18
21	8	40	2	25	8	56	19
22	9	16	3	19	10	10	20
23	9	54	4	4	11	— 24	21
24	10	38	5	9	0	34 Sera	22
25	11	27	6	6	1	41	23
26	—	—	7	2	2	40	24
27	0	23 Mattino	7	58	3	34	25
28	1	22	8	53	4	29	26
29	2	24	9	45	4	59	27
30	3	28	10	34	5	33	28
31	4	32	11	22	6	4	29

Luna nuova il 3 a 2^h 16^m di matt.
Primo quarto l' 11 a 2 19 di matt.
Luna piena il 18 a 1 43 di sera.
Ultimo quarto il 25 a 6 21 di matt.

— LUNA —

Settembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	h m	h m	h m	
1	5 Mattino 34	0 Sera 7	6 Sera 32	30
2	6 36	0 51	6 59	1
3	7 37	1 34	7 25	2
4	8 37	2 17	7 52	3
5	9 35	3 0	8 21	4
6	10 34	3 45	8 52	5
7	11 32	4 30	9 27	6
8	0 Sera 28	5 17	10 6	7
9	1 22	6 6	10 52	8
10	2 12	6 52	11 43	9
11	2 59	7 47	———	10
12	2 41	8 39	0 Mattino 41	11
13	4 20	9 32	1 44	12
14	4 56	10 25	2 52	13
15	5 30	11 18	4 4	14
16	6 4	———	5 18	15
17	6 37	0 Mattino 12	6 34	16
18	7 13	1 7	7 50	17
19	7 52	2 3	9 6	18
20	8 36	3 0	10 20	19
21	9 24	3 58	11 30	20
22	10 18	4 57	0 Sera 33	21
23	11 17	5 54	1 29	22
24	———	6 49	2 18	23
25	0 Mattino 19	7 42	2 59	24
26	1 21	8 32	3 35	25
27	2 24	9 19	4 7	26
28	3 27	10 5	4 35	27
29	4 28	10 49	5 3	28
30	5 29	11 32	5 29	29

Luna nuova l' 1 a 3h 3m di sera.
Primo quarto il 9 a 7 27 di sera.
Luna piena il 16 a 10 31 di sera.
Ultimo quarto il 23 a 1 40 di sera.

Ottobre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA Nascere	Passaggio al meridiano	Tramontare	GIORNO della Luna
	h m	h m	h m	
1	6 Mattino 28	0 Sera 15	5 Sera 55	1
2	7 27	0 58	6 24	2
3	8 26	1 42	6 54	3
4	9 24	2 27	7 27	4
5	10 20	3 13	8 5	5
6	11 14	4 0	8 48	6
7	0 Sera 5	4 49	9 36	7
8	0 12	5 39	10 29	8
9	1 35	6 29	11 28	9
10	2 14	7 20	———	10
11	2 51	8 11	0 Mattino 32	11
12	3 24	9 2	1 40	12
13	3 57	9 55	2 51	13
14	4 31	10 49	4 5	14
15	5 6	11 45	5 21	15
16	5 44	———	6 38	16
17	6 26	0 Mattino 43	7 55	17
18	7 14	1 43	9 10	18
19	8 8	2 44	10 19	19
20	9 7	3 44	11 20	20
21	10 10	4 41	0 Sera 13	21
22	11 13	5 37	0 59	22
23	———	6 28	1 35	23
24	0 Mattino 17	7 17	2 9	24
25	1 20	8 3	2 39	25
26	2 21	8 47	3 6	26
27	3 22	9 30	3 32	27
28	4 21	10 13	3 59	28
29	5 20	10 56	4 27	29
30	6 20	11 39	4 56	30
31	7 18	0 Sera 24	5 28	1

Luna nuova l' 1 a 6h 44m di matt.
Primo quarto il 9 a 11 9 di matt.
Luna piena il 16 a 7 35 di matt.
Ultimo quarto il 23 a 0 8 di matt.
Luna nuova il 31 a 0 46 di matt.

— LUNA —

Novembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	8	14	1	10	6	4	2
2	9	10	1	57	6	45	3
3	10	1	2	46	7	32	4
4	10	49	3	34	8	23	5
5	11	33	4	24	9	19	6
6	0	13	5	13	10	20	7
7	0	49	6	2	11	24	8
8	1	22	6	52	—		9
9	1	55	7	42	0	22	10
10	2	26	8	34	1	41	11
11	2	58	9	27	2	54	12
12	3	34	10	23	4	9	13
13	4	14	11	21	5	25	14
14	4	59	—		6	41	15
15	5	51	0	22	7	55	16
16	6	50	1	24	9	2	17
17	7	53	2	26	10	1	18
18	8	58	3	24	10	51	19
19	10	5	4	20	11	34	20
20	11	10	5	11	0	10	21
21	—		6	0	0	42	22
22	0	13	6	45	1	10	23
23	1	14	7	29	1	37	24
24	2	14	8	12	2	3	25
25	3	14	8	54	2	30	26
26	4	11	9	37	2	58	27
27	5	10	10	22	3	29	28
28	6	8	11	7	4	4	29
29	7	4	11	54	4	44	30
30	7	58	0	43	5	29	1

Primo quarto l' 8 a 0h 54m di matt.
Luna piena il 14 a 5 27 di sera
Ultimo quarto il 21 a 2 33 di sera.
Luna nuova il 29 a 7 44 di sera.

Dicembre

GIORNO del Mese	TEMPO MEDIO DI ROMA — Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		GIORNO della Luna
	h	m	h	m	h	m	
1	8	47	1	32	6	19	2
2	9	33	2	21	7	14	3
3	10	14	3	11	8	13	4
4	10	51	4	0	9	16	5
5	11	25	4	48	10	21	6
6	11	57	5	37	11	28	7
7	0	26	6	26	—		8
8	0	58	7	16	0	36	9
9	1	40	8	9	1	47	10
10	2	7	9	4	3	0	11
11	2	47	10	2	4	14	12
12	3	34	11	3	5	28	13
13	4	19	—		6	38	14
14	5	30	0	4	7	43	15
15	6	35	1	5	8	39	16
16	7	43	2	4	9	27	17
17	8	52	2	59	10	7	18
18	9	57	3	50	10	41	19
19	11	2	4	39	11	12	20
20	—		5	24	11	39	21
21	0	3	6	8	0	7	22
22	1	4	6	51	0	33	23
23	2	2	7	34	1	1	24
24	3	1	8	18	1	31	25
25	3	59	9	3	2	4	26
26	4	56	9	49	2	42	27
27	5	51	10	37	3	25	28
28	6	43	11	27	4	13	29
29	7	30	0	17	5	7	30
30	8	14	1	7	6	6	1
31	8	53	1	57	7	8	2

Primo quarto il 7 a 0h 35m di sera
Luna piena il 14 a 4 18 di matt.
Ultimo quarto il 21 a 8 58 di matt.
Luna nuova il 29 a 1 49 di sera.

ECCLISSI

(1883)

---

22 *Aprile.* Ecclisse parziale di Luna invisibile a Torino.

6 *Maggio.* Ecclisse totale di Sole invisibile a Torino.

16 *Ottobre.* Ecclisse parziale di Luna invisibile a Torino.

30 *Ottobre.* Ecclisse annulare di Sole invisibile a Torino.

TEMPO MEDIO DI ROMA	MERCURIO						VENERE					
	Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare	
	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
1 Gennaio	8	46	0	3	5	21	5	11	10	2	2	5
11 »	8	56	1	32	6	9	4	48	9	38	2	2
21 »	8	46	1	46	6	45	4	38	9	25	2	1
1 Febbraio	7	50	1	5	6	20	4	36	9	19	2	
11 »	6	33	11	36	4	38	4	39	9	19	1	5
21 »	6	1	10	54	3	47	4	42	9	22	1	
1 Marzo	5	54	10	47	3	40	4	44	9	27	2	1
11 »	5	50	10	54	3	59	4	43	9	33	2	9
21 »	5	49	11	11	4	34	4	39	9	40	2	4
1 Aprile	5	42	11	35	5	30	4	30	9	46	3	
11 »	5	36	0	2	6	30	4	21	9	52	3	9
21 »	5	40	0	40	7	42	4	9	9	56	3	4
1 Maggio	5	41	1	19	8	58	3	56	10	1	4	
11 »	5	48	1	43	9	38	3	21	10	5	4	
21 »	5	46	1	40	9	33	3	30	10	11	4	
1 Giugno	5	19	0	58	8	36	3	19	10	18	5	
11 »	4	36	11	59	7	22	3	10	10	26	5	
21 »	3	51	11	10	6	29	3	5	10	36	6	
1 Luglio	3	21	10	50	6	20	3	6	10	48	6	
11 »	3	20	11	4	6	48	3	15	11	1	6	
21 »	3	58	11	44	7	29	3	29	11	14	6	
1 Agosto	5	12	0	39	8	5	3	51	11	29	7	
11 »	6	18	1	15	8	10	4	15	11	41	7	
21 »	7	12	1	37	8	1	4	42	11	51	7	
1 Settembre	7	55	1	49	7	42	5	11	0	1	6	
11 »	8	20	1	50	7	21	5	38	0	8	7	
21 »	8	21	1	35	6	49	6	3	0	15	6	
1 Ottobre	7	25	0	46	6	8	6	29	0	21	6	2
11 »	5	43	11	32	5	22	6	56	0	28	5	
21 »	5	5	10	59	4	52	7	23	0	35	5	5
1 Novembre	5	38	11	9	4	41	7	55	0	46	5	7
11 »	6	27	11	30	4	34	8	22	0	57	5	2
21 »	7	15	11	54	4	34	8	38	1	1	5	4
1 Dicembre	7	58	0	20	4	43	9	10	1	26	5	2
11 »	8	38	0	49	5	1	9	25	1	41	5	7
21 »	9	5	1	19	5	33	9	33	1	56	6	9
31 »	9	15	1	43	6	12	9	35	2	10	6	5

ETI

MARTE						GIOVE						SATURNO					
Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare		Nascere		Passaggio al meridiano		Tramontare	
h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
7	42 Mattino	11	58 Mattino	4	14 Sera	4	25 Sera	11	10 Sera	5	10 Mattino	1	39 Sera	8	46 Sera	3	53 Mattino
7	33	11	52	4	11	3	40	10	25	6	10	0	58	8	5	3	12
7	22	11	45	4	8	2	57	9	42	5	27	0	18	7	25	2	32
7	12	11	38	4	4	1	11	8	55	4	39	11	35 Mattino	6	43	1	51
6	52	11	31	4	10	0	30	8	15	4	0	10	57	6	5	1	13
6	34	11	23	4	12	11	55	7	40	3	25	10	18	5	27	0	36
6	19	11	17	4	15	11	21	7	6	2	51	9	40	4	58	0	8
5	59	11	8	4	17	10	44	6	24	2	14	9	10	4	21	11	32 Sera
5	37	10	58	4	19	10	8	5	54	1	40	8	33	3	46	10	59
5	12	10	47	4	22	9	30	5	16	1	2	7	53	3	7	10	21
4	50	10	37	4	24	8	57	4	43	0	29	7	17	2	32	9	47
4	26	10	26	4	26	8	24	4	11	11	58	6	42	1	58	9	14
4	3	10	15	4	27	7	52	3	39	11	26	6	5	1	23	8	41
3	39	10	3	4	27	7	21	3	8	10	55	5	30	0	49	8	8
3	16	9	52	4	28	6	51	2	38	10	55	4	54	0	15	7	36
3	51	9	40	4	29	6	18	2	5	9	52	4	14	11	36	6	58
2	28	9	29	4	30	5	49	1	35	9	21	3	41	11	4 Mattino	6	27
2	4	9	18	4	32	5	20	1	5	8	50	3	5	10	29	5	53
1	48	9	8	4	28	4	51	0	35	8	20	2	29	9	55	5	21
1	29	8	57	4	25	4	23	0	6	7	49	1	53	9	20	4	47
1	12	8	47	4	22	3	54	11	36	7	18	1	17	8	45	4	13
0	45	8	36	4	17	3	19	11	0	6	41	0	36	8	5	3	34
0	40	8	25	4	10	2	53	10	33	6	13	0	1	7	30	2	59
0	26	8	14	4	2	2	25	10	3	5	41	11	23 Sera	6	53	2	23
0	13	8	1	3	49	1	53	9	29	5	1	10	42	6	12	1	42
0	1	7	48	3	35	1	23	8	57	4	31	10	5	5	34	1	3
1	51	7	35	3	19	0	53	8	25	3	40	9	26	4	55	0	21
1	39 Sera	7	20	3	1	0	31	8	2	3	33	8	46	4	16	11	44 Mattino
1	26	7	3	2	40	11	53 Mattino	7	18	2	47	8	7	3	35	11	4
1	13	6	45	2	17	11	19	6	43	2	11	7	25	2	54	10	23
0	58	6	24	1	50	10	35	6	3	1	31	6	40	2	9	9	38
0	40	6	2	1	22	9	59	5	26	1	3	5	58	1	26	8	54
0	18	3	37	0	56	9	21	4	48	0	15	5	17	0	44	8	11
9	43	5	9	0	25	8	40	4	8	11	36 Sera	4	31	11	58 Sera	7	25
9	23	4	38	11	53 Matt.	7	58	3	26	10	54	3	49	11	14	6	39
8	47	4	3	11	19	7	15	2	44	10	13	3	7	10	32	5	57
8	5	3	23	10	41	6	29	2	0	9	31	2	26	9	50	5	14

Nell'adunanza del 25 p. p. Giugno il Socio Comm. Prof. Alfonso Cossa lesse un suo lavoro « *Intorno alla vita ed alle opere di Raffaele Piria* », che verrà pubblicato nei volumi delle *Memorie*.

Adunanza del 3 Dicembre 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. SENATORE E. RICOTTI

Il Socio Cav. Prof. Andrea NACCARI presenta e legge il seguente lavoro dei signori Dottori, S. PAGLIANI Prof. di Fisica nel R. Istituto tecnico di Torino, e Angelo EMO,

SULL'ASSORBIMENTO

DEL

GAS AMMONIACO NEGLI ALCOOLI.

In continuazione di uno studio sull'assorbimento dei gas, del quale furono già pubblicati alcuni risultati negli Atti di questa Reale Accademia (Vol. XVI, anno 1879) il Prof. Naccari e uno di noi abbiamo istituite alcune esperienze per determinare il coefficiente di assorbimento dell'ammoniaca nell'alcool ordinario. Già nei primi tentativi fatti per determinare con metodo fisico quel coefficiente avvertimmo un risultato abbastanza notevole, che cioè l'ammoniaca, a differenza della massima parte degli altri gas, è molto meno solubile nell'alcool che non nell'acqua.

Per circostanze particolari il Prof. Naccari, non potendo continuare le esperienze, affidava a noi l'incarico di farle nel Laboratorio, da Lui diretto, del che gli siamo sommamente grati. Noi abbiamo esteso le ricerche anche agli alcoli propilico primario e isobutilico.

Il metodo da noi adoperato, a differenza di quelli adoperati da altri, come Carius, Roscoe e Dittmar, Sims e Watts per studiare l'assorbimento dei gas molto solubili nell'acqua e nell'alcool, è un metodo fisico. Per usare un procedimento di tal natura era necessario di mettersi in condizioni tali da far agire una piccola quantità di liquido sopra una quantità di gas relativamente grande. Ci siamo ancora serviti dell'apparecchio del Bunsen, ma in modo alquanto diverso dall'ordinario. Si intro-

duceva il gas nel tubo graduato dell'apparato, e si facevano le debite osservazioni per il volume e la pressione del gas prima dell'assorbimento. Quindi si faceva arrivare nel gas il liquido, contenuto in una boccettina di vetro, analoga a quelle adoperate nel metodo di Hofmann per la determinazione delle densità dei vapori. La boccettina non era perfettamente chiusa, ma fra il tappo e la parete del collo si metteva un sottile filo di platino. In questo modo, quando essa era arrivata al di sopra della colonna di mercurio, si poteva con piccole scosse staccare il tappo dalla boccetta, che rimaneva così aperta ed il liquido veniva in tal modo a contatto del gas. Eseguita questa operazione, si chiudeva inferiormente il tubo e lo si portava nell'apparato. Qui lo si riapriva, e con aggiunta di mercurio, si produceva una pressione conveniente. Per il resto si operava come al solito.

Riguardo al calcolo del coefficiente di assorbimento abbiamo dovuto introdurre qualche modificazione relativa alla riduzione dei volumi del gas ammoniaco alle condizioni normali, in quanto che questo gas non segue la legge di Boyle esattamente, anche a basse pressioni, ed il suo coefficiente di dilatazione deve essere diverso da quello dell'aria. Riguardo a quest'ultimo, per quanto sappiamo, non fu ancora determinato, ed abbiamo assunto il valore 0,0039, prossimo a quello del gas solforoso, per il quale si ha, secondo Regnault (*Ann. Chim. Phys.* 1842 [3], V); $\alpha = 0{,}0039028$ fra 0° e 100°, e secondo Amagat (*Jahr. Ber.*, 1871,55) $\alpha = 0{,}004005$ fra 10° e 20° e $\alpha = 0{,}003846$ a 50°. Riguardo poi alla prima circostanza le esperienze di Regnault (*Mém. de l'Acad.* XXVI, 229) dimostrano, che per l'ammoniaca, già per pressioni relativamente piccole, chiamando V il volume del gas alla pressione P, e V_1 il volume alla pressione maggiore P_1, il rapporto $\frac{VP}{V_1 P_1}$ è maggiore dell'unità e precisamente si ha per la temperatura di 8°, 1

fra le pressioni $668^{mm}, 93$ e $703^{mm}, 53$, $\frac{VP}{V_1 P_1} = 1{,}000\,76$

e fra le pressioni $703^{mm}, 53$ e $741^{mm}, 23$, $\frac{VP}{V_1 P_1} = 1{,}000\,98$.

Perciò abbiamo creduto di assumere quel rapporto come uguale all'unità per le pressioni inferiori a 600^{mm}, per quelle comprese fra 600^{mm} e 700^{mm} abbiamo introdotto nel calcolo il primo dei valori ora indicati, per quelle sopra 700^{mm}, il secondo.

Il gas ammoniaco veniva disseccato completamente facendolo passare attraverso ad una colonna di calce viva, e non si introduceva nel tubo da esperienze, se non si era prima provato, che tutto era solubile nell'acqua.

L'alcool, soggetto di studio, era distillato sul sodio in un apparecchio, nel quale si faceva passare una corrente continua di aria essiccata con cura. La porzione da sperimentarsi era ricevuta dal refrigerante direttamente nella boccettina.

Per avere il volume del liquido, sottoposto all'esperienza, si era determinato precedentemente il volume della boccetta. A tale scopo si pesò più volte la boccetta piena d'acqua, riempiendola ad ogni volta, e chiudendola il più che era possibile sempre nello stesso modo, quale doveva poi usarsi nelle esperienze. Le differenze osservate nelle pesate furono piccolissime. Si dedusse il volume dalla media di queste pesate e si trovò uguale a cm^3. 0,5996. Si potrà sempre però osservare come non si possa esser certi di chiudere precisamente sempre nello stesso modo la boccetta e che quindi vi possa essere qualche incertezza relativamente al volume del liquido impiegato. Egli è perciò che uno di noi si propone di ripetere questo studio con un apparecchio speciale, che deve consentire maggior esattezza in dette misure. Tuttavia, siccome anche le differenze nel volume del liquido da una serie all'altra di esperienze, devono essere piccolissime, secondo quanto abbiamo detto sopra, perciò non crediamo senza interesse di pubblicare le esperienze fatte in quel modo, i risultati delle quali se non conducono a valori assoluti di somma esattezza, servono a stabilire con certezza ed almeno in modo relativo il fatto, accennato in principio, della molto minor solubilità dell'ammoniaca negli alcoli studiati che non nell'acqua.

Nelle tabelle seguenti la seconda colonna contiene le temperature determinate con un termometro, che fu confrontato con un Fastré, già comparato con un termometro ad aria. Nella terza colonna si hanno le pressioni corrette e ridotte a 0°. I valori delle tensioni degli alcoli si presero per l'etilico dalla tavola inserta nel libro di Bunsen (*Gasometrische Methoden*, 1877), per il propilico e l'isobutilico si calcolarono dalle formole stabilite dal Prof. Naccari e da uno di noi in un precedente lavoro sulla tensione massima dei vapori di alcuni liquidi (*Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino*, XVI), essendosi adoperate le stesse sostanze nelle nostre esperienze. Nella quarta colonna sono riportati

i valori del coefficiente di assorbimento, quali furono determinati direttamente nelle condizioni dell'esperienza, ed espresso in volumi. Nella quinta colonna si hanno questi valori ridotti alla pressione di 760^{mm}, nella supposizione che si verifichi la legge di Henry. Nella sesta colonna infine quei coefficienti espressi in peso, cioè le quantità q in milligrammi di ammoniaca, che vengono assorbite alle condizioni di temperatura e di pressione delle esperienze da un gramma d'acqua.

Gas ammoniaco e Alcool etilico.

Serie I.

N°	t°	P	$\alpha(P, t)$	$\alpha(760, t)$	$q(P, t)$
1	23°.00	455. 22	86. 667	145. 66	66. 3
2	21. 32	443. 78	89. 789	153. 76	68. 5
3	21. 61	511. 05	98. 531	147. 88	75. 4
4	21. 70	568. 27	106. 525	142. 46	81. 5
		Serie II.			
5	22. 10	467. 35	92. 294	150. 08	70. 6
6	23. 19	629. 17	113. 220	136. 76	76. 6
7	24. 60	634. 36	110. 230	132. 06	84. 4
8	23. 10	630. 39	114. 060	137. 51	87. 3
		Serie III.			
9	20°.40	457. 00	92. 673	154. 11	70. 9
10	22. 75	474. 89	89. 758	143. 65	68. 7
11	22. 70	525. 49	98. 272	142. 13	75. 2
12	22. 98	623, 65	111. 510	135. 89	85. 3
13	23. 16	683. 23	119. 420	132. 83	91. 4

Gas ammoniaco e alcool propilico primario.

Serie I.

N°	t°	P	$\alpha(P, t)$	$\alpha(760, t)$	$q(P, t)$
14	21. 74	464. 83	69. 861	114. 22	53. 4
15	19. 60	456. 59	73 937	123. 07	56. 6
16	19. 80	484. 36	77. 360	121. 38	59. 2
17	19. 90	525. 54	82. 028	118. 62	62. 7
18	20. 90	588. 08	88. 207	113. 99	67. 5
19	21. 36	722. 88	102. 330	107. 58	78. 3
		Serie II.			
20	20°.62	416. 97	66. 578	121. 35	50. 9
21	20. 43	453. 82	72. 326	121. 12	55. 3
22	20. 62	498. 77	77. 905	118. 71	59. 6
23	20. 96	576. 00	86. 805	114. 53	66. 4
24	21. 20	706. 00	100. 383	108. 31	76. 8

Gas ammoniaco e alcool isobutilico.

Serie I.

N°	t	P	$\alpha(P, t)$	$\alpha(760, t)$	$q(P, t)$
25	20°.20	479. 00	70. 981	112. 62	54. 3
26	20. 18	523. 11	77. 219	112. 19	59. 1
27	20. 49	585. 21	84. 055	109. 16	64. 3
28	20. 42	659. 89	92. 173	106. 14	70. 5
29	20. 62	725. 30	98. 498	103. 21	75. 4

Serie II.

N°	t	P	$\alpha(P, t)$	$\alpha(760, t)$	$q(P, t)$
30	21°.19	538. 90	67. 822	95. 654	51. 9
31	21. 00	587. 99	72. 815	94. 116	55. 7
32	21. 21	639. 33	79. 190	94. 145	60. 6
33	21. 25	733. 86	87. 676	90. 795	67. 1

Dai risultati sperimentali esposti nelle precedenti tabelle si possono dedurre alcune conclusioni intorno all'assorbimento dell'ammoniaca negli alcoli studiati.

1° Se si confrontano i valori dei coefficienti da noi ottenuti per gli alcooli con quelli trovati per l'assorbimento nell'acqua del gas ammoniaco da Roscoe e Dettmar (*Ann. Chem. Pharm.*, 112, 349) e da Sims (stessi annali, 118, 345) si deduce che la solubilità dell'ammoniaca nell'alcool etilico, come negli altri è molto minore che non nell'acqua. In questo il gas ammoniaco si distingue affatto dalla massima parte degli altri gas, i quali sono in generale più solubili nell'alcool ordinario che nell'acqua, come si può vedere dalle tavole dei coefficienti di assorbimento dei gas, che si trovano nel libro già citato di Bunsen.

2° Il gas ammoniaco nei limiti di pressione nei quali abbiamo operato (417^{mm} a 734^{mm}) non segue nel suo assorbimento negli alcoli la legge di Henry. I valori di $\alpha \frac{760}{P}$ non si mantengono costanti, ma tendono ad uguali temperature, a diminuire col crescere della pressione. In ciò l'ammoniaca si comporta come coll'acqua (Sims, *loc. cit.*) e come con questa si comportano il gas cloridrico (Roscoe e Dettmar, *loc. cit.*) ed il gas solforoso (Sims.) specialmente a basse pressioni, ed il gas carbonico ad alte pressioni (Wroblewski, *Compt. Rend.*, XCIV, 954;

3° Come in generale si osserva nell'assorbimento dei gas, il coefficiente aumenta col diminuire della temperatura, a parità di pressione;

4° Confrontando i coefficienti di assorbimento dell'ammoniaca nei tre alcooli studiati, si osserva che, a parità di condi-

zioni di temperatura e di pressione, il valore di quei coefficienti va diminuendo col crescere del peso molecolare dell'alcool.

Come è noto, coll'apparecchio di Bunsen, si può solo operare alla temperatura dell'ambiente, ed entro a ristretti limiti di pressione. Speriamo, con un apparecchio più conveniente al nostro scopo, di poter operare in condizioni più diverse e di poter estendere quindi queste ricerche.

Dal Laboratorio di Fisica della R. Università di Torino, Dicembre, 1882.

Il Socio Comm. Michele LESSONA presenta e legge la seguente Nota del sig. Mario G. PERACCA, Studente in Medicina:

DI UN

SEPS CHALCIDES

trovato il 18 Maggio 1882 sul versante meridionale del colle la Maddalena, presso Torino.

Il 18 Maggio del corrente anno io saliva la collina di Torino verso Cavoretto in cerca di rettili e di insetti. Alle 11 $^1/_2$ dopo lunghissima strada era giunto sul versante meridionale del colle la Maddalena, dal lato che guarda la pianura tra Moncalieri e Revigliasco. Si è in quella località che trovai presso un cespuglio di rovere che fiancheggiava una stradicciuola sassosa ed asciutta, battuta in pieno dal sole di mezzogiorno e distante un 20 minuti di cammino dalla sommità del colle, un *Seps chalcides*, Scinco che finora non era stato trovato mai in Piemonte. Questo saurio si trova nell'Italia meridionale, in Sicilia ed in Sardegna assai frequentemente: e la località più settentrionale in cui si era trovato finora in Italia era la Liguria. Credo quindi non indegna di essere riferita la notizia della cattura del *Seps chalcides* al di qua dell'Appennino.

L'individuo da me raccolto misura dall'apice del muso all'apice della coda 19 cm. e 3m., di cui 9 cm. spettano al capo ed al tronco, e 10 cm. e 3m. alla coda. Non presenta quanto alla colorazione alcuna notevole differenza dai *Seps* della Liguria e del Nizzardo che ebbi agio di osservare.

Adunanza del 17 Dicembre 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Comm. Prof. Alfonso Cossa presenta e legge, a nome dell'Autore, sig. Carlo Friedel, dell'Istituto di Francia, Corrispondente dell'Accademia di Torino, la seguente Nota,

SUR LA
BRUCITE DE COGNE
(VALLÉE D'AOSTE).

M. Parran, Ingénieur des Mines, m'a remis il y a déjà plusieurs années, pour la collection de l'École des Mines de Paris, un échantillon qui lui avait été donné à Cogne (Vallée d'Aoste) comme du talc. J'ai reconnu à l'examen des caractères extérieurs que c'était de la Brucite. L'échantillon est en grandes lames d'un blanc légèrement jaunâtre, tendres, à clivages très-faciles, birifrangentes à un axe positif; il ressemble tout-à-fait à la Brucite bien connue de Hoboken (New-Jersey).

J'ignorais si ce minéral avait été déjà signalé dans cette localité nouvelle. Ayant lu dernièrement dans les *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, que M. le Professeur Cossa avait présenté à cette Savante Compagnie un Mémoire de M. Zecchini sur la magnétite compacte de Cogne, j'ai demandé à l'éminent chimiste et minéralogiste si la Brucite de Cogne était connue. Il a bien voulu me répondre en m'engageant à publier mon observation.

J'ai l'honneur de la transmettre à l'Académie en y joignant l'analyse qui j'ai faite du minéral, ce qui montre son identité

avec les Brucites des localités connues, et particulièrement avec celle d'Hoboken.

J'ai trouvé en opérant sur 0,5148 gr. :

Magnésie	67. 06
Protoxyde de fer . . .	1. 13
Eau	29. 48
Silice et partie insoluble .	2. 13
	99. 80 ,

ou en déduisant la silice et la partie insoluble :

Magnésie	68. 53
Protoxyde de fer . . .	1. 15
Eau	30 13
	99. 81 .

La formule $Mg\,0.\,H^2O$ ou $Mg\,(OH)^2$ exige Mg $0 = 68.\,97$. Eau $= 31.\,03$.

La Brucite de Cogne accompagne la serpentine ; la Brucite s'y rencontre donc dans des conditions analogues à celles que présentent ses autres gisements.

Lo stesso Socio Cossa presenta e legge la seguente

COMUNICAZIONE PREVENTIVA

SULLA

PRODUZIONE DELLO SCATOL

del

Sig. M. FILETI

Professore di Chimica nella R. Università di Torino.

Nella preparazione della cumidina distillando l'amido-cuminato di bario con barite, ho ottenuto come prodotto secondario dello scatol. Ho potuto inoltre constatare che non se ne forma quando l'acido amido-cuminico impiegato è completamente esente di acido nitro-cuminico. Mi occupo attualmente nella continuazione di queste ricerche, delle quali a suo tempo comunicherò i risultati all'Accademia.

Il Socio Cossa presenta ancora e legge la seguente Nota del sig. Cav. Ermenegildo Rotondi, Prof. nel R. Museo industriale italiano:

AZIONE DELL' ELETTROLISI

SULLE

SOLUZIONI D'ACIDO PIROGALLICO.

È noto, che ossidando l'acido pirogallico con permanganato potassico in soluzione solforica, si ottiene un composto chiamato da Girard (1) *porporogallina*, sostanza che cristallizza in aghi di colore rosso bruno assai simili nell'aspetto a quelli dell'alizarina sublimata. — Nel 1872 Wichelhaus (2) ottenne il medesimo prodotto ossidando il pirogallolo coll'acido cromico, e recentemente, Clermont e Chautard (3) ripresero tale studio, allo scopo di stabilirne la vera composizione sulla quale non sono d'accordo i citati esperimentatori.

Clermont e Chautard impiegarono per ossidante non solo il permanganato potassico e l'acido cromico, ma fecero anche uso della reazione indicata da Struve, che consiste nell'abbandonare all'aria una soluzione d'acido pirogallico mescolata a gomma. Coi diversi metodi impiegati per l'ossidazione, ebbero sempre un identico prodotto, avente tutte le proprietà chimiche e fisiche della porporogallina, e corrispondente alla formola $C_{20} H_{16} O_9$, data per la prima volta da Girard. I predetti autori, attribuiscono i diversi risultati ottenuti da Wichelhaus ad un'imperfetta purificazione

(1) *Comptes rendus*, t. LXIX.
(2) *Berich. der deutsch. chem. Gesellschaft*, t. V.
(3) *Comptes rendus*, t. XLIV.

della sostanza analizzata, avendo essi provato, che oltre la porporogallina, si forma del pirogallochinone ed altri composti d'ossidazione fin'ora non bene studiati.

Nell'intento di facilitare lo studio dei prodotti di ossidazione dell'acido pirogallico, pensai di ricorrere all'elettrolisi. Esperienze iniziate in comune col Dr. A. Testa provarono infatti, che elettrolizzando soluzioni di pirogallolo acidificate con acido solforico, si ottiene al polo positivo un prodotto cristallizzato in aghi, mescolato a piccola quantità di una sostanza nera amorfa, che si può facilmente separare basandosi sulla sua insolubilità nell'alcool. La soluzione alcoolica abbandona colla evaporazione dei cristalli aghiformi giallo-rossastri, che colla sublimazione dànno una sostanza avente tutti i caratteri della porporogallina. Dall'elettrolisi dell'acido pirogallico, si hanno inoltre altri prodotti, che si possono separare dal liquido elettrolizzato (fino al punto in cui più non si forma porporogallina), dopo di averlo saturato con carbonato di bario, ed evaporato il liquido che si ottiene dalla filtrazione.

Le ricerche elettrolitiche fin ora eseguite, lasciano dubitare che la porporogallina non sia un prodotto di ossidazione diretta dell'acido pirogallico, come ordinariamente si ritiene, ma che derivi invece da un composto intermedio, nel quale si trasformerebbe dapprima il pirogallolo. Contrariamente poi a quanto ammettono Clermont e Chautard, la porporogallina non è suscettibile di trasformarsi all'aria in altri composti più ossigenati solubili in acqua, perchè essa non subisce alcuna alterazione quando si sottomette all'azione dell'elettrolisi.

È mia intenzione di continuare lo studio dei prodotti dell'elettrolisi del pirogallolo, dei quali diedi un breve cenno in questa nota preliminare, e di estendere simili ricerche sulle soluzioni d'acido gallico e tannico.

Dal Laboratorio di Chimica Industriale del R. Museo Industriale di Torino - Dicembre 1882.

Dello stesso Prof. E. Rotondi, il Socio Cossa presenta ancora e legge la seguente Nota

SULLA DECOMPOSIZIONE

DEL

CLORURO DI SODIO

MEDIANTE L'ELETTROLISI

E SUE APPLICAZIONI INDUSTRIALI.

È noto, che una soluzione di cloruro di sodio assoggettata all'elettrolisi si decompone nei proprii elementi; il sodio sotto forma di idrato, si porta al polo negativo unitamente all'idrogeno dell'acqua da esso decomposta, e il cloro al polo positivo, ove in parte resta allo stato libero, ed in parte, a causa di reazioni secondarie forma acido cloridrico e composti ossigenati diversi, come provarono Hisinger e Berzelius (1), D'Almeida (2) e Boekman (3). Noi vedremo in seguito, come le dette reazioni secondarie si possono impedire, elettrolizzando soluzioni di cloruro di sodio mantenute costantemente sature.

Nelle numerose ricerche fatte dai chimici, ed industriali per preparare direttamente la soda dal cloruro sodico, si pensò di ricorrere all'elettrolisi, ma i processi suggeriti non fornirono fino ad ora utili risultati. — Passando in rassegna la letteratura scientifica sopra tale argomento, troviamo che l'idea di trasformare industrialmente il cloruro di sodio in idrato o carbonato,

(1) *Annales de Chim.*, t LI.
(2) *Annales de Chim. et de Phys.*, serie 3ª, t. LI.
(3) *Annales de Chim.*, t. XLI.

venne per la prima volta a Cooke (1), il quale propose di dividere un recipiente in tre compartimenti a mezzo di diaframmi porosi, di mettere nel compartimento di mezzo delle lamine di rame con acqua pura, e negli altri due sale di cucina e ritagli di ferro. Facendo comunicare il ferro col rame si stabilisce la corrente elettrica; il ferro si trasforma in cloruro, e il sodio sotto forma di idrato si porta nel compartimento di mezzo.

Poco tempo dopo, E. Watt (2) propose la decomposizione elettrica dei cloruri alcalini, mescolati ad acido solforico, per la produzione del cloro e la preparazione degli ipocloriti.

Nel 1853 Edmondo Stanley (3) suggerì un metodo analogo a quello di Cooke, e nel 1862 Dikson brevettò un processo simile a quello di Watt, asserendo che si può favorire la decomposizione elettrica del cloruro di sodio mediante la presenza di un'infinità di composti chimici.

Nel 1872 D. G. Fitz-Gerald e B. C. Molloy (4), facendo uso di elettrodi di coke impregnato di paraffina, utilizzarono i cloruri contenuti nelle acque del mare, per ottenere da esse una corrente di cloro.

Nel luglio 1880 Th. Wastschuk e N. Glanchoff di Mosca, brevettarono un processo col quale, la decomposizione della soluzione di cloruro di sodio, posta in un recipiente diviso in due compartimenti da un diaframma, si effettua colla corrente prodotta da una macchina dinamo-elettrica. In tal modo, ha luogo formazione di idrato sodico che si accumula al polo negativo, e svolgimento di cloro al positivo.

Nel 1881 Wollheim prese in Germania un brevetto, per preparare l'alcali caustico puro a mezzo dell'elettrolisi di una soluzione di cloruro sodico, contenuta in un recipiente diviso da un diaframma in due compartimenti; nell'uno si mette l'elettrodo positivo, e nell'altro il negativo. Prima dell'operazione, si riempie il compartimento in cui si trova l'elettrodo negativo colla soluzione dell'alcali che si vuol isolare, e nell'altro si fa sgocciolare la soluzione del sale da decomporre. Siccome la corrente elet-

---

(1) *Brevetto inglese del* 3 *maggio* 1851.
(2) *Brevetto inglese del* 25 *settembre* 1851.
(3) Id. 5 *aprile* 1853.
(4) Id. 6 *maggio* 1872, e *Berichte der deut. chem. ges.*, t. VI.

trica isola il metallo, e lo trasporta esclusivamente al polo negativo, la soluzione alcalina si concentra e la si può estrarre in maniera continua.

Nel corrente anno A. Lidoff e W. Tichomivoff (1), studiarono il medesimo argomento specialmente dal punto di vista della trasformazione del cloruro di sodio in ipoclorito e clorato.

Tenendo dietro ai progressi fatti nella produzione dell'elettricità mediante l'uso delle macchine dinamo-elettriche, ed alle applicazioni che di esse già se ne fecero nella preparazione delle materie coloranti (2), nella tintoria, nella stampa dei tessuti (3), e specialmente nell'arte metallurgica, nella quale si raggiunge non solo l'intento di separare e purificare metalli fra di loro mescolati, ma a ricavare anche direttamente per via galvanica metalli dai loro minerali, di cui ne abbiamo un esempio nel procedimento dell'Ing. Marchesi (4), ho creduto di qualche utilità l'intraprendere alcune ricerche relative all'elettrolisi delle soluzioni di cloruro di sodio, onde poter giudicare della convenienza del suo impiego nella preparazione della soda, del cloro, degli ipocloriti, nell'industria dell'imbiancamento delle fibre tessili ed altre che con essa hanno relazione.

Il concetto che mi guidò nelle ricerche in seguito esposte, fu quello di trovare condizioni tali onde ottenere una soluzione di idrato o carbonato sodico al massimo di concentrazione, e che permettessero di raccogliere allo stato gasoso il cloro e l'idrogeno proveniente dall'elettrolisi. — In tutte le esperienze si fece uso di una pila Grenet a sei elementi, con zinchi e carboni di $250 \times 70 \times 12$ millimetri, capace di produrre in media 175 c. cub. di idrogeno per ora, decomponendo acqua leggermente acidificata con acido solforico. Gli elettrodi impiegati avevano le dimensioni di 70×40 millimetri se di platino, e 70×20 millimetri se di carbone.

Ciò premesso, ecco la descrizione e i risultati avuti dalle ricerche eseguite.

---

(1) *Journ. Rus. Chem. Soc.*, 1882, e *Journal of the Chemical Society*, t. XLII, p. 925.

(2) *Premiers résultats des études sur la formation des matières colorantes par voie électro-chimique*, par F. Goppelschroeder. Mulhouse, 1881.

(3) *Sur un nouvel emploi de l'électrolyse dans la teinture et dans l'impression.* Comp. rend. de l'Acad. des Sciences, t. XCV, p. 239.

(4) *Bullettino delle privative industriali*, V, 26, n° 219; e V, 28, n° 45.

I.

Decomposizione di una soluzione satura di cloruro di sodio contenuta in due vasi di vetro comunicanti fra di loro mediante un diaframma di carta pergamena.

Un vaso di vetro del diametro di circa 15 centimetri, con fondo di carta pergamena artificiale, e contenente una soluzione satura di cloruro di sodio, si immerse in altro vaso pure di vetro contenente la stessa soluzione, e disponendo le cose in modo da avere il liquido ad eguale livello nei due recipienti. Messo l'elettrodo negativo in platino nel vaso interno, ed il positivo nell'esterno, si osservò dopo breve tempo di passaggio della corrente un aumento di temperatura (che raggiunse dopo due ore i 50 gradi centigradi), accompagnato da svolgimento di cloro dal vaso esterno e di idrogeno dall'interno, ove si accumulava l'idrato sodico, che si trasformava in carbonato mediante una lenta corrente di acido carbonico. — Il liquido del vaso interno si analizzò alcalimetricamente a periodi diversi con una soluzione titolata di acido solforico (che si impiegò per tutte le successive esperienze) corrispondente a grammi 0,049 di carbonato sodico per ogni cent. cub. I risultati ottenuti furono i seguenti:

VOLUME di liquido impiegato per l'analisi *c. c.*	DURATA dell' elettrolisi *ore*	H_2SO_4 impiegato *c. c.*	Na_2CO_3 in 100 C. C. *gr.i*
10	— 3/4	4. 4	2. 16
10	1. 3/4	9. 2	4. 51
10	2. 1/2	13. 4	6. 57
10	5. 1/2	21. 1	10. 34
10	6. 1/2	28. 3	13. 87
10	8. —	33. 2	16. 26
10	9. —	36 6	17. 93
10	16. —	51. 2	25. 08

Dopo sedici ore di azione della corrente, si osservò nel liquido del vaso interno la presenza di cloro attivo, proveniente da alterazioni a cui andò soggetto il diaframma. — Nel liquido del vaso esterno, oltre una grande quantità di cloro libero, si riscontrò anche la presenza di composti ossigenati del medesimo.

Sostituendo agli elettrodi di platino quelli di carbone di storta, si ottengono analoghi risultati; in un'esperienza fatta coi medesimi, si ebbe dopo dodici ore di azione della corrente un liquido contenente grammi 14,90 di carbonato sodico per ogni 100 c. c. Tralasciando di usare l'acido carbonico, l'elettrolisi avviene egualmente bene, ma in questo caso l'alterazione del diaframma è assai più rapida.

II.

Decomposizione di una soluzione satura di cloruro di sodio contenuta in due vasi: l'uno esterno di vetro, e l'altro interno d'argilla poroso.

Le esperienze si fecero come quelle descritte in I, sostituendo al vaso interno di vetro un vaso poroso, e precisamente di quelli impiegati per le pile. — Operando con elettrodi di platino, e facendo passare una lenta corrente di acido carbonico nel vaso interno, si ebbero i seguenti risultati:

VOLUME di liquido impiegato per l'analisi c. c.	DURATA dell' elettrolisi ore	H_2SO_4 impiegato c. c.	Na_2CO_3 in 100 C. C. gr.i
10	1	6. 1	2. 99
10	3	11. 3	5. 54
10	4	18. 6	9. 11
10	8	32. 9	16. 12
10	10	34. 7	17. 00
10	15	40. 5	19. 84

L'esperienza si sospese dopo le 15 ore, perchè nel liquido contenuto nel vaso interno, incominciarono a comparire composti di cloro attivo a causa dell'alterazione subita dal vaso poroso, la quale è resa manifesta dal deposito di silice gelatinosa che si forma sulla superficie esterna del medesimo, e dalla grande quantità di allumina e silice che si trova in soluzione nel liquido del vaso interno.

Identici risultati si ottengono cogli elettrodi di carbone di storta e senza fare uso della corrente di acido carbonico, ma in questo caso, accumulandosi nel vaso interno dell'idrato sodico, l'alterazione del medesimo è assai più rapida.

III.

Decomposizione di una soluzione satura di cloruro di sodio contenuta in due vasi; l'uno esterno di vetro, e l'altro interno di legno.

Anche in questo caso si operò come in I, sostituendo al recipiente interno di vetro, un vaso di legno pioppo di un sol pezzo con pareti di tre millimetri di spessore. Usando elettrodi di platino, e facendo passare una corrente di acido carbonico nel vaso interno, si ebbero i seguenti risultati:

VOLUME di liquido impiegato per l'analisi *c. c.*	DURATA dell' elettrolisi *ore*	$H_2 SO_5$ impiegato *c. c.*	$Na_2 CO_5$ in 100 C. C. *gr.i*
10	3	12. 5	6. 12
10	7	15. 8	7. 74
10	14	22. 9	11. 22
10	18	37. 1	18. 18
10	20	39. 6	19. 40

Dopo venti ore si sospese l'operazione perchè si rinvenne cloro attivo nel vaso interno proveniente dalla alterazione subita dal medesimo. — Impiegando elettrodi di carbone, e tralasciando la

corrente di acido carbonico si ottennero analoghi risultati, ma il vaso interno si alterò molto più rapidamente.

Il liquido contenuto nel vaso interno dopo d'averlo assoggettato all'elettrolisi per venti ore, si divise in due parti; una di queste evaporata e calcinata, lasciò un residuo contenente il 60,15 p. $^0/_0$ di carbonato sodico, e l'altra riscaldata convenientemente, onde trasformare il sesquicarbonato sodico in bicarbonato meno solubile, diede col raffreddamento un precipitato, che dopo calcinato, conteneva il 93,80 p. $^0/_0$ di carbonato.

La corrente elettrica, agendo sopra le soluzioni di cloruro sodico può quindi fornire, mediante diaframmi di legno, delle soluzioni di idrato o di carbonato così concentrate da equivalere in ricchezza a quelle che si hanno lisciviando le sode greggie nella fabbricazione della soda col metodo di Leblanc, le quali contengono in media da 15 a 22 grammi di carbonato sodico per ogni 100 c. c. Vedemmo inoltre come si possa ottenere del bicarbonato, facilmente trasformabile in carbonato colla calcinazione, e paragonabile per purezza a quello che si ottiene col metodo di Solvay.

Per superare la difficoltà pratica relativa alla facile alterazione dei diaframmi, e per raggiungere lo scopo di avere soluzioni ricche in carbonato sodico, e possibilmente esenti di cloruro, iniziai nuove esperienze con diaframmi diversi, impiegando soluzioni di cloruro sodico mantenute costantemente sature nel vaso esterno mediante un eccesso di sale, e mettendo nel recipiente interno acqua distillata. Con tale disposizione si raggiunge anche l'intento di evitare la formazione dei composti ossigenati del cloro, perchè essendo esso pochissimo solubile in acqua satura di cloruro di sodio, si svolge quasi completamente allo stato gasoso.

Le esperienze fatte con tale indirizzo furono le seguenti:

IV.

Decomposizione di una soluzione di cloruro di sodio mantenuta costantemente satura in un vaso di vetro, nel quale vi è immerso un recipiente di legno ripieno d'acqua.

Queste esperienze si eseguirono in modo identico a quello descritto in III. Per vaso poroso si fece uso di un recipiente in

legno noce di un sol pezzo con pareti dello spessore di 12 millimetri ripieno d'acqua distillata, e per vaso esterno si impiegò un recipiente di vetro contenente acqua ed un eccesso di cloruro di sodio, onde mantenere costantemente saturo il liquido, il quale si poteva a volontà riscaldare a circa 60 gradi centigradi a mezzo d'opportuno bagno di sabbia. — Impiegando elettrodi sia di platino che di carbone, dopo pochi istanti di passaggio della corrente l'acqua del vaso interno si faceva alcalina per la presenza di idrato sodico, e dal vaso esterno si svolgeva cloro in quantità.

I risultati avuti usando elettrodi di platino, sia nel caso in cui l'idrato sodico veniva trasformato in carbonato mediante una corrente di acido carbonico, oppure si lasciava accumulare al polo negativo allo stato di idrato, sono registrati nel seguente specchietto.

VOLUME di liquido impiegato per l'analisi	DURATA dell' elettrolisi	H_2SO_4 impiegato nell'esperienza		Na_2CO_3 in 100 c. c. nell'esperienza	
		con CO_2	senza CO_2	con CO_2	senza CO_2
c. c.	ore	c. c.	c. c.	gr.i	gr.i
10	5	2. 4	3. 1	1. 18	1. 52
10	15	14. 1	16. 4	6. 91	8. 04
10	21	24. 9	26. 2	12. 20	12. 84
10	30	33. 2	38. 7	16. 27	18. 86
10	34	39. 4	44. 2	19. 31	21. 65

Il liquido contenuto nel recipiente interno si mantenne alla temperatura di 60 gradi cent. durante il periodo dell'esperienza, ed alla fine della medesima, non conteneva cloro attivo perchè la fibra legnosa non fu sensibilmente alterata; il medesimo recipiente si potè infatti impiegare ancora per altre esperienze. Detto liquido, quantunque ricco in carbonato sodico, non conteneva che gr. 3,47 di cloruro sodico per ogni cento centimetri cubici, nell'esperienza in cui non si fece uso di acido carbonico, e gr. 2,94 in quella in cui l'idrato sodico si trasformò in carbonato.

In dette esperienze, non si formarono nel vaso esterno composti ossigenati di cloro, perchè veniva messo in libertà quasi

completamente allo stato gasoso, man mano che il cloruro di sodio si decomponeva. La quantità massima di cloro trovata in soluzione nel liquido esterno, fu di gr. 0,49 per ogni 100 cent. cubici nel caso in cui non si fece uso della corrente di acido carbonico, e di 0,34 nell'esperienza in cui venne impiegato.

V.

Decomposizione di una soluzione di cloruro di sodio mantenuta costantemente satura in un vaso di vetro, nel quale si trova immerso un vaso d'argilla contenente acqua comune.

Si fecero due serie di esperienze analoghe a quelle descritte in IV, in una d'esse, che chiamerò *A*, si impiegò per recipiente poroso un vaso d'argilla, e precisamente di quelli adoperati per le pile, e nell'altra, che chiamerò *B*, si sostituì al vaso da pila un crogiuolo di Hesse (di quelli ordinariamente impiegati per fusione dei minerali, e che risultano da un impasto d'argilla refrattaria e sabbia quarzosa modellata e poi cotta) con pareti dello spessore di otto millimetri. Impiegando elettrodi di platino, e trasformandosi o no in carbonato l'idrato sodico che si accumula al polo negativo, si ebbero i seguenti risultati:

VOLUME di liquido impiegato per l'analisi	DURATA dell' elettrolisi	QUANTITÀ DI CARBONATO SODICO per ogni 100 c. c. di soluzione			
		ESPERIENZA A		ESPERIENZA B	
		con CO_2	senza CO_2	con CO_2	senza CO_2
c. c.	*ore*	*gr.i*	*gr.i*	*gr.i*	*gr.i*
10	6	8. 74	9. 15	3. 17	4. 47
10	8	11. 17	12. 30	7. 49	8. 31
10	10	15. 21	14. 10	9. 31	10. 14
10	14	17. 30	18. 24	14. 98	17. 64
10	16	19. 58	20. 05	21. 12	22. 71
10	18	22. 90	21. 25	24. 00	27. 10
10	24	—	—	32. 50	—

Anche in queste esperienze non si formarono composti ossigenati del cloro, il quale, attesa la sua poca solubilità nelle soluzioni sature di cloruro di sodio, si svolgeva quasi completamente allo stato gasoso. I liquidi contenuti in tutti i recipienti tengono in soluzione silice ed allumina, e l'analisi chimica eseguita sopra i liquidi dei vasi interni, opportunamente decantati per separare la parte insolubile, diede i seguenti risultati:

ELEMENTI DETERMINANTI	100 *c. c.* DEL LIQUIDO DEI RECIPIENTI INTERNI contengono			
	ESPERIENZA A		ESPERIENZA B	
	con CO_2 *gr.i*	senza CO_2 *gr.i*	con CO_2 *gr.i*	senza CO_2 *gr.i*
Silice	1. 82	4. 87	0. 49	3. 53
Ossido d'allumio e ferro	traccie	1. 71	0. 26	1. 46
Cloruro di sodio . . .	1. 56	2. 26	0. 78	1. 01

Impiegando crogiuoli di grafite impastata con argilla, invece di crogiuoli di terra, la decomposizione del cloruro di sodio è assai lenta, ed in un assaggio fatto dopo cinque ore d'azione della corrente galvanica, non si trovò nel liquido che gr. 0,4 di carbonato sodico per ogni 100 cent. cub. Coi crogiuoli di carbone di storta, non si ottiene l'effetto voluto, poichè essi agiscono da elettrodo negativo, e la decomposizione avviene come nel caso in cui i due elettrodi si trovano immersi in un recipiente unico.

Dal complesso delle esperienze fatte, sembrami poter dedurre, che con un recipiente diviso in due compartimenti da un diaframma, formato con una mescolanza di argilla e sabbia silicea assoggettata a conveniente cottura, o meglio di legno opportunamente scelto per qualità e spessore, si possono avere mediante l'elettrolisi soluzioni di carbonato, sodico (od anche di idrato nel caso del diaframma di legno) più concentrate e pure di quelle che si hanno dalla lisciviazione delle sode greggie ottenute col metodo di Leblanc.

La preparazione diretta della soda dal cloruro mediante l'elettrolisi, è quindi industrialmente possibile, qualora si possa disporre di una corrente galvanica convenientemente forte, e tale

che il suo costo, per la decomposizione di una data quantità di cloruro di sodio, sia minore di quello corrispondente alla mano d'opera, al combustibile e all'acido solforico impiegato per la trasformazione indiretta col metodo di Leblanc o coll'ammoniaca, secondo Solvay.

La decomposizione elettrolitica del cloruro di sodio è uno dei più belli esempi dell'utilizzazione industriale del principio della trasformazione e correlazione delle forze chimiche e meccaniche, potendosi utilizzare le forze idrauliche in abbondanza forniteci dalla natura per compiere un lavoro chimico, trasformando un corpo composto, nei proprii elementi, i quali possono poi essere utilizzati sotto forma di idrato sodico, di cloro e idrogeno capace d'abbruciare per somministrare nuova forza o calore.

L'impiego dell'elettrolisi del cloruro di sodio può trovare facile applicazione in alcune industrie, come ad es., nella fabbricazione della carta, nell'imbiancamento delle fibre vegetali, nella stampa dei tessuti ed altre ancora, poichè mediante un piccolo lavoro meccanico, l'industriale può avere a propria disposizione, un energico agente ossidante, decolorante, e dell'alcali caustico o carbonato.

L'imbiancamento elettro-chimico dei tessuti venne, per quanto io sappia, suggerito per la prima volta da J. Dobbie e F. Hutcheson, i quali in una comunicazione fatta nel corrente anno alla Società chimica di Londra, proposero di far passare il tessuto da imbiancare, dapprima nell'acqua di mare, ed indi fra due ranghi di cilindri, formati con carbone di storta, messi in comunicazione coi due poli di una macchina dinamo-elettrica. Girando il tessuto fra i cilindri, si ottiene dell'ipoclorito di soda, il quale agisce come decolorante, specialmente quando si facilita la sua decomposizione mediante un successivo passaggio in acqua leggermente acidulata con acido cloridrico.

Il metodo di Dobbie e Hutcheson è, a mio avviso, alquanto imperfetto, perchè con esso si utilizza soltanto il cloro del cloruro di sodio. Migliori risultati si possono conseguire usando di un recipiente diviso in due compartimenti e contenente uno acqua pura, e l'altro acqua con eccesso di cloruro sodico. Facendo passare la corrente di una macchina dinamo-elettrica, si ottiene al polo positivo cloro, che si utilizza come decolorante, sia allo stato gasoso che in soluzione, ed al polo negativo dell'idrogeno

e dell'idrato sodico, il quale, sotto forma caustica o di carbonato, costituisce l'altro reagente indispensabile per l'imbiancamento delle fibre vegetali. In tal modo viene utilizzato non solamente il cloro come nel processo di Dobbie e Hutcheson, ma anche l'idrato sodico proveniente dall'elettrolisi del cloruro.

A complemento del presente scritto, credo utile di fare alcune considerazioni relative al lavoro richiesto per decomporre una data quantità di cloruro di sodio, il quale, in base al teorema dell'equivalenza calorifica delle trasformazioni chimiche corrisponde al calore sviluppato nel momento della formazione del medesimo corpo, posto che lo stato iniziale e finale siano identici. — Ne viene da ciò, che per scomporre il cloruro di sodio in cloro e sodio, si dovrà per ogni unità di peso molecolare espresso in grammi — che nel caso del cloruro sodico è di 58, 5 — effettuare un certo lavoro, il quale, secondo i dati di Berthelot (1) corrisponde a 96,2 calorie. Tale lavoro, è quello che dovrà essere prodotto dalla forza elettromotrice qualora reazioni secondarie non intervenissero. — Il lavoro elettromotore si deve però diminuire d'alquanto perchè, secondo il citato autore (2), si può ritenere che il sodio si trasforma in ossido a spese dell'acqua con svolgimento di idrogeno, e che per conseguenza, ritenendo di 77,6 le calorie svolte da una parte di sodio e di $^1/_2$ di ossigeno nella formazione dell'ossido di sodio, e di 34,5 quelle corrispondenti alla formazione dell'acqua (1 di idrogeno e $^1/_2$ di ossigeno) si avrà dalla reazione secondaria una produzione di calore corrispondente a calorie 77,6 — 34,5 = 43,1.

La forza elettromotrice necessaria per decomporre una molecola di cloruro di sodio corrisponde quindi a calorie 96,2 — 43,1 = 53.1 per ogni unità di peso molecolare, potendosi ritenere nulle le azioni secondarie del cloro, perchè vedemmo, che impiegando soluzioni mantenute costantemente sature di cloruro di sodio, non si formano composti ossigenati del cloro, i quali, se avessero luogo, coopererebbero secondo Berthelot (3), a svolgere una certa quantità di calore e quindi diminuire le 53,1 calorie, che rappresentano la somma delle energie necessarie all'elettrolisi di un'unità di peso molecolare, espresso in grammi, di cloruro di sodio.

---

(1) *Essai de mécanique chimique*, t. I, p. 378.
(2) *Bulletin de la Soc. Chim. de Paris*, t. XXXVIII, p. 100.
(3) Idem.

Ritenendo per l'equivalente meccanico del calore il numero 425, si trova che la forza necessaria per decomporre 100 chilogrammi di cloruro di sodio, ossia per avere

Idrato sodico	chilog.	68.39
Cloro	»	60.68
Idrogeno	»	1.71 ;

corrisponde a un lavoro meccanico teorico di 38576800 chilogrammetri, o che in altre parole la decomposizione stessa si può effettuare in 24 ore con una forza di circa sei cavalli vapore.

Qualora invece dall'idrato sodico si producesse del carbonato, il calcolo dovrebbe modificarsi in modo da tener conto dell'azione secondaria della formazione del carbonato suscettibile di svolgere 10.2 calorie (1), di modo che la somma delle energie necessarie per l'elettrolisi sarebbe ridotta a $53.1 - 10.2 = 42.9$, non tenendo conto delle calorie svolte dall'acido carbonico nel sciogliersi nell'acqua, e dell'azione secondaria che potrebbe avere la corrente sul carbonato sodico.

Torino, dal Laboratorio di Chimica Industriale del Regio Museo Industriale Italiano.

---

(1) Bertholet, opera citata, p. 384, t. II.

Il Socio Cav. Prof. Andrea NACCARI presenta e legge la seguente Nota del sig. Dott. G. GUGLIELMO, Assistente alla Cattedra di Fisica sperimentale della R. Università di Torino,

SULLA DETERMINAZIONE
DEL
COEFFICIENTE DI DIFFUSIONE DEL VAPOR ACQUEO
NELL'ARIA, NELL'IDROGENO E NELL'ACIDO CARBONICO.

In una Nota (1), pubblicata lo scorso anno, procurando di verificare la formula di Stefan, sulla evaporazione, fui condotto, per paragonare fra loro esperienze eseguite in condizioni diverse, a calcolare un coefficiente di diffusione del vapor acqueo nell'aria.

I valori ottenuti in ciascuna serie di esperienze erano sufficientemente concordi, almeno per lo scopo a cui servivano, ma differivano non poco da una serie di esperienze all'altra. Ed invero, trattandosi di esperienze di confronto, non tenni un conto molto esatto di condizioni esterne quali la pressione e la temperatura, che agivano ugualmente nelle esperienze da confrontare: inoltre poterono introdursi altre cause d'errore accennate nella stessa Nota.

Mi riservai allora di eseguire in altra occasione esperienze per determinare un valore possibilmente esatto di detto coefficiente, il quale ha importanza, oltrechè dal lato teorico, anche per calcolare l'evaporazione e per la determinazione della costante del psicrometro.

La formula data da Stefan (2) per il volume di vapore a 0^0 e 760 mm. che attraversa nell'unità di tempo l'unità di sezione d'un cilindro è:

$$v_{,} = \frac{k}{h} \log \frac{p - p''}{p - p'} ,$$

(1) Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, XVII, 1881.

(2) STEFAN, *Versuche über die Verdampfung. Sitzb. der k. Akad. der Wissensch.* Bd. LXVIII, 1873.

essendo h la lunghezza del cilindro, p'' e p' le tensioni del vapore alle sue estremità, p la pressione esterna, ed i logaritmi neperiani. Nel caso che sia s la sezione del cilindro e t la durata della esperienza sarà:

$$v_1 = \frac{k s t}{h} \log \frac{p - p''}{p - p'} .$$

Questa formula per ciò che riguarda le dimensioni del cilindro è la stessa di quella che vale per la propagazione del calore e dell'elettricità, e per brevità chiamerò resistenza dell'aria, la quantità: $\frac{h}{k s}$.

L'apparecchio da me usato consiste, come nelle esperienze precedenti, in un tubo chiuso ad una estremità e contenente acqua, posto nel mezzo d'un largo bicchiere avente nel fondo uno strato di acido solforico, pel quale la tensione del vapore acqueo è nulla. L'uso dell'acido solforico invece delle soluzioni saline o acide, oltre all'aumentare la differenza fra le tensioni del vapor acqueo, ha anche il vantaggio di eliminare l'influenza di qualsiasi errore nella tensione di vapore di esse soluzioni.

I vari tubi avevano una sezione di circa 191 mm^2 determinata con cura ed a varie altezze in ciascuno; l'orlo ne era spianato e normale all'asse; essi erano sostenuti nel bicchiere da un tubo a piede più largo, che anche impediva che venissero bagnati dal liquido esterno. — I bicchieri avevano una sezione di 80cm^2 circa, avevano l'orlo spianato con cura e dopo messi a posto i tubi pesati, venivano chiusi bene con un disco di vetro smerigliato e spianato e con grasso, e posti in un gran bagno d'acqua acciocchè tutti avessero una stessa temperatura possibilmente costante e nota. Questa era data da un termometro diviso in quinti di grado che era stato confrontato con un buon termometro campione di Fastré di Parigi. — Il bagno riposava sopra una solida mensola di marmo fissa ad un muro principale dell'edifizio, per cui aveva la massima possibile stabilità.

Pesando i tubi prima e dopo d'averli lasciati per un tempo noto nei bicchieri, si aveva la quantità di vapore che era passata dall'acqua all'acido solforico e si poteva calcolare v.

Nelle precedenti esperienze misuravo direttamente la distanza del fondo del menisco formato dall'acqua, dall'orlo del tubo e facevo poi la correzione pel menisco unitamente a quella per l'aria

esterna, facendo esperienze simultanee con acqua a varie profondità; adesso con maggior esattezza determinai la profondità media dell'acqua dividendo per la sezione media il volume dello spazio vuoto del tubo, che naturalmente s'ottiene facendo la differenza tra il peso del tubo colla sua capacità (determinata col mercurio) supposta piena esattamente d'acqua ed il suo peso coll'acqua che vi si trova per l'esperienza.

Calcolando la resistenza del cilindro d'aria di tale altezza, e quella del cilindro reale terminato da un menisco supposto sferico, e con una fascia d'acqua che bagna le pareti per qualche millimetro al disopra del menisco, mi persuasi che la differenza è trascurabile. La variazione della profondità nel corso della esperienza essendo ordinariamente assai piccola, mi contentai di calcolare il valore medio fra la profondità iniziale e la finale.

Il tratto d'aria percorso dal vapore consta di due tratti cilindrici, cioè l'interno del tubo e lo spazio anulare fra le pareti del bicchiere e del tubo, ed inoltre di un tratto d'aria al disopra del tubo, che unisce i due primi. È facile ridurre il secondo ad un cilindro equivalente avente la sezione interna del tubo, e si può ridurre il terzo tratto d'aria paragonando esperienze fatte a diverse profondità; si hanno così varie equazioni della forma:

$$v = \frac{k\,s\,t}{h+x} \log \frac{p}{p-p'},$$

in cui x è appunto l'altezza d'un cilindro d'aria avente la sezione interna del tubo e la resistenza del terzo tratto d'aria. — Calcolando l'influenza d'un errore in v sul valore di x si vede, come si vede anche a priori, che per avere la massima esattezza nel valore di x conviene che i valori di h nelle esperienze che si confrontano siano molto differenti, e che uno di essi sia piccolo il più possibile. Non tenendo conto di ciò si ottengono valori piuttosto discordi. Quando sia noto un valore abbastanza approssimato di k, mediante una sola esperienza si può avere x dalla precedente equazione.

Le esperienze per determinare x furono fatte con tre o quattro tubi, nei quali l'acqua si trovava alla profondità di 40 mm., 20 a 25 e 3 oppure di 40 mm. 40 mm. 3 mm., 3 mm. circa rispettivamente.

Siccome in queste esperienze non s'ottiene, nè è necessaria una grandissima precisione, dedussi x dalle tre o quattro equa-

zioni, da confrontare graficamente, tracciando le rette rappresentate dalle equazioni e prendendo il punto medio dei punti d'intersezione. Ciò ha anche il vantaggio di far scorgere subito le esperienze sbagliate e spesso di indicare ove stia l'errore. — I valori medii così ottenuti sono i seguenti : 2,8mm., 2,65, 2,8, 2,5, 2,5 ; — 2,6, 3,1, 3,6 ; — 2,85, 3,0, 2,9, 2,8. I valori compresi fra due lineette furono ottenuti sostituendo all'acido solforico dell'acqua salata. Tenendo maggior conto degli ultimi valori ottenuti in migliori condizioni, presi come valore medio 2,9 mm.

Applicando la formula di Stefan a queste esperienze si suppone che negli strati adiacenti ai liquidi il vapore abbia la tensione che corrisponde ad essi liquidi, come è molto probabile a causa della lentezza con cui avviene nel nostro caso la diffusione del vapore. Un'altra causa d'errore potrebbe esistere in ciò che l'aria umida degli strati inferiori del tubo essendo specificamente più leggera di quella più asciutta degli strati superiori, potrebbero prodursi correnti che tenderebbero ad aumentare la quantità d'acqua trasportata. Che ciò non avvenga parmi provato sufficientemente dalla concordanza dei valori ottenuti per k con acqua a diverse profondità nei tubi, dalla poca differenza del valore medio ottenuto per x coll'acqua salata o con l'acido solforico; e si può osservare che gli strati inferiori più leggeri non essendo circondati in nessuna parte dall'aria più densa, non ricevono alcuna spinta all'insù fintantochè gli strati conservano la loro forma regolare , ciò che probabilmente avviene grazie alla stabilità della base su cui riposa l'apparecchio (1).

Per verificare se queste o altre cause d'errore hanno influenza sensibile, ho inoltre fatto esperienze con tre tubi, uno con acqua pura in un bicchiere con acqua salata, uno con uguale acqua salata

---

(1) Se tale causa d'errore non ha influenza sensibile nelle nostre esperienze, non credo che possa dirsi lo stesso nella determinazione sperimentale o teorica della quantità d'acqua evaporata all'aria libera, nel qual caso non potrebbe applicarsi puramente la teoria della diffusione che darebbe per la quantità d'acqua evaporata valori troppo piccoli. — Così pure riuscirà troppo piccolo il valore della costante del psicrometro ottenuto colla teoria meccanica della diffusione; e realmente Stefan ottiene matematicamente per il coefficiente di diffusione del vapore acqueo e dell'aria il valore 0,18, mentre il Maxwell credè di adottare il valore 0,24 (*Zeitschr. der oesterr. Gesellsch. für Meteorologie*, tradotto nel Bollettino dell'Associaz. Meteorologica ital., 1881, p. 49).

in un bicchiere con acido solforico, il terzo con acqua pura in bicchiere con acido solforico. — Se nella formula di Stefan prendiamo invece della differenza dei logaritmi $\log(p-p'') - \log(p-p')$ la differenza dei numeri (la quale, essendo questi fra loro poco differenti, si può ritenere proporzionale alla precedente), ossia $p'-p''$, si trova applicando a queste esperienze, che la quantità d'acqua che passa nell'unità di tempo per l'unità di sezione nel terzo tubo deve essere uguale alla somma delle quantità d'acqua che passano pure nell'unità di tempo e per l'unità di sezione negli altri due, supposto che sia la profondità dell'acqua uguale in tutti tre, o fatta la correzione relativa. — Nella seguente tabella sono indicati con q_1, q_2, q_3, i pesi dell'acqua evaporati nei tre tubi, fatte le correzioni per le piccole differenze di sezione dei tubi, o di profondità, e ridotte all'unità di tempo.

q_1	0,243	0,387	0,402
q_2	0,761	1,15	1,22
q_3	0,990	1,535	1,663
q_1+q_3	1,004	1,537	1,62

L'accordo dei numeri delle ultime due linee è sufficiente ed offre ancora una prova che le suddette cause d'errore sono nulle o trascurabili.

Ecco ora nella seguente tabella i risultati di una prima serie di esperienze; nella prima colonna si ha la distanza dell'acqua dall'acido solforico, essendo dappertutto ridotta la sezione a quella del tubo, nella seconda colonna la durata dell'evaporazione, nella terza la temperatura, nella quarta il peso dell'acqua evaporata in milligrammi, nella quinta il coefficiente di diffusione k_8 in peso, ossia il peso dell'acqua evaporata nel caso che $h+x=1$ cm. $s=1$ cm^2, $t=1'$, $\log\frac{p}{p-p'}=1$, stato ridotto alla temperatura di 8° ammettendo secondo Stefan che k varii proporzionalmente alla temperatura assoluta. Per semplicità di calcolo si sono presi i logaritmi comuni invece dei neperiani voluti dalla formula, e la riduzione opportuna è stata poi fatta pel valore medio del coefficiente di diffusione in volume. Le linee orizzontali separano gruppi di esperienze eseguite simultaneamente.

	$h+x$	τ	t	q	k_3
734,8^{mm}	23,6^{mm}	428′	9°,45	42,6^{mgr}	0,02355
	28,30	457′	»	38,6	237
	18,7	392′	»	49,5	235
733,5	23,9	873′	9°,3	86,8	237
	28,55	842′	»	71,1	238
	19,1	900′	»	112,1	235
732,5	24,6	1017′	9°,37	98,1	235
	29,1	1040′	»	85,0	234
	19,85	1040′	»	122,	233
732,9	26,35	1704′	9°,15	151,9	240
	24,6	1705′	»	165,6	235
	21,2	1700′	»	185,7	235
741,2	43,7	589′	6°,85	26,8	242
	32,9	561′	»	33,6	236
	23,3	532′	»	44,4	234
740,0	43,85	868′	6°,95	39,6	239
	33,18	895′	»	54,5	240
	23,64	922′	»	77,0	235
738	44,1	1393′	6°,95	63,6	240
	33,5	1391′	»	83,5	238
	24,1	1390′	»	112,7	231
734	43,7	335′	7°,07	15,5	236
734	43,8	241′	7°,25	11,25	235
760,9	43,6	316′	7°,28	14,8	243
	43,65	326′	»	15,15	2396
760,9	43,67	242′	7°,96	11,6	236
	43,7	226′	»	11,0	238
754,6	43,7	717′	8°,85	36,4	2374
	29,6	353′	»	27,0	241
754,6	29,74	347′	8°,6	27,1	2466
	29,7	700′	»	54,1	2446

La media di questi valori è 0,02363; il valore corrispondente del coefficiente di diffusione in volume, ossia il volume a 0° e 760 mm. del peso k di vapore (le unità adoperate sono centimetro, grammo, minuto primo) facendo inoltre la riduzione pel passaggio dai logaritmi ordinari ai neperiani è $K_8' = 12,74$.

In queste esperienze che furono eseguite per le prime non tenni conto delle sezioni un po' diverse dei bicchieri, da 76 ad 81 cm³, la quale influisce specialmente nella determinazione di x; nelle esperienze successive ne tenni conto ed inoltre per la lunghezza maggiore del tratto d'aria hanno minore influenza piccoli errori nel valore di x il cui valore assunto 2,9 mm. si riferisce più specialmente alla serie seguente.

	$h+x$	τ	t	q	k_8
760,9	43,6	316′	7°,28	14,8	0,0243
	43,65	326′	»	15,15	239
760,9mm	43,67	242′	7°,96	11,6	236
	43,7	226′	»	11,0	238
754,65	43,7	717′	8°,5	36,4	2374
	29,6	353′	»	27,0	241
754,6	29,74	347′	8°,6	27,1	246
	29,7	700′	8°,55	54,1	244

La media di questi valori è 0,0241 per k_8 ed il valore corrispondente di k'_8 è $= 12,99$; prendendo la media fra questi e i valori precedenti s'avrebbe per k_8 0,0239 e per k'_8 12,86.

Feci un'altra serie di esperienze alcuni mesi dopo; la temperatura era allora di circa 15°.

Siccome l'immergere i bicchieri nel bagno d'acqua esigeva una chiusura con grasso accurata, ciò che oltre ad essere noioso richiedeva un tempo nel quale la temperatura dei bicchieri cre-

sceva un poco, posi i tubi nel fondo d'un gran vaso di vetro contenente uno strato di circa 5 cm. d'acido solforico, e sopra ciascuno di essi posi a modo di campana il rispettivo bicchiere. Il vaso poi era turato da un coperchio avente un foro centrale pel passaggio del termometro, il cui bulbo pescava nell'acido solforico, ed era immerso in un gran bagno d'acqua sino a poca distanza dall'orlo. Tenni conto della nuova distanza dell'acido solforico dall'orlo del tubo ed ottenni così i seguenti valori per k_{15} e k'_{15} che sono ridotti alla temperatura di 15° che è vicina a quella delle esperienze.

$h+x$	τ	t	q	k_{15}
43,6	390′	15°,67	33,4	0,0251
23,86	367′	»	56,4	2444
43,85	716′	16°,04	60,5	241
24,3	720′	»	110,8	2416
23,5	197,′5	15°,74	31,7	247
44,34	225′	»	19,0	2455
23,74	379′	15°,97	60,0	242
44,47	361′	»	30,7	244
44,35	1315′	15°,65	110,9	253
44,9	1290′	»	107,1	241
44,15	1321′	»	110,8	249
44,4	516′	15°,96	44,7	248

La media di questi valori è 0,2456 per k_{15} e si ha $k'_{15} = 1,305$. Se invece deduciamo k_{15} da k_8, supponendo che k cresca proporzionalmente alla temperatura assoluta troveremmo $k_{15} = 0,0245$. L'accordo è molto soddisfacente, vista la picco-

lezza dell'intervallo di temperatura, per cui la sua influenza potrebbe essere coperta da errori casuali.

Esperienze sulla diffusione nell'idrogeno e nell'acido carbonico. Feci uso dello stesso apparecchio e solo adattai a ciascun bicchiere due tubi ad U muniti di rubinetto che chiudeva perfettamente ed aventi un ramo nell'interno del bicchiere ed uno al di fuori; in uno di essi, pel quale entrava l'idrogeno o usciva il gaz carbonico, il ramo interno giungeva fin presso al fondo del bicchiere, nell'altro invece, pel quale l'idrogeno usciva o entrava il gaz carbonico, il ramo interno sporgeva poco sopra il livello dell'acido solforico, ed alla sommità era ripiegato ad angolo retto. Ciò per rallentare la mescolanza del gaz coll'aria, e scacciare nel minor tempo la massima quantità di aria.

Ciononostante occorre una correzione benchè piccola per il tempo durante il quale rimane ancora dell'aria nel bicchiere. Se supponiamo che sia V il volume della mescolanza d'aria e di gaz nel bicchiere e sia y il volume dell'aria rimasta e $V-y$ quello del gaz, e supponiamo anche per semplicità che penetrando un volume che dv di gaz esca un volume dv della mescolanza completa dei due gaz nelle proporzioni di y d'aria a $V-y$ di gaz il volume di aria uscito sarà $\frac{y}{V}dv$ e il volume dell'aria rimasta sarà $y-\frac{y}{V}dv$; avremo quindi $dy=-\frac{y}{V}dv$ e

$$ly=-\frac{v}{V}+c \quad \text{ossia} \quad y=Ve^{-\frac{v}{V}},$$

e per $V=1$, $y=e^{-v}$. Quindi, dopo passato un volume di gas $=3\,V$, la proporzione dell'aria rimasta in questo caso certo non favorevole sarà solo di $\frac{5}{100}$.

In queste esperienze per essere sicuro che l'aria fosse interamente scacciata, facevo passare da 6 a 10 litri di gaz in circa 10 minuti, V era di circa $\frac{1}{2}$ litro e quindi dopo $2'$ potevo ritenere che la proporzione d'aria rimasta fosse senza influenza in questo termine di correzione; calcolando approssimativamente il tempo perchè la proporzione d'aria forse trascurabile anche nel fondo del tubetto, ammisi per l'idrogeno il valore di $3'$ pel tempo in cui rimaneva nel bicchiere dell'aria in quantità sensibile, e supposi che per $1',5$ il bicchiere fosse occupato da sola aria e per $1',5$ da solo idrogeno.

Inoltre, essendo per l'idrogeno la durata della esperienza minore, temei che nel prendere il tubo fra le dita prima e dopo la pesata, nel pulirlo, il riscaldamento dell'acqua potesse influire e vi adattai un manico di filo di rame fissato con ceralacca, e determinai nuovamente il valore di x.

L'idrogeno era ottenuto collo zinco del commercio ed acido solforico diluito, ma ebbi cura che fosse possibilmente puro, e veniva disseccato facendolo gorgogliare in un vaso d'acido solforico e passare per un tubo pieno di pomice imbevuta d'acido solforico. Tenni conto pure dell'essere la sommità del tubo durante il passaggio del gaz, nel gaz affatto secco anzichè nel gaz che contiene un po' di vapore, come avviene nel corso dell'esperienza, sebbene ciò possa avere una piccola influenza sul risultato. — Ebbi cura che non vi fossero fessure per cui all'idrogeno potesse mescolarsi dell'aria, sia nell'apparecchio di svolgimento, sia nei bicchieri, i cui tubi avevano i rubinetti ben spalmati di grasso ed erano inoltre chiusi spingendo tubi di vetro pieno nei tubi di gomma elastica che servivano per le congiunzioni all'esterno. — Feci inoltre esperienze facendo passare volumi diversi di idrogeno per assicurarmi che essi non fossero talora insufficienti a scacciare tutta l'aria dai bicchieri.

Contemporaneamente furono eseguite esperienze sulla evaporazione nell'aria e nell'idrogeno, ed ecco nella prima tabella i valori del coefficiente di diffusione nell'aria ridotti alla temperatura di 18° che è la più prossima a quella delle varie esperienze, e nella seguente tabella i valori del coefficiente di diffusione nell'idrogeno.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
44,1	839′	17°,10	78,8	0,02505
43,7	454′	18°,69	47,1	2475
43,8	1724′	18°,25	174,3	248
43,7	561′	16°,54	50,5	242
43,7	447′	17°,98	44,8	250
43,7	465′	18°,48	47,9	251
43,3	220′	18°,33	22,3	247
43,3	391′	22°,82	53,3	244
43,6	361′	23°,08	49,2	244
43,6	249′	18°,6	27,0	251

La media di questi valori è per k_{18} 0,02475 e si ha $k'_{18} = 13,33$; deducendone il valore da k_{15} si avrebbe invece $k_{18} = 0,0248$ e l'accordo è anche in questo caso soddisfacente.

Evaporazione nell' idrogeno.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
44,0	407′	18°,7	148,0	0,0881
44,0	389′	»	139,8	865
44,3	552′	19°,25	209,4	879
43,0	263′	18°,40	100,4	915
44,0	258′	»	97,7	923
43,7	344′	16°,53	109,8	874
44,1	338′	»	105,1	855
44,1	172′,5	16°,53	54,3	871
44,3	336′	17°,97	135,4	872
44,3	391′	»	135,4	882
44,1	431′	18°,48	150,8	862
44,2	401′	»	140,8	862
43,6	137′	18°,34	65,1	861
43,7	172′	»	59,9	858
44,3	448′	22°,8	207,2	855
44,5	362′	»	167,3	853
45,4	93′,2	23°,5	44,6	852
43,8	55′,3	»	27,7	863

La media di questi valori di k_{18}, che non ostante le mie cure per togliere le cause d'errore mostrano differenze abbastanza sen-

sibili, è di: 0,0871 cui corrisponde il coefficiente in volume $k'_{18} = 46,95$. Il rapporto di questo coefficiente a quello dell'aria ottenuto in condizioni simili è $= 3,52$.

Feci ancora varie esperienze sulla diffusione nel gaz carbonico, e nella seguente tabella trovansi i valori più concordanti; però per quanto io abbia posto cura nell'usare il gaz puro, nell'impedire che nei recipienti penetrasse dell'aria, ottenni talvolta valori notevolmente maggiori, e talvolta maggiori anche di quelli ottenuti per l'aria; sebbene l'apparecchio avesse già servito per l'idrogeno assai più difficile a rinchiudere perfettamente, e sebbene anche alla fine dell'esperienza il gaz apparisse chiaramente per le sue proprietà caratteristiche essere gaz carbonico. Credo che tali variazioni possano provenire da ciò, che essendo in questo caso maggiore che non nell'aria la differenza di densità fra gli strati inferiori del gaz nel tubo, e gli strati superiori più asciutti e più densi possa più facilmente venir distrutto tale equilibrio instabile, e formarsi delle correnti, mentre non di rado tale equilibrio può sussistere e la diffusione avvenire abbastanza regolarmente.

Il gaz era prodotto coll'azione dell'acido cloridrico sul carbonato di calce: una soluzione di carbonato di soda arrestava i vapori d'acido cloridrico, una bottiglia con acido solforico ed un tubo ad U con pomice imbevuta d'acido solforico disseccavano il gaz. Ecco ora i risultati delle esperienze più concordanti per dare un'idea del valore del coefficiente.

$h+x$	τ	t	q	k_{18}
43,55	940′	17°,13	56,6	0,0159
43,59	901′	»	55,3	162
43,63	925′	17°,1	52,8	151
44,1	839′	»	78,8	148
43,72	264′	18°,7	17,1	153
44,07	272′	»	17,3	151

La media di questi valori è 0,01554, il valore corrispondente del coefficiente di diffusione in volume sarebbe 8,38 ed il suo rapporto al coefficiente di diffusione nell'aria sarebbe 0,628.

Nel calcolo di queste esperienze ho seguito la formola di Stefan sulla cui verificazione si hanno esperienze dello stesso, e feci anch'io delle esperienze esposte nella Nota citata.

Collo stesso ragionamento esposto dal Meyer (1) per trovare il numero di molecole di ciascun gaz, che attraversano nell'unità di tempo l'unità di sezione, nel caso di due gaz, si deduce l'espressione del coefficiente di diffusione anche nel nostro caso. Per effetto della differenza delle pressioni parziali in sezioni diverse si ha un eccesso di molecole di vapore che vanno verso l'acido solforico, un eccesso di molecole d'aria che vanno verso l'acqua; la pressione totale verso l'acido solforico tende ad aumentare pel primo eccesso diminuito del secondo e diminuito anche per il numero x di molecole che sono assorbite dall'acido solforico; per questa tendenza un numero corrispondente di molecole della mescolanza tende a passare in senso contrario. Fatta così la somma del numero di molecole che realmente attraversano una sezione, si ha che essa deve essere uguale al numero x di molecole assorbite dall'acido solforico. — L'espressione di questo numero di molecole risulta uguale a quella pel caso di due gaz, col cambiamento di N numero di molecole della mescolanza per unità di volume a 0^0 e 760 mm., in N_1 numero di molecole del gas pure per unità di volume a 0^0 e 760 mm. Si ha dunque

$$x = \frac{\pi n}{8 N_1} (N_1 L_2' \Omega_2 + N_2 L'_1 \Omega_1) ,$$

dove n è la differenza del numero di molecole per unità di volume a 0^0 e 760 mm. in due sezioni distanti dell'unità; N_1, N_2 i numeri di molecole per unità di volume a 0^0 e 760 mm. del gaz e del vapore in una determinata sezione; L'_1, L'_2 le medie corse fra due urti successivi delle molecole di gaz e di vapore rispettivamente, nella mescolanza; Ω_1, Ω_2 le velocità di esse molecole. Si ha inoltre:

(1) Meyer, *Die kinetische Theorie der Gaze*, 1877, p. 165.

$$L_1' = \frac{1}{N_1 \pi \varsigma_1^2 \sqrt{2} + N_2 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}},$$

$$L_2' = \frac{1}{N_2 \pi \varsigma_2^2 \sqrt{2} + N_1 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}}},$$

essendo m_1, m_2 le masse ς_1 e ς_2 i raggi delle sfere d'azione delle molecole di gaz e di vapore e $\sigma = \frac{1}{2}(\varsigma_1 + \varsigma_2)$. Si ha dunque pel coefficiente di diffusione;

$$D = \frac{\varkappa}{n} = \frac{\pi}{8} \left[\frac{\Omega_1}{\frac{N_1}{N_2} N_1 \pi \varsigma_1^2 \sqrt{2} + N_1 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_2}}} + \frac{\Omega_2}{\frac{N_2}{N_1} N_1 \pi \varsigma_2^2 \sqrt{2} + N_1 \pi \sigma^2 \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1}}} \right],$$

Il coefficiente di diffusione quindi anche in questo caso varia col variare di N_2 (si può bensì osservare che crescendo N_2 decresce nella prima frazione $\frac{N_1}{N_2}$, e cresce $\frac{N_2}{N_1}$ nella seconda per cui la variazione totale risulterà minore). — Esperienze di Stefan con etere a varie temperature, cosicchè la tensione del vapore variò da 302 a 605 mm. proverebbero invece che il coefficiente è costante e determinato dalla sua formula, e quindi sarebbe anche da ammettere che veramente esista fra le molecole la ripulsione in ragione inversa della 5ª potenza della distanza (1).

Comunque, il coefficiente dedotto colla formula di Meyer può essere usato nel nostro caso, in cui le variazioni di pressioni sono in ciascuna serie di esperienze quasi nulle. — Scegliendo un'esperienza fatta a 15°,74 ed alla pressione di 740 mm. (il cui risultato coincide col risultato medio delle altre esperienze), sostituendo al rapporto $\varkappa : n$ il rapporto dei volumi corrispondenti a 0° e 760 mm. ho trovato per D a 15°,74 e 740 mm. di

(1) Boltzmann, *Wiener Sitzb.*, 1872.

pressione il valore 0,2443 essendo il centimetro, grammo e secondo le unità. — Prendendo poi invece del rapporto di N_1 ad N_2 quello delle pressioni corrispondenti che sono ad essi proporzionali (e prendendo per queste pressioni che variano nelle diverse sezioni i loro valori medi), sostituendo a $N_1 \pi \varsigma_1^2 \sqrt{2}$ l'inverso della media corsa molecolare per l'ossigeno e ponendo $N_1 \pi \varsigma_2^2 \sqrt{2}$, che sarebbe l'inverso della media corsa molecolare pel vapore acqueo $= x^2$ si ha l'equazione:

$$\frac{283200}{183560000 + 5(306+x)^2} + \frac{502900}{0{,}1958\,x^2 + 5(306+x)^2} = 0{,}2443\,.$$

Essa è di 4° grado in x, però osservando che il secondo termine del denominatore della 1ª frazione ed il primo in quello della seconda sono assai piccoli rispetto agli altri due, si può sostituire in essi il valore dedotto dalle esperienze di Kundt e Warburg, e così l'equazione diviene di 2° grado. Risulta così $x = 342$ e sostituendo questo nuovo valore nei due termini suddetti si ha invece $x = 341$ ossia si ha pel valore della media corsa molecolare del vapore nel vapore a circa 16° e 740 mm. $L = 0{,}00000891$ mentre dalle esperienze più dirette di Kundt e Warburg (1) si ha $L = 0{,}00000649$. L'accordo non è punto grande, ma la differenza non esce dai limiti di quelle trovate da Stefan anche per gaz perfetti.

Dal Laboratorio di Fisica dell'Università di Torino, 15 Dicembre 1882.

---

(1) Pogg. *Ann.*, 1876, Bd. 155, p. 540.

Il Socio Cav. Prof. Giuseppe Basso presenta e legge la seguente Memoria del sig. Prof. F. Denza,

SULLA CONNESSIONE

TRA LE

ECLISSI DI SOLE

ED IL

MAGNETISMO TERRESTRE.

I.

Nel 22 decembre dell'anno 1870, occorrendo l'ultima eclisse totale di sole visibile in Italia nel secolo che corre, furono intraprese regolari osservazioni della declinazione magnetica dagli astronomi italiani, che si portarono in Sicilia ad osservare l'importante fenomeno. Uno spostamento anormale avvenuto nell'ago magnetico durante l'eclisse sia nella zona di totalità, come in altre stazioni italiane discoste da questa zona, fece credere ad alcuni che una tale perturbazione si dovesse ad influsso del fenomeno astronomico; e si suscitò di nuovo la questione, altre volte agitata intorno alla connessione tra le eclissi di sole ed il magnetismo terrestre.

Fu allora che io incominciai una serie di indagini consimili nelle altre eclissi che vennero di poi, visibili od invisibili da noi, tutte le volte che non ne fui distolto da altre circostanze.

L'intendimento precipuo che io mi proposi in tali ricerche, si fu di investigare qual sia la causa genuina delle anormali variazioni dell'ago magnetico, che talvolta si osservano durante le eclissi; ed, in modo specialissimo, se realmente codesta alterazione debba ascriversi ad un'azione magnetica diretta dei due astri

in congiunzione, come alcuni hanno già sostenuto; ovvero sia del tutto accidentale, e dipendente da azioni affatto atmosferiche, massime termo-igrometriche.

L'ultima eclisse da me studiata in tal modo, si fu la totale di sole del 17 maggio scorso, la quale fu per noi parzialmente visibile.

Or essendomi accinto a discutere tutte le osservazioni fatte a questo proposito nei tredici anni trascorsi dal 1870 (inclusivo) all'epoca suddetta, mi sembra di esser pervenuto a tali conclusioni, che valgono a decidere la questione in modo sicuro e definitivo; per cui ho creduto esser venuto ormai il tempo di por termine a cosiffatte indagini, e di render conto a quest'insigne Accademia dei risultati ottenuti.

Affinchè però si possa avere esatta contezza di quanto si è fatto anche da altri sull'importante soggetto nell'anzidetto periodo di tempo, e specialmente negli anni che tennero dietro immediatamente al 1870, nei quali la discussione fervè con maggior ardore, è necessario che io premetta alcune notizie storiche.

II.

Avendo io preso parte alle osservazioni dell'eclisse totale del 1870, ed avuto l'onore di assistere in tale occorrenza il venerato mio maestro P. Angelo Secchi; dovetti riferire appunto sull'argomento che ora ci occupa.

Nel mio Rapporto, dopo aver trattato della variazione avvenuta nell'ago di declinazione durante l'eclisse, la qual variazione da altro gruppo di osservatori si faceva dipendere dal fenomeno celeste, così mi esprimevo:

« Da tutta la precedente discussione risulta ad evidenza, che la giornata del 22 dicembre, sotto l'aspetto metereologico, fu del tutto anormale; e che nell'ora dell'eclisse noi ci trovavamo in piena burrasca, cioè sul lembo estremo del centro della depressione, che in quel momento attraversava le nostre contrade. Risulta ancora, che tutti gli elementi meteorici vennero più o meno da essa alterati e sconvolti; di guisa che, come ho più volte a bello studio ripetuto, per ciò che si riferisce alla parte meteorologica, le nostre osservazioni ci fecero rilevare ciò che dipese dalla burrasca, piuttosto che quello poteva derivare dall'eclisse.

« Ora dovrà il solo ago magnetico, che pure è cotanto sensibile a cosiffatte meteore, dovrà egli solo escludersi dall'azione descritta della bufèra? E non si potrà dire che il minimo di declinazione osservato (non tanto raro ad avvenire all'ora medesima nei giorni burrascosi), del pari che il minimo barometrico, sia dipeso dall'infierir della procella?

« Ma vi ha ancora di più. Dal Bollettino internazionale dell'Osservatorio di Parigi (Delegazione di Bordeaux) si rileva, che nella sera dello stesso giorno 22 un'aurora boreale ebbe luogo a Stockolma; ed a tutti è noto il grande influsso, che queste meteore, comechè lontane, hanno sulle variazioni dell'ago, massime nelle ore tropiche (1) ».

Più tardi il Prof. G. V. Schiaparelli di Milano, volendo verificare fino a qual punto potessero ammettersi le conclusioni degli osservatori siculi, favorevoli alla connessione tra le vicende dell'ago magnetico e l'eclisse totale di sole; nè avendo saputo rinvenire tracce di osservazioni magnetiche fatte appositamente in occasione di eclissi totali di sole anteriori; si limitò a discutere quelle fatte all'Osservatorio di Greenwich in cinque eclissi diverse, dal 1842 al 1860; la cui grandezza per quella stazione non fu minore di 8 decimi del diametro solare. Da una tale discussione l'astronomo di Milano trasse questa conclusione:

« L'esame di questi numeri (così egli dice, riferendosi ai quadri riportati nella sua Nota) mostra che, durante la massima fase delle cinque eclissi considerate, l'andamento de' tre magnetometri di Greenwich non manifestò alcun carattere speciale, che possa servir di base a confermare il sospetto recentemente formulato circa una possibile connessione delle eclissi solari con certe variazioni del magnetismo terrestre. La prova è adunque negativa, almeno entro delle circostanze in cui furono fatte le osservazioni. Per fasi, la cui ampiezza è compresa fra 801 e 976 millesimi del disco solare, nessun influsso delle eclissi sul magnetismo terrestre può ritenersi come probabile (2) ».

Un esame più rigoroso e più esteso fu fatto in seguito dal Prof. Jacopo Michez, Direttore dell'Osservatorio di Bologna, il

(1) *Rapporti sulle osservazioni dell'eclisse totale di Sole del 24 dicembre 1880, eseguite in Sicilia dalla Commissione italiana.* Pag. 187 e 188.

(2) *Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.* Serie III, vol. IV, fasc. VIII.

quale prese a discutere le osservazioni magnetiche eseguite allo stesso Osservatorio di Greenwich in 43 eclissi di sole, delle quali 32 invisibili ed 11 visibili in quella stazione, nel periodo di 26 anni, dal 1842 al 1867; con un metodo analogo a quello seguito dagli osservatori di Sicilia nell'eclisse del 1870.

Da tutta codesta improba e scrupolosa discussione il Michez, non senza esitanza, non potè inferire altra conclusione che la presente.

« In un giorno di una eclisse particolare di sole abbastanza considerevole, l'ago di declinazione situato in un luogo qualunque dell'emisfero Nord, può non presentare deviazione sensibile rispetto all'andamento medio di un giorno ordinario; e può anche, rispetto a questo, presentare una deviazione occidentale; ma prendendo in esame, non uno, sibbene l'insieme di molte eclissi, si mette costantemente in evidenza una deviazione in senso orientale. Questa deviazione per una eclisse visibile ha luogo immediatamente, cioè durante il fenomeno dell'occultazione; ma in un'eclisse invisibile non si verifica che alquanto dopo la fine del fenomeno stesso. Per ultimo, la quantità della deviazione media è sempre compresa entro limiti ristrettissimi, non maggiori di quelli delle comuni oscillazioni degli aghi; ed è più piccola per eclissi invisibili che per eclissi visibili (1) ».

Se non che, siccome gli spostamenti che si vorrebbero far dipendere dalle eclissi solari non sono di grande momento, nè oltrepassano gli ordinari movimenti dell'ago calamitato, così le illazioni che lo Schiaparelli ed il Michez dedussero dalle ordinarie osservazioni di Greenwich, non possono riguardarsi sicure e decisive; perchè tali osservazioni si eseguivano allora in quell'Osservatorio direttamente, ed a tratti di tempo troppo lunghi.

E difatti il Michez, riconoscendo la forza di quest'obiezione, cercò di evitarla in parte, rendendo più piccoli gli intervalli delle osservazioni per mezzo di interpolazioni. Or, chi ha pratica di osservazioni magnetiche, conosce assai bene quanto irregolari e quanto repentine siano le variazioni dell'ago calamitato; al quale perciò male si adatterebbero quelle interpolazioni, che con vantaggio si possono talvolta adoperare per altri elementi meteorologici meno indisciplinati. Tanto più che la stazione presa ad esame da' due dotti astronomi italiani, trovasi ad una latitudine,

---

(1) *Sopra una probabile connessione fra le eclissi di Sole ed il magnetismo terrestre.* Memoria di Jacopo Michez.

ed in una posizione topografica, in cui le perturbazioni casuali del magnetismo terrestre sono molto più frequenti e più intense che a latitudini minori ed in altre posizioni. E ciò non era neanco sfuggito al Michez, il quale riconosceva egli stesso il suo metodo di comparazione siccome molto arbitrario; epperò pensava, come noi, che « i fatti dedotti dalle osservazioni di Greenwich non si possono considerare come fenomeni caratteristici, se non in *un grado piccolissimo di probabilità* ».

Un'analisi più razionale e più sicura fu fatta, press'a poco nel tempo medesimo, dal Prof. Fearnley, dell'Università di Christiania, sulle osservazioni eseguite di 10 in 10 minuti in quella stazione, in occasione dell'eclisse di sole del 7 luglio 1842; la quale, come è noto, fu totale per l'alta Italia, epperò accadde lungi dall'Europa settentrionale. Ma il fisico norvegese pervenne ad una conclusione affatto contraria a quella, che dalle loro osservazioni avevano inferito gli osservatori di Sicilia. — « La normalità dell'andamento dell'ago, egli dice, si è presentata come una notevole eccezione, della quale con molta verosimiglianza si può connettere la causa coll'eclisse solare. Nell'intervallo compreso fra il primo e l'ultimo contatto della terra coll'ombra lunare, si è manifestato un periodo di quiete affatto insolita (1) ».

È da notare, che nel giorno d'osservazione l'atmosfera era a Christiania in calma perfetta.

Per metter d'accordo le due fasi così opposte, annotate nei movimenti magnetici durante le due eclissi totali di sole del 1842 e del 1870, il Fearnley pensa che il rovesciamento del movimento dell'ago osservato nella seconda eclisse nella zona di totale oscurità, derivi più da un'azione locale dell'ombra, e quindi si manifesta solamente presso la linea centrale, ed è legata al tempo dell'oscurazione locale; mentre la insolita tranquillità avuta nella prima eclisse in una regione lontana dalla totalità, dove un tale influsso non è più sentito, è prodotta dall'azione dell'ombra lunare sullo stato magnetico di tutta la terra, ed è perciò collegata colla durata dell'eclisse generale.

Però egli soggiunge molto a proposito, che codesti fenomeni — « possono manifestarsi nelle eclissi solari, soltanto quando

(1) *Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere.* Serie II, vol. V, pag. 382.

manchino totalmente le procelle magnetiche e le perturbazioni di carattere ordinario; come appunto avvenne nell'eclisse da lui studiata, ma non già, come egli crede, nell'altra del 1870 ».

III.

In mezzo a risultamenti cotanto diversi ed incerti, era indispensabile ricorrere ad ulteriori indagini fatte con cura speciale nelle prossime eclissi, per istudiare in maniera più esatta e più sicura una questione, la quale non manca, al certo, d'importanza per la fisica cosmico-terrestre.

Naturalmente, dove tale ricerca si potrebbe fare in modo più agevole e più completo, si è negli Osservatorî che posseggono apparati magnetici registratori, i quali riproducono fedelmente ad ogni istante le fasi dei diversi elementi del magnetismo terrestre. Ma sino al presente, questi apparati fanno interamente difetto in Italia.

Io ho cercato di supplire a tal mancanza in altra maniera. Ed i risultati ottenuti sinora da' miei studi, combinati con altri pochissimi, ma al tutto speciali, avuti altrove, come ho già detto, conducono ad una soluzione completa del non facile problema.

In un certo numero di eclissi, avvenute dal 1870 a questa parte, si sono intraprese in quest'Osservatorio di Moncalieri delle serie di osservazioni della declinazione magnetica, sulla quale soprattutto si agita la questione. Queste osservazioni furono quasi sempre prolungate per quarantotto ore di seguito; diverse volte anche di più, rare volte di meno, cioè per ventiquattr'ore solamente, in modo da comprendere in mezzo l'intera durata dell'eclisse. Esse si eseguirono di quindici in quindici minuti per ciascun periodo; e più di frequente, di 5 in 5 minuti, qualche rarissima volta di 10 in 10 minuti, nelle ore prossime all'eclisse, cominciando da alcune ore prima del fenomeno e terminando alcune ore dopo. Per tal guisa riesciva ben difficile che ci sfuggissero le più piccole alterazioni dell'ago, quando ne fossero avvenute.

Venti furono le eclissi studiate con tal modo, cominciando da quella del 22 dicembre 1870, e terminando all'ultima del 17 maggio 1882.

Per risolvere il problema in maniera generale, si tenne dietro tanto ad eclissi visibili quanto ad eclissi invisibili: affine di esaminare sino a qual punto si potessero ammettere le influenze

attribuite alle une ed alle altre. Ed anzi, per consiglio di uomini illustri, tra cui il P. Secchi, nel 1876 si incominciarono osservazioni eziandio per alcune eclissi di luna, quasi tutte visibili da noi; per investigare se la pretesa azione di questo fatto astronomico sul magnetismo terrestre, dipendesse per avventura dalla posizione dei due astri, ovvero da altra quasiasi cagione.

Tra le venti eclissi suddette, tredici furono di sole e sette di luna; e dodici furono visibili dalla nostra stazione (sette di sole, cinque di luna), otto invisibili (sei di sole, due di luna).

Dapprincipio, per assicurarmi se circostanze locali avessero influenza sul nostro istrumento, intrapresi in tali occasioni osservazioni simultanee con altri Osservatorî non troppo lontani, approfittando della premurosa cooperazione di alcuni miei colleghi.

Così, per l'eclisse di sole del 26 maggio 1873, si osservò per nove giorni di seguito, dal 22 al 30 di quel mese, colle stesse norme ed ai medesimi istanti, anche nelle due stazioni magnetiche di Aosta e di Firenze, dirette rispettivamente dai Professori, P. D. Giovanni Volante e P. D. Timoteo Bertelli.

Nell'eclisse solare del 5 aprile 1875, si fecero osservazioni per tre giorni a Moncalieri ed a Pesaro, colla collaborazione del Prof. Luigi Guidi, Direttore di quell'Osservatorio.

In queste ricerche la Direzione generale dei telegrafi dello Stato ci coadiuvò grandemente, per la frequente comparazione telegrafica dei cronometri.

Finalmente nell'altra eclisse, pure di sole, avvenuta nel 28-29 settembre dell'anno medesimo 1875, le osservazioni magnetiche si fecero a Moncalieri ed a Genova; dove il Direttore dell'Osservatorio, Prof. Pietro Garibaldi, tenne dietro a' movimenti dell'ago per nove giorni, dal 25 settembre al 3 ottobre.

Dei risultati ottenuti in codesti tre sistemi simultanei di osservazioni, pubblicai già la discussione in altro luogo; epperò è inutile ritornar qui sui medesimi (1). Dal loro confronto rimasi assicurato che il declinometro del nostro Osservatorio non offriva, nel suo sostanziale andamento, fasi diverse da quelle di altri luoghi; e quindi continuai appresso le ricerche nel solo Osservatorio di Moncalieri.

---

(1) *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.* Anno XXVI, 1873, Sessione VII; ed Anno XXIX, 1876, Sessione VII.

IV.

Lavori di natura puramente numerica, nei quali gli errori sono quasi inevitabili, e che, come il presente, non hanno in sè elemento alcuno che possa servire di prova o di criterio di esattezza, abbisognano di essere corredati di tutte quelle tavole numeriche che hanno servito alla deduzione dei risultati finali; affinchè ciascuno possa essere in grado di controllare agevolmente questi risultati, e formarsi un giusto concetto della fiducia di cui sono meritevoli. Nel nostro caso però una tale pubblicazione riescirebbe lunga oltremodo; ed i confini di questa Nota non permettono di riportar per esteso i valori numerici ed i diagrammi delle osservazioni fatte in ciascuna delle venti eclissi studiate, che tengo però a disposizione dell'Accademia.

Mi limito perciò a riprodurre quattro quadri riassuntivi, due per le eclissi solari e due per le eclissi lunari.

Nei primi due quadri *A* e *B* si contengono le circostanze astronomiche, che interessano di più per la nostra trattazione, di ciascuna delle venti eclissi; il quadro *A* per le eclissi di sole, ed il quadro *B* per quelle di luna.

Queste circostanze sono:

1° La qualità dell'eclisse, se cioè totale o parziale, ovvero anulare per quelle di sole.

2° La data di ciascuna eclisse, prendendo per unità il giorno civile, da una mezzanotte all'altra; che è quella adottata per il calcolo delle osservazioni meteorologiche e magnetiche.

3° Per le eclissi di sole; la durata dell'eclisse generale; dell'eclisse centrale, nelle totali od anulari; e della fase visibile, nelle eclissi che si videro a Moncalieri. Per le eclissi di luna; il tempo trascorso tra l'entrata e l'uscita dalla penombra, e tra l'entrata e l'uscita dall'ombra. Le ore sono date in tempo medio di Roma.

4° Da ultimo, per le eclissi visibili nella nostra stazione, si aggiunge la grandezza della fase, espressa in centesimi, prendendo per unità il diametro del disco solare nelle eclissi di sole, ed il diametro del disco lunare in quelle di luna.

Nei quadri *C* e *D* si pone:

1° L'escursione del declinometro nell'intervallo di tempo di ciascuna delle tre fasi innanzi accennate per le eclissi di sole, e di ciascuna delle due fasi delle eclissi di luna.

2° Il valore medio dell'escursione diurna del declinometro per la decade, in cui avvenne l'eclisse.

Codesti valori sono espressi in minuti d'arco e centesimi.

3° Lo stato del declinometro nella giornata in cui avvenne l'eclisse.

Diciamo *normale* lo stato del declinometro, quando i due estremi diurni sono avvenuti alle ore consuete; cioè il minimo tra le 8 e le 10 del mattino, ed il massimo tra mezzodì e le 2 del pomeriggio; ed i suoi movimenti lungo il giorno sono rimasti nei limiti ordinari.

Anormale, allorchè sono spostate le ore del massimo e del minimo diurno, ovvero di ambedue.

Agitato, se le oscillazioni e l'andamento diurno sono usciti alquanto dal consueto.

Perturbato, quando le variazioni dell'istrumento sono di troppo esagerate per l'intensità e per la durata.

4° Lo stato dell'atmosfera nel giorno dell'eclisse.

V.

Pertanto, dall'esame dei quadri riportati risultano le seguenti considerazioni.

1° Per ciò che riguarda lo stato meteorologico dei venti giorni d'osservazione, questi rimangono così distribuiti:

giorni	calmi	Num.	10
»	quasi calmi	»	2
»	con leggera burrasca	»	3
»	con burrasca	»	3
»	con aurora polare	»	1
»	con burrasca ed aurora polare .	»	1 .

Da ciò si inferisce che la metà dei giorni studiati fu calma, epperò propizia alle osservazioni; altri cinque giorni trascorsero anch'essi quasi in calma, e quindi non disadatti per lo studio intrapreso. Solo un quarto dei giorni prescelti era poco opportuno per ciò; per causa o di sopravvenuta aurora boreale, ovvero di bufère, le quali attraversavano le nostre regioni.

Il giorno con aurora boreale si fu il 17 giugno 1871, nel quale quell'apparizione fece sentire il suo influsso precisamente

nel tempo dell'eclisse; per modo che ad un'ora e mezzo dopo mezzanotte, cioè circa mezz'ora dopo il cominciamento dell'eclisse generale di sole, l'ago, dopo essersi rivolto rapidamente verso ovest, ricadde ad oriente, percorrendo sino alle 3 ant. un arco di 27′. 21. Donde la forte deviazione annotata nel quadro *C* per questo giorno; il quale perciò va escluso dalla discussione.

Un'aurora polare, come è stato detto innanzi, avvenne pure al nord dell'Europa nel dì 22 dicembre 1870; la quale non mancò di esercitare influenza, comechè non grande, sull'andamento declinometro.

I quattro giorni di piena burrasca invece non tutti ebbero influsso sull'andamento dell'ago magnetico. La burrasca del 27 febbraio 1877 non agì punto su questo per tutta la giornata; e l'altra del 10 marzo 1876, non ebbe alcuna azione nel tempo del fenomeno. La burrasca del 29 settembre 1875 influì solo leggermente sulla declinazione magnetica. E solamente quella del primo giorno, 22 dicembre 1870, fece sentire con maggiore energia la sua influenza; e molto probabilmente la sua azione andò congiunta a quella dell'apparizione aurorale della sera.

2. Le variazioni della declinazione avvenute durante la fase generale delle eclissi osservate, e più ancora quelle delle altre fasi, rimangono nei limiti della variazione media dei giorni che comprendono quello dell'eclisse. E se alcune ne sono maggiori, si è perchè l'eclisse è avvenuta nel periodo diurno principale, che comprende le ore tropiche dei due estremi della variazione diurna. Così è accaduto nei giorni

26 maggio 1873,	22 gennaio 1879,
10 ottobre 1874,	19 luglio 1879.

Nella sola eclisse dell'11-12 gennaio 1880 lo spostamento durante il fenomeno risulterebbe maggiore del medio corrispondente, comechè avvenuto in ore lontane dalle tropicali. Ma, oltrechè in tal giorno il declinometro rimase agitato, forse per le burrasche passate nei giorni precedenti; un tal fatto sarebbe contro le ipotesi innanzi ricordate; giacchè trattandosi di una eclisse di sole per noi invisibile, l'ago avrebbe dovuto rimanere più tranquillo del solito. Lo spostamento maggiore dei due giorni 26 maggio 1873 e 19 luglio 1879 non è insolito. Di uguali se ne ebbero nei giorni che precedettero e seguirono il 26 maggio, secondochè dimostrai nella Relazione già innanzi citata; e mag-

giore di quello del 19 luglio si riscontra nei giorni 22-24 giugno dell'anno stesso, che sono i più prossimi, nei quali si siano fatte da noi le consuete osservazioni magnetiche di 15 in 15 minuti.

E qui non va dimenticato che le escursioni dei giorni di eclissi sono dedotte da valori poco tra loro discosti; mentre le medie variazioni diurne sono calcolate sulle sole osservazioni triorarie che si fanno nel nostro Osservatorio; epperò, nelle stesse condizioni, le prime debbono risultare assai spesso più ampie delle seconde.

3. Ciò non pertanto, le escursioni annotate nelle eclissi avvenute in ore discoste da quelle del periodo diurno; ed anche in quelle che comprendono nella loro fase un solo dei due estremi diurni; risultano costantemente inferiori alla media decadica, e non di rado notevolmente, massime per eclissi solari. Così si avvera nelle eclissi

Solari,	22 dicembre	1870,	12 dicembre	1871,
	5 aprile	1875,	29 settembre	1875,
	1 dicembre	1880,	17 maggio	1882;
Lunari,	27 febbraio	1877,	28 dicembre	1879,
	22 giugno	1880,	5 dicembre	1881.

Il valore alquanto più grande del 17 maggio 1882 deriva dall'influsso di una leggera burrasca, che attraversò la nostra stazione nel giorno anzidetto, rendendo alquanto anormale l'andamento dell'ago per tutte le ventiquattr'ore.

4. Nè solamente i valori osservati vanno d'accordo con quelli del periodo diurno della variazione della declinazione magnetica; ma essi corrispondono eziandio agli altri del periodo annuo e del periodo undecennale della variazione medesima (salvo i casi di anomalia). Sono essi minori nei mesi d'inverno, dicembre, febbraio; maggiori negli altri, e soprattutto in quelli d'estate. E sono pure relativamente maggiori negli anni più prossimi al massimo undecennale, dal 1870 al 1874; minori negli altri vicini al minimo, dal 1878 al 1880 (1).

5. Per contrario, gli spostamenti dell'ago non vanno punto d'accordo colle diverse accidentalità del fenomeno astronomico. Invero:

---

(1) *Variazioni della declinazione magnetica dedotte dalle osservazioni regolari fatte all' Osservatorio del R. Collegio* Carlo Alberto *in Moncalieri, nel periodo* 1871-78. Nota del P. F. Denza. — Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XIV.

a) Nelle eclissi visibili di sole, che sono le più importanti, il valore dello spostamento suddetto non è in rapporto colla grandezza dell'eclisse. Mentre nell'eclisse del 22 dicembre 1870, la cui grandezza si fu di quasi 9 decimi, l'ago. durante la fase visibile, non deviò che di circa 2 minuti; nell'altra del 26 maggio 1873, nella quale non si raggiunsero neppure i 2 decimi, si ebbe una deviazione di oltre a 7 minuti, tripla cioè della precedente. — Parimenti nelle due eclissi del 10 ottobre 1874 e del 31 dicembre 1880, la cui grandezza fu poco diversa, si ebbe nella prima uno spostamento più che dodici volte maggiore che nella seconda; e lo stesso rapporto risultò pure coll'altra eclisse del 17 maggio 1882, non ostante che questa sia stata più grande, e sia avvenuta in epoca di massimi valori della declinazione magnetica.

b) Eguale considerazione può farsi intorno alle variazioni magnetiche registrate durante le fasi, generale e centrale, delle diverse eclissi. Esse non addimostrano alcuna corrispondenza, nè tra loro, nè col fenomeno. In alcune eclissi totali la variazione è maggiore, in altre è minore che nelle eclissi anulari; e la variazione avuta nell'eclisse parziale del 26 maggio 1873 è maggiore di tutte quelle ottenute per le eclissi totali ed anulari; mentre le altre del 1° e 31 dicembre 1880, risultano le più piccole fra tutte.

c) Nessuna relazione si incontra tra i valori corrispondenti alle eclissi invisibili e quelli delle eclissi visibili. I valori notati nelle eclissi invisibili del 12 dicembre 1871, del 5 aprile 1875, del 22 gennaio 1879 e dell'11-12 gennaio 1880, superano quelli delle eclissi visibili del 22 dicembre 1870, del 29 settembre 1875 e del 31 dicembre 1880. E la tranquillità osservata nell'eclisse invisibile del 1° dicembre 1880, trova riscontro con quella dell'altra eclisse visibile, avvenuta al 31 del mese e dell'anno medesimo.

d) Le stesse cose vanno dette per le eclissi di luna; le quali, essendo state quasi tutte visibili, ed essendo perciò accadute in ore più o meno discoste dal periodo principale diurno della variazione magnetica, quando l'ago è per ordinario tranquillo, offrono minore discrepanza fra loro, e le une alle altre si assomigliano.

Così, ad es., l'eclisse del 27 febbraio 1877, che fu totale per noi, diede uno spostamento minore di quello del 10 marzo 1876, la cui grandezza fu appena di 3 decimi del diametro lunare, e poco diverso dall'altro dell'eclisse invisibile del 22 giugno 1880.

VI.

Se non che, potrebbe essere benissimo avvenuto, che nei giorni d'eclisse, il valore della variazione della declinazione magnetica non sia stato punto alterato; ma che invece l'andamento diurno dell'ago, e le sue deviazioni, prese separatamente, siano state esagerate, od in qualsiasi modo perturbate, a confronto delle ordinarie. Ma neanco ciò può affermarsi.

Invero; dall'esame attento dei diagrammi corrispondenti a ciascun giorno d'osservazione, risultano le seguenti alterazioni:

1. Innanzi tutto, l'andamento diurno della declinazione magnetica non fu in nessun modo alterato in dodici delle eclissi studiate; e sono quelle, accanto a cui ne' quadri *C* e *D* è scritto *normale* nella colonna dello stato del declinometro; e ciò anche nei casi in cui il fenomeno è avvenuto nelle ore del periodo diurno principale.

In altre quattro eclissi si ebbe un leggero spostamento, di anticipazione o di ritardo, nell'ora di uno solo dei due estremi. Ciò avvenne nelle eclissi, a cui corrisponde la notazione *alquanto anormale* nell'accennata colonna dei quadri *C* e *D;* nei quali giorni tutti, salvo il 17 febbraio 1878, si ebbe burrasca di diversa intensità.

Non restano che quattro soli giorni, nei quali l'andamento del declinometro escì dalle sue fasi consuete. Essi furono:

Il 22 dicembre 1870; in cui si ebbe forte burrasca ed aurora polare al nord, come è stato detto.

Il 17 giugno 1871; nel qual giorno si è pur detto che accadde aurora polare.

Il 19 luglio 1879; in cui l'ago rimase agitato tutta la notte precedente l'eclisse, ed accaddero due minimi di declinazione alle ore $6^h\ 45^m$, ed alle $7^h\ 40^m$ del mattino; mentre il massimo si ebbe all'ora solita, alle 2 pom. Una burrasca leggera era sopra di noi in questo giorno.

Il 31 dicembre 1880, nel qual giorno il declinometro persistette quasi sempre alterato; toccando il minimo spostamento alle 2 ore dopo mezzanotte, ed il massimo dieci minuti dopo mezzodì; prima cioè che incominciasse l'eclisse. Anche in questo giorno una burrasca attraversava le nostre contrade.

Adunque il normale andamento diurno dell'ago calamitato non fu punto turbato dalle eclissi; e se qualche alterazione avvenne in esso, questa derivò da cause affatto estranee al fenomeno.

2. Nè può in modo alcuno affermarsi che le eclissi abbiano cagionato delle deviazioni insolite nei movimenti dell'ago, presi isolatamente. Conciossiachè:

a) Codeste deviazioni non si avverarono sempre. Tolto il giorno 17 giugno 1871; dei diciannove giorni rimanenti, quasi la metà, cioè nove, non offrirono alcuna, comechè minima, alterazione, nei movimenti separati dell'ago, osservati di 5 in 5 minuti, per tutta la durata dell'eclisse.

b) Gli spostamenti osservati negli altri dieci giorni furono in direzione diversa, ora verso oriente (sei), ora verso occidente (quattro); così distribuiti:

Spostamento orientale

22 dicembre 1870,	*28 dicembre 1879,
12 dicembre 1871,	31 dicembre 1880,
*27 febbraio 1878,	16 maggio 1882;

Spostamento occidentale

*27 febbraio 1877,	1 dicembre 1880,
19 luglio 1879,	*5 dicembre 1881.

NB. Le date coll'asterisco si riferiscono ad eclissi lunari.

c) Tutti codesti spostamenti furono di poco, od anche di pochissimo momento; non maggiori di quelli che assai di frequente si avvicendano nei movimenti dell'ago di declinazione; massime allorchè si osserva a brevi intervalli, e meglio ancora quando sono riprodotti fotograficamente.

d) Tre soli si ebbero in giorni normali; gli altri sette avvennero o in giorni burrascosi (quattro), od in giorni di agitazione magnetica (tre); nei quali giorni gli spostamenti, della natura di quelli di cui parliamo, sono più frequenti.

Dopo ciò siamo in diritto di conchiudere, che anche fra i singoli movimenti dell'ago di declinazione e le fasi delle eclissi studiate non si può ammettere alcun nesso sicuro.

VII.

Le precedenti conclusioni acquisterebbero forza assai maggiore, ed addiverrebbero evidenti, se i risultati delle osservazioni fatte nei giorni delle eclissi si mettessero a confronto con quelli degli altri giorni, nei quali in questo nostro Osservatorio, dal 1870 in poi, si fanno a determinati periodi osservazioni magnetiche di 15 in 15 minuti, per 24 o per 48 ore di seguito. Da un tal confronto risulterebbe chiarissimo, come le poche ed apparenti anomalie osservate nella declinazione in alcune delle eclissi studiate, costituiscono un fatto ordinario nei movimenti dell'ago in questa nostra stazione.

Uno studio di questo genere io feci già sino dal 1873; discutendo le osservazioni fatte a Moncalieri in occasione della eclisse di sole del 12 dicembre 1871, le quali misi a confronto con quelle di 45 de' suddetti giorni, compresi negli anni 1871 e 1872. Da questo studio io conchiudeva fin d'allora che:

« L'azione che si vuole attribuire all'astro solare sul magnetismo terrestre nelle sue eclissi, non è peranco dimostrata dai fatti che finora possiede la scienza (1) ».

Al presente il numero dei giorni, che potremmo avere a nostra disposizione pel confronto, si è di 170; e la discussione dei medesimi condurrebbe alla stessa conclusione, ma più generale e più sicura.

Ma tralascio interamente questo lungo lavoro; sia perchè i fatti e gli argomenti riportati mi sembrano sufficienti a confermare la mia tesi; sia perchè mi propongo di presentare in altro tempo all'Accademia una discussione completa di tutti i suddetti giorni d'osservazione magnetica; la quale servirà a stabilire le leggi dell'andamento diurno della declinazione magnetica in queste nostre regioni.

Più ancora però me ne astengo, perchè vengono in mio aiuto alcune osservazioni prestantissime; le quali tolgono ogni dubbio, se ancora ve n'ha, sulla questione che qui si agita.

---

(1) *Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.* Anno XXVI, 1873, Sessione VI.

Rivista Scientifico-Industriale, Gennaio 1874.

VIII.

Tra le tredici eclissi di sole da me studiate, ve ne furono cinque totali. Ora in tre di queste ultime eclissi si fecero pure osservazioni della declinazione magnetica, simultanee alle nostre di Moncalieri, e colle stesse norme da noi seguite, in luoghi posteriori o nella zona stessa della totalità, ovvero a questa molto vicini.

Tali eclissi si furono le seguenti:

22 dicembre 1870, 12 dicembre 1871,
17 maggio 1882.

La prima eclisse del 22 dicembre 1870 fu totale per parte della Sicilia, dell'Africa e della Spagna.

In essa, come ho già accennato, la Commissione Italiana fece a Terranova, nella zona totale, osservazioni regolari della declinazione magnetica per 19 giorni di seguito, dal giorno 6 al 24 dicembre; e dal 21 al 23 il magnetometro si osservò di 10 in 10 minuti, e molto più spesso nel tempo dell'eclisse.

In questa occorrenza si fecero pure osservazioni simultanee della declinazione nel giorno dell'eclisse in altre sei stazioni italiane; cioè, Napoli, Roma, Livorno, Firenze, Bologna, Moncalieri.

La seconda eclisse del 12 dicembre 1871, fu totale nel Sud dell'Indostan, nelle Isole di Ceylan e Borneo, ed al Nord dell'Australia. Il Prof. A. Bergsma, di recente rapito alla scienza, direttore dell'Osservatorio di Batavia, capitale dell'isola di Giava, curò che si istituisse un regolare sistema di osservazioni della declinazione magnetica a Buitenzorg, posta nella zona di totalità, a soli 59 chilometri dalla linea centrale; ed a Batavia, a 102 chilometri da questa linea, dove la grandezza dell'eclisse dovea essere di 0.992. Le osservazioni furono fatte a Batavia di 5 in 5 minuti, oltre al giorno dell'eclisse, per altri dieci giorni prima e dieci giorni dopo; ed a Buitenzorg per quattro giorni prima e due dopo, dalle 8 del mattino ad 1 ora dopo mezzodì, le quali ore comprendevano la durata dell'eclisse.

La terza eclisse del 17 maggio 1882, fu totale su di una zona che, partendo dall'Affrica occidentale, dopo esser passata per l'Egitto, attraversò l'Asia da' pressi del Mar Rosso sino al Mar del Giappone.

La linea centrale passò a soli 32 chilom. dall'Osservatorio di Zi-ka-wei nella Cina, a 12 chilometri al sud-ovest di Changhai,

dove già da tempo sono stabiliti magnetografi fotografici. L'eclisse fu quasi totale in questa località (0.994), ed il P. Marco Dechevrens, direttore dell'Osservatorio, ha discusso non ha guari le curve continue tracciate da' magnetografi nel tempo del fenomeno.

Ora nè nell'isola di Giava, nè nella Cina, si ebbe ne' magneti alcuna variazione che potesse ascriversi ad influsso dell'eclisse.

A Batavia ed a Buitenzorg, le condizioni atmosferiche erano propizie non poco per le osservazioni, giacchè regnava calma perfetta. L'eclisse visibile incominciava nelle due stazioni a $9^h\ 6^m$ nel mattino (tempo medio di Batavia), e terminava a $12^h\ 4^m$ nella prima stazione, ed a $12^h\ 5^m$ nella seconda. La fase totale dovea aver cominciamento a Buitenzorg a $10^h\ 28^m$, e dovea finire a $10^h\ 30^m.9$.

Or, dalla discussione delle fatte osservazioni, il Bergsma inferisce, che la deviazione normale diurna dell'ago magnetico da ovest verso est, che suole avvenire in quelle due stazioni, appunto dalle 8 del mattino ad 1 ora di sera, non venne gran fatto turbata nel tempo dell'eclisse nè nel suo valore, nè nel suo regolare andamento. Ciò risulta dallo specchietto che segue:

DICEMBRE 1871

			Da $9^h\ 5^m$ a $10^h\ 30^m$	Da $10^h\ 30^m$ al $2^h\ 5^m$
Movimento normale		*Batavia*	2′. 01	1′. 61
»	del 12	*Batavia*	2 . 09	2 . 66
»	»	*Buitenzorg*	2 . 04	2 . 62
»	del 13	*Batavia*	2 . 73	3 . 59
»	»	*Buitenzorg*	2 . 30	3 . 7.

Il movimento normale dell'ago alle ore anzidette fu dedotto a Batavia dai 20 giorni d'osservazione, prima e dopo l'eclisse.

Nè accaddero spostamenti insoliti durante il fenomeno; ed il movimento alquanto più rapido verso est, osservato nel giorno dell'eclisse dopo le $10^h\ 30^m$, cioè dopo la totalità, non è che una deviazione consueta del cammino normale, il quale, secondo Bergsma, si osserva molto frequentemente a Batavia, come si fa manifesto dallo spostamento anche maggiore del giorno appresso.

Da tutta la sua discussione pertanto il citato astronomo conchiude che:

« Le osservazioni della declinazione magnetica fatte a Batavia ed a Buitenzorg nel dicembre 1871, hanno condotto al risultato, che l'eclisse di sole del 12 dicembre 1871, non ha esercitato la menoma influenza sull'ago calamitato, nè a Buitenzorg, posta nella linea della totale occultazione del sole, nè a Batavia, a pochissima distanza dalla medesima ». La quale illazione è identica a quella da me dedotta, nel lavoro innanzi citato, dalle osservazioni fatte sulla medesima eclisse nella nostra stazione, cioè:

« La declinazione magnetica, nel giorno 12 dicembre 1871, non ha subìto cangiamenti sensibili nelle sue consuete fasi diurne, sia nel tempo della fase totale dell'eclisse, sia dopo di essa, in questa nostra stazione, posta a 85° 21′ di longitudine all'ovest ed a 76° 31′ di latitudine al nord della regione, dove ebbe cominciamento l'eclisse centrale ».

A Zi-ka-wei, lo stato dell'atmosfera, nel giorno dell'eclisse, non era così favorevole come a Batavia ed a Buitenzorg; imperocchè nel giorno precedente e nel mattino stesso del 17 maggio, aveva imperversato colà una burrasca con vento impetuoso; la quale però andò diminuendo al pomeriggio di quest'ultimo giorno, quando dovea incominciare l'eclisse, la cui fase massima ebbe luogo in quella stazione a 5^h 19^m. 5 di sera; per modo che il barometro, che ne' tre giorni che precedettero il 17 si era abbassato di più che 8 millimetri, rialzandosi in seguito, non fece che la variazione di un sol millimetro mentre avveniva l'eclisse; e gli altri elementi meteorici non subirono alterazione di sorta nel tempo medesimo.

Or in questo tempo stesso, cioè durante tutta la fase del fenomeno astronomico, le tre bussole di declinazione e delle due componenti, orizzontale e verticale, dell'intensità magnetica, al dir del P. Dechevrens, si mantennero a Zi-ka-wei in una singolare indifferenza e tranquillità, come se nulla fosse avvenuto.

Nessun movimento straordinario offre la curva fotografica per l'ago di declinazione, in tutto il tempo dell'eclisse; e l'ago continuò il suo cammino normale verso est, che suol tenere a quell'ora, dopo cioè avvenuto il massimo diurno della declinazione, il quale anche in quella stazione suole avverarsi tra le ore 1 e 2 dopo mezzodì.

Il valore della variazione tra le 4 e le 6 ore pom., le quali comprendono quella della fase massima dell'eclisse, si fu nel 17

maggio di 3'.15. Esso fu alquanto maggiore del medio dei dieci giorni prima, 2'.27, e dei dieci giorni dopo quello dell'eclisse, 1'.39; perchè, come si è detto, perdurava tuttora l'influsso della bufèra. E difatti il giorno precedente, in cui questa imperversava con maggior veemenza, la escursione suddetta fu anche maggiore, di 3'.21 (1).

« Se la presenza delle nubi nel cielo, così opportunamente chiude il P. Dechevrens la sua Relazione, è stata un dispiacevole contrattempo pe' membri della piccola spedizione ordinata dal Dott. Little, cultore d'astronomia a Chan-ghai, nella quale io era incaricato delle osservazioni meteorologiche e magnetiche; essa, se non altro, ha avuto questo vantaggio di permettermi di troncare, per così dire, una questione importante; provando in maniera abbastanza perentoria, che la congiunzione dei due astri non ha alcuna influenza speciale sul magnetismo terrestre, e che se delle variazioni anormali dell'ago si sono talvolta osservate nelle eclissi di sole, esse non sono state prodotte che dall'influsso di variazioni concomitanti della temperatura dell'aria ».

Lasciando la seconda parte della conclusione del Dechevrens, nella quale non intendiamo entrare per ora; le osservazioni da me fatte sulla stessa eclisse, la quale, come si è detto, fu parziale per noi, mi condussero ad un risultato identico, per quanto riguarda l'azione dell'eclisse sulle vicende del magnetismo terrestre (2); e fu anzi, come pure ho accennato, questa nuova ed evidente coincidenza, che m'indusse a porre fine una volta alle intraprese ricerche, ed a fare questa comunicazione definitiva all'Accademia.

Le cose andarono ben diversamente nell'eclisse totale del 22 decembre 1870. L'atmosfera rimaneva in questi giorni agitatissima su tutto il nostro paese, ed una violenta bufèra passava su di esso nel tempo medesimo in cui avveniva l'eclisse; e quando questa toccava la massima fase in Sicilia, il centro della procella trovavasi tra Napoli e Roma. Tutti gli elementi meteorici ne furono conturbati. Il minimo barometrico accadeva in Italia appunto nelle ore del fenomeno, trà $1^h\,0^m$ e $2^h\,45^m$ pom.; la temperatura dimi-

---

(1) Questi valori li abbiamo ricavati dal *Bollettino meteorologico e magnetico mensuale dell'Osservatorio di Zi-ka-wei.*

(2) *Bollettino mensuale dell'Associazione meteorologica italiana*, pubblicato per cura dell'Osservatorio centrale del Real Collegio Carlo Alberto in Moncalieri. Serie II, vol. II, num. 8.

nuiva sin dal giorno precedente, ed al momento della totalità decrebbe ancora di 1°. 7 nella zona di totalità, ad Augusta, discendendo da 13°. 9 a 12°. 2. L'umidità dell'aria decresceva anch'essa rapidamente; il vento soffiava con impeto; il cielo era ingombro da nuvole; e nelle vicinanze dei luoghi posti sulla zona di totalità in Sicilia, si ebbe bufèra di grandine.

Non dee quindi arrecar nessuna maraviglia, se in tanto sconcerto atmosferico avvenisse nell'ago magnetico lo spostamento notato nelle stazioni italiane nel tempo dell'eclisse.

Nei miei lavori più volte citati, ho dimostrato a lungo che codesto spostamento deve ascriversi sotto ogni riguardo alle anormali condizioni atmosferiche di quell'ora, piuttosto che all'eclisse; ed ho fatto pur vedere come di alterazioni consimili, ed anche maggiori, se ne hanno soventi nelle stesse circostanze ed alle ore medesime.

Non volendo ripetere ciò che ho già detto, mi tengo pago di ricordar solamente, che l'ago di declinazione, nel giorno 22 dicembre 1870, addimostrò maggior dipendenza dalle fasi della bufèra che in quel dì percorreva l'Italia anzichè da quelle dell'eclisse, sia nei suoi speciali movimenti, come nel valore del suo spostamento. Questo difatti fu massimo là dove trovavasi il centro della burrasca, cioè a Napoli (6'. 5) ed a Roma (4'. 10), nelle quali stazioni il barometro, a 0° ed al livello del mare, segnava 743 mm.; fu invece minore, e press'a poco lo stesso, nelle altre stazioni tutte, da Terranova sulla zona di totalità, a Moncalieri, che fu la stazione più distante dalla medesima, in cui si fecero osservazioni magnetiche simultanee; nelle quali stazioni tutte il barometro oscillava tra 745 e 747 mm.; mentre lo spostamento del declinometro fu compreso tra 3'. 27 (Moncalieri) e 4'. 0 (Bologna): a Terranova essendo di 3'. 55.

IX.

Da tutta la precedente discussione deriva chiarissimo, che i risultamenti ottenuti dalle osservazioni della declinazione magnetica eseguite nella stessa zona di totalità, o molto dappresso alla medesima, nelle tre eclissi totali di sole studiate in luoghi distantissimi tra loro, Sicilia, Isola di Giava, Cina orientale, ed in epoche diverse, negli anni 1870, 1871 e 1882, confermarono interamente quanto da me fu dedotto dalle osservazioni fatte in occasione di eclissi visibili solo parzialmente od invisibili

affatto, e nella stessa località. E cioè, che tutte le volte che le eclissi accadono in condizioni normali dell'atmosfera terrestre, l'ago di declinazione non appalesa alcun movimento oltre il consueto, il quale possa attribuirsi in qualsiasi maniera ad influsso del fenomeno celeste; invece, quando questo va congiunto a sconcerti atmosferici, possono nell'ago manifestarsi movimenti anormali, i quali traggono loro origine da cause puramente meteorologiche.

Qual sia il nesso che congiunge questi due ordini di fatti, sconcerti atmosferici e variazioni del magnetismo terrestre, non è questo il luogo di discuterlo. Solamente, a confronto di quanto asserisce nella sua Relazione il P. Dechevrens, il quale fa dipendere le variazioni suddette del magnetismo da quelle della temperatura; mi permetto di soggiungere qui in ultimo quanto io esponevo sino dal 1871, trattando della più volte ricordata eclisse del 22 dicembre 1870.

« .... Però non sarebbe improbabile (soggiungevo io, dopo aver dimostrato che la perturbazione magnetica avvenuta in quella circostanza doveasi attribuire a cause elettro-atmosferiche indipendenti dall'eclisse), che l'avanzarsi dell'ombra lunare possa aver avuto in quella circostanza un qualche influsso indiretto sullo spostamento, a cui l'ago si mostrava già predisposto per altre cause. Difatti, dalle osservazioni meteoriche eseguite nella zona di totalità durante l'eclisse del 1870, e prima e dopo la medesima, si fa manifesto che, durante il fenomeno, e soprattutto nella massima fase, la corrente d'aria fredda, che in quel giorno soffiava fortissima, divenne più impetuosa, e l'umidità si accrebbe grandemente. Ora è probabile, che questi cangiamenti nello stato termico ed igrometrico dell'aria possano aver parzialmente influito sui movimenti dell'ago, epperò possono averli resi più esagerati del solito ».

Checchè ne sia di ciò; e limitandomi al solo intendimento con cui fu scritta questa Nota, io mi credo in diritto, dopo quanto ho in essa esposto, di poter dar termine alle ricerche proseguite per tredici anni, collo stabilire, con quella sicurezza che in questa materia si esige, la legge fisica seguente:

La congiunzione dei due astri nelle eclissi di sole, del pari che la loro opposizione nelle eclissi di luna, non hanno alcun influsso sulle variazioni degli elementi magnetici; epperò non vi ha alcuna connessione tra le eclissi ed il magnetismo terrestre.

Moncalieri, 15 dicembre 1882.

P. F. Denza.

QUADRO **A** — *Circostanze astronomiche delle Eclissi solari*

QUALITÀ	DATA	DURATA DELL'ECLISSE			GRANDEZZA
		Generale I	Centrale II	Visibile III	
Totale	22 Dicembre 1870	$11^h\ 3^m$ — $15^h\ 30^m$	$12^h\ 23^m$ — $14^h\ 10^m$	$11^h\ 51^m$ — $14^h\ 38^m$	0. 88
Anulare	17 Giugno 1871	0 27 — 6 21	1 39 — 5 9	»	»
Totale	12 Dicembre 1871	2 16 — 7 31	3 12 — 6 35	»	»
Parziale	26 Maggio 1873	7 53 — 12 5	»	8 29 — 9 51	0. 19
Anulare	10 Ottobre 1874	7 38 — 14 28	11 46 — 12 7	8 5 — 12 35	0. 34
Totale	5 Aprile 1875	4 38 — 8 6	5 44 — 7 11	»	»
Anulare	29 Settembre 1875	10 53 — 16 54	11 56 — 15 38	12 50 — 13 59	0. 10
Anulare	22 Gennaio 1879	9 49 — 15 36	10 52 — 14 31	»	»
Anulare	19 Luglio 1879	7 0 — 12 47	8 2 — 11 45	8 19 — 9 29	0. 17
Totale	11-12 Gennaio 1880	20 10 — 1 57	21 33 — 0 54	»	»
Parziale	1 Dicembre 1880	3 35 — 4 26	»	»	»
Parziale	31 Dicembre 1880	12 50 — 16 18	»	14 55 — 16 13	0. 39
Totale	17 Maggio 1882	5 41 — 11 10	6 43 — 8 8	6 38 — 8 21	0. 49

QUADRO B — *Circostanze astronomiche delle Eclissi lunari*

QUALITÀ	DATA	ENTRATA ED USCITA dalla Penombra I	ENTRATA ED USCITA dalla Ombra II	VISIBILITÀ	GRANDEZZA
Parziale	10 Marzo 1876	4h 47m — 9h 36m	6h 11m — 8h 11m	Visibile.	0. 29
Totale	27 Febbraio 1877	17 24 — 22 56	18 20 — 21 51	Visibile.	Totale
Parziale	17 Febbraio 1878	8 31 — 13 29	10 32 — 13 28	Invisibile.	»
Parziale	28 Dicembre 1879	14 42 — 19 49	16 27 — 18 4	Visibile.	0. 17
Totale	22 Giugno 1880	12 7 — 17 11	13 4 — 16 15	Invisibile.	»
Totale	16 Dicembre 1880	13 21 — 19 35	14 34 — 18 22	Visibile.	0. 39
Parziale	5 Dicembre 1881	15 5 — 21 51	16 18 — 19 39	Visibile.	0. 97

QUADRO C — *Variazioni della declinazione per le Eclissi solari*

DATA	ESCURSIONE DEL DECLINOMETRO nella fase I	II	III	Escursione media diurna	STATO del DECLINOMETRO	STATO della ATMOSFERA
22 Dicembre 1870	3′.27	2′.06	3′.03	10′.46	Anormale.	Burrasca. Aurora polare al Nord.
17 Giugno 1871	27 .21	20 .26	»	14 .90	Perturbato.	Aurora polare.
12 Dicembre 1871	4 .23	2 .03	»	5 .93	Normale.	Calma.
26 Maggio 1873	12 .29	»	7 .28	9 .81	Normale.	Calma – Temporali.
10 Ottobre 1874	9 .47	0 .57	8. 47	9 .35	Normale.	Calma.
5 Aprile 1875	4 .54	4 .26	»	9 .22	Normale.	Calma.
29 Settembre 1875	3 .16	2 .48	1 .04	8 .04	Alquanto anormale.	Burrasca.
22 Gennaio 1879	4 .80	2 .70	»	4 .14	Normale.	Calma.
19 Luglio 1879	11 .45	9 .15	1 .63	8 .18	Agitato.	Leggera burrasca.
11-12 Gennaio 1880	5 .70	5 .13	»	3 .94	Normale. Un po' agitato.	Calma.
1 Dicembre 1880	0 .13	»	»	5 .57	Normale.	Quasi calma.
31 Dicembre 1880	0 .53	»	0 .42	5 .45	Anormale.	Leggera burrasca.
17 Maggio 1882	6 .81	1 .03	0 .42	9 .10	Alquanto anormale.	Leggera burrasca.

QUADRO **D** — *Variazioni della declinazione per le Eclissi lunari*

DATA	ESCURSIONE DEL DECLINOMETRO nella fase I	ESCURSIONE DEL DECLINOMETRO nella fase II	ESCURSIONE media diurna	STATO del DECLINOMETRO	STATO della ATMOSFERA
10 Marzo 1876	3'.96	3'.03	5'.12	Alquanto anormale.	Burrasca.
27 Febbraio 1877	3 .73	1 .86	4 .32	Normale.	Burrasca.
17 Febbraio 1878	2 .20	»	2 .78	Alquanto anormale.	Calma.
28 Dicembre 1879	1 .77	1 .40	2 .71	Normale.	Calma.
22 Giugno 1880	3 .50	2 .33	9 .36	Normale.	Burrasca finita. Calma.
16 Dicembre 1880	3 .48	2 .45	4 .70	Normale. Alterato sera.	Piccola burrasca.
5 Dicembre 1881	2 .41	2 .35	5 .45	Normale.	Calma.

Il Socio Cav. Prof. Galileo FERRARIS presenta e legge la seguente Memoria del sig. Dott. Luigi PASQUALINI,

SULLE

APPARENZE ELETTROCHIMICHE

ALLA SUPERFICIE DI UN CILINDRO.

1. A. Tribe (1) osservò che, se s'immerge una lastrina d'argento nel solfato di rame attraversato dalla corrente, i due ioni che si depositano sono separati da un intervallo scoperto: e che il deposito rosso di rame dalla parte per cui la corrente entra, è meno esteso del deposito bruno che si forma dall'altra. Il Prof. Róiti (2), ripetendo l'esperienze di Tribe in condizioni diverse, cioè con dischi di ottone, di rame e di platino nel solfato di zinco e nel solfato di rame, trovò verificata l'osservazione fatta da Tribe, eccetto per una lastrina di rame nel solfato di rame, per la quale trovò il metallo più esteso del perossido; e, da alcune nuove apparenze che ottenne, potè anche dedurre che lo spazio scoperto dipende da una corrente di polarizzazione che si sviluppa fra i due ioni e che si oppone sulla superficie della lastrina alla corrente principale.

Egli mi consigliò di continuare queste ricerche collo scopo di vedere se il fenomeno corrisponda esattamente alla teoria della distribuzione delle correnti.

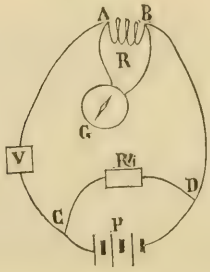
Perciò bisognava indagare come l'intervallo lasciato libero fra i due depositi elettrolitici dipendesse dall'intensità della corrente, dalla natura del corpo immerso, dalla qualità dell'elettrolita e, per uno stesso elettrolita, dalla sua concentrazione.

---

(1) *Philosophical Magazine*, ser. 5ª, vol. XI, p. 44.
(2) *N. Cimento*, ser. 3ª, vol. X, 1881, p. 97.

2. Nel circuito di una pila Bunsen P (fig. 1), che variò da tre a sedici elementi, era introdotta una vaschetta di vetro V

Fig. 1.



perfettamente cubica di 103 mm. di lato destinata a ricevere l'elettrolita. Essa era portata da un sostegno munito di tre viti calanti, che permettevano di metterne il fondo orizzontale. In un circuito derivato AGB era introdotto un galvanometro a riflessione, e le varie resistenze erano scelte in modo che le deviazioni si potessero ritenere sempre proporzionali alla intensità della corrente che passava per la vaschetta. Sostituendo alla vaschetta un voltametro ad argento ed assumendo per equivalente elettrochimico dell'argento 1,1363 (1), trovai che ad una parte grande della scala (1°) corrispondevano 0,0467 ampère nel circuito principale. Faceva variare l'intensità della corrente o variando il numero degli elementi della pila o servendomi del ramo derivato $CR'D$, che conteneva un reostata a solfato di zinco.

Perchè i dati d'esperienza fossero confrontabili colla teoria era necessario scegliere un caso particolare accessibile alla analisi matematica e però, per consiglio del Prof. Róiti, sostituii alle lastrine un cilindro metallico di 28,5 mm. di diametro che veniva immerso nell'elettrolita con l'asse verticale.

Il fenomeno si presenta in un modo analogo a quello osservato da Tribe; dalla parte del cilindro per cui entra la corrente si deposita l'elemento elettropositivo dell'elettrolita e dall'altra parte l'elemento elettronegativo. Questi depositi avvengono per

(1) Questo numero è dato da Kohlrausch (*Ann. der Physik und Chemie*, vol. CXLIX, pag. 170). Da più recenti esperienze di Mascart (*J. de Physique*, 2ème série, t. I, 1882, pag. 109) risultò invece 1,1241.

tutta l'altezza del liquido e terminano lateralmente con due generatrici del cilindro; sono sempre fra di loro separati da due porzioni che appariscono scoperte.

Per lo studio che mi proponevo era necessario determinare l'estensione di questi intervalli. Le misure però dovevano esser fatte senza levare il cilindro dall'elettrolita per non andare incontro a cause d'errori provenienti dalla dissipazione dei depositi, accennata dal Prof. Róiti, pel velo liquido che rimane aderente (1). A tal fine sulla circonferenza del cilindro era tracciata una divisione in 100 parti eguali per modo che le determinazioni potevano esser fatte direttamente sul cilindro attraverso le pareti della vaschetta, finchè circolava ancora la corrente.

L'elettrolita, che mi parve più opportuno per uno studio sistematico, fu il solfato di zinco, perchè la sua soluzione è trasparente e perchè dà per deposito lo zinco che riesce facile a staccare dal cilindro. Era però necessario del solfato di zinco il più possibilmente puro e neutro; perciò presi di quello del commercio, lo feci bollire a lungo con zinco metallico e lo assoggettai tre volte alla cristallizzazione.

Gli elettrodi erano costituiti da due lastre di zinco bene amalgamate, che coprivano intieramente due facce opposte della vaschetta e che erano verniciate sulla faccia posteriore.

Il cilindro che adoperai da principio era di ottone; ma poi, temendo che nelle parti dove si deposita il gruppo SO_4 si impoverisse di zinco e quindi cambiasse natura, gliene sostituii uno di rame.

3. Se si osserva il cilindro attraverso le pareti della vaschetta dalla parte su cui si deve depositare lo zinco, quando si chiude il circuito si vede comparire il metallo sotto forma di un velo che col tempo va ingrossandosi ed acquista un contorno sempre più marcato; ma non muta di estensione finchè rimane costante la intensità della corrente.

Se si fa variare l'intensità della corrente, ad ogni accrescimento di questa si vede che corrisponde un aumento nell'estensione del deposito. Questo aumento però, molto grande finchè lo zinco è poco esteso, va diventando sempre minore: e, quando lo zinco ha raggiunto un'estensione di circa 90°, occorrono degli

(1) *N. Cimento*, ser. 3ª, vol. X, p. 97, § 9.

aumenti fortissimi d'intensità per produrre delle variazioni appena visibili nel deposito. Dall'altra parte succede la stessa cosa; è più difficile seguire l'andamento del fenomeno poichè, fintanto che l'intensità della corrente non ha un certo valore non riesce di osservare il deposito bruno di perossido e si vede soltanto che il cilindro è corroso perchè perde il suo splendore speculare; ma, in qualunque momento si levi il cilindro e si legga sulla scala l'estensione della parte attaccata, questa si trova esattamente eguale a quella che aveva lo zinco, finchè il cilindro era ancora immerso. Facendo le letture in questo modo, in più di duecento determinazioni eseguite col cilindro di rame nel solfato di zinco, ho sempre trovato *i depositi eguali.*

Li trovai eguali anche adoperando un cilindro di ottone nel solfato di zinco, un cilindro di rame nell'acetato di piombo, un crogiuolo d'argento nel solfato di rame e nel solfato di zinco, una lastrina di rame nel solfato di zinco e una lastrina d'argento nel solfato di rame. Ciò sarebbe in contraddizione coll'osservazione di Tribe, confermata in parte dal Prof. Róiti; se non che l'eguaglianza, come indicherò poi, cessa quando la densità della corrente nell'elettrolita superi un certo limite: e quindi bisogna dire che quei due sperimentatori abbiano adoperato correnti molto forti.

4. Era evidente a priori che l'intensità doveva influire sull'estensione dei depositi solamente in quanto dipendeva da essa la densità della corrente in seno all'elettrolita.

Per assicurarmene con una verificazione sperimentale feci variare la sezione s del liquido e, scegliendo volta per volta una intensità I, tale che rimanesse costante la densità $D = I : s$, determinai la corrispondente estensione d dei depositi.

Mi fu facile avere delle sezioni del liquido che stessero fra loro come 1 : 2 : 3 prendendo da una medesima soluzione di solfato di zinco dei volumi che stessero negli stessi rapporti.

Ecco i risultati dell'esperienza:

Peso specifico della soluzione 1,180. Temp. 22,5°

s	I ampère	d
31$^{c^2}$,93	0,546	86°,4
63 ,86	1,092	86°,0
95 ,79	1,538	86°,4 ,

Dai quali risulta, come era da prevedere, che la forma dei depositi rimane la stessa comunque varii l'intensità della corrente, purchè rimanga costante la sua densità in seno al liquido.

In questa, come in tutte le altre serie, dopo ogni determinazione, il cilindro veniva messo nell'acqua acidulata per istaccare lo zinco, e poi pulito con tripolo e sfregato con pelle di camoscio.

5. Stabilito esservi una relazione fra l'arco che apparisce scoperto e la densità della corrente, bisognava vedere di qual forma fosse, o in altre parole, come l'arco che misurava la distanza fra i due depositi dipendesse dalla densità della corrente.

Perciò, tenendo costante il peso specifico del solfato di zinco, feci una lunga serie di determinazioni dell'arco scoperto corrispondente a varie intensità, dalla quale potei dedurre:

Che *la densità* $D\left(\frac{ampère}{cent.^2}\right)$ *della corrente è inversamente proporzionale al prodotto* $\alpha \operatorname{sen} \alpha$, *essendo* α (fig. 2) *la distanza angolare fra i due depositi*, ciò che si può esprimere con:

$$D\,\alpha \operatorname{sen} \alpha = N.$$

Fig. 2.

Ecco due serie fatte con densità molto differenti fra di loro:

1ª

Peso specifico della soluzione 1,060. Temp. 22°,5

D	α	sen α	$D\,\alpha$ sen α
0,0113	43°,2	0,684	0,333
0,0121	42 ,3	0,673	0,344
0,0140	38 ,7	0,625	0,339
0,0160	36 ,0	0,588	0,338
0,0185	33 ,3	0,549	0,338
0,0243	28 ,8	0,482	0,337
		Media	0,338

2ª

Peso specifico della soluzione 1,417. Temp. 22°,0

D	α	sen α	$D\ \alpha$ sen α
0,0144	57°,6	0,844	0,554
0,0147	52 ,2	0,790	0,605
0,0178	45 ,0	0,707	0,566
0,0198	43 ,2	0,685	0,585
0,0241	38 ,7	0,625	0,583
0,0274	35 ,1	0,675	0,553
0,0322	32 ,4	0,536	0,559
		Media	0,572 .

I vari valori della costante si allontanano dal valor medio non più di 5,5 per cento.

Dovendosi far le letture finchè il cilindro è ancora immerso ed essendo una particella lunga soltanto $0^{mm},88$, l'errore che si commette nella lettura oscilla fra mezza divisione in più e mezza divisione in meno.

A una mezza particella corrisponde una variazione nel valore della costante di 10 $^0/_0$ per gli archi minori e di 8 $^0/_0$ in media, per cui le differenze nel valore di N possono derivare da errore di osservazione.

Ad ogni determinazione veniva cambiato il liquido perchè i prodotti dell'elettrolisi, che succedeva intorno al cilindro, non ne cambiassero la natura.

6. Per vedere l'influenza della conducibilità μ dell'elettrolita determinai per varie concentrazioni del solfato di zinco il valore della costante N e la conducibilità specifica.

Peso specifico	N	$c\,\mu$	$\frac{N}{c\,\mu}$
0,060	0,338	1,00	0,34
0,120	0,488	1,60	0,31
0,180	0,573	1,95	0,29
0,240	0,618	2,11	0,29
0,300	0,627	2,11	0,29
0,360	0,624	2,06	0,30
0,417	0,572	1,82	0,31
0,448	0,524	1,66	0,32 .

I numeri della seconda colonna sono risultati come medie da serie analoghe a quelle riportate superiormente.

I numeri della colonna segnata $c\mu$ sono semplicemente proporzionali alla conducibilità specifica μ corrispondente ai vari pesi specifici della soluzione di solfato di zinco indicati nella prima colonna. Per determinarli mi sono servito del metodo già usato da Kohlrausch (1), cioè del ponte di Wheatstone con correnti alternate e sostituendo al galvanometro il telefono. Sarebbe stato superfluo spingere le determinazioni oltre i centesimi, essendo già approssimata la seconda cifra significativa del valore di N.

Il rapporto $\frac{N}{c\mu}$ si mantiene pressochè costante e però, ricordando che si è chiamato N il prodotto $D\alpha \operatorname{sen}\alpha$, si vede che il fenomeno è rappresentato approssimativamente dalla formula:

$$\frac{D\alpha \operatorname{sen}\alpha}{\mu} = \text{cost.}$$

È da notare che il valore di $\frac{N}{c\mu}$ accenna ad un minimo in corrispondenza al massimo di conducibilità della soluzione.

7. Ero giunto a questi risultati sperimentali, quando il Dott. Vito Volterra, che si occupava del problema dal lato teorico, partendo dall'idea che l'intervallo che apparisce scoperto fra i due ioni fosse dovuto alla forza elettromotrice di polarizzazione, stabiliva che i due depositi dovevano essere eguali e che doveva sussistere la relazione seguente fra la densità D della corrente, il raggio R del cilindro, le forze elettromotrici ε_1 ed ε_2 che si sviluppano nei punti dove avviene il deposito continuo dei due ioni e l'angolo α:

$$[1] \ldots\ldots \qquad \varepsilon = \frac{4DR}{\mu}\left[E - k_1^2 K\right],$$

dove K ed E indicano i noti integrali ellittici completi, cioè:

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2\varphi}}, \qquad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2\varphi}\, d\varphi,$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \qquad k = \operatorname{sen}\alpha, \qquad k_1 = \cos\alpha.$$

(1) *Ann. der Physik und Chemie*, nuova serie, vol. XI, 1880, p. 653.

Essendo nelle ricerche sopra descritte rimaste costanti le quantità ε ed R, la formula teorica differiva da quella dedotta dall'esperienza per contenere il fattore $E - k_1^2 K$ in luogo del prodotto $\alpha \operatorname{sen} \alpha$, ma nei limiti fra cui si può sperimentare (cioè fra 20^0 e 60^0) il valore della quantità $E - k_1^2 K$ coincide a meno di $\frac{1}{100}$ col valore di $\frac{3}{4} \alpha \operatorname{sen} \alpha$ come resulta dalla seguente tabella (1)

α	$E - k_1^2 K$	$\frac{3}{4} \alpha \operatorname{sen} \alpha$	*Differenza*
10^0	0,0240	0,0227	+ 0,0073
20^0	0,0930	0,0895	+ 0,0035
30^0	0,2022	0,1962	+ 0,0060
40^0	0,3446	1,3366	+ 0,0080
50^0	0,5094	0,5013	+ 0,0081
60^0	0,6719	0,6801	— 0,0082
70^0	0,8254	0,8610	— 0,0356
80^0	0,9450	1,0318	— 0,0850 .

E siccome si è visto che gli errori di osservazione possono portare una differenza perfino di 8 $^0/_0$, così i risultati sperimentali erano pienamente confermati dalla formula teorica, e questa alla sua volta era in parte verificata dall'esperienza. Però volli fare una verificazione più completa.

8. Il modo più diretto sarebbe stato di misurare tutte le quantità che entrano nella formula e vedere se questa si riduceva ad una identità; ma mi parve più comodo e meno soggetto ad errori il metodo seguente.

Essendo $D = \frac{I}{s}$, dove I è l'intensità della corrente ed s la sezione del liquido, la formula [1] diventa:

$$[2] \ldots\ldots \qquad \frac{\varepsilon \mu s}{I} = 4 R [E - k_1^2 K] .$$

ε è la somma delle forze elettromotrici di polarizzazione massima, che si sviluppano sul cilindro immerso nell'elettrolita, ed è la stessa che si sviluppa in un voltametro con lo stesso elettrolita e con elettrodi della stessa natura del cilindro.

---

(1) Per calcolare i vari valori di $E - k_1^2 K$ mi sono servito delle tavole che trovansi nel *Traité de Calcul différentiel et de Calcul intégral* del BERTRAND.

Supponiamo che tale voltametro sia costituito da una cassetta esattamente parallelepipeda di cui gli elettrodi occupino intieramente due facce opposte. Sia l la sua lunghezza ed s la superficie utile degli elettrodi. Se si indica con i l'intensità della corrente secondaria che si ottiene chiudendo il circuito con un conduttore di piccolissima resistenza dopo aver fatto passare una corrente per un tempo bastante perchè la polarizzazione abbia raggiunto il massimo, sarà:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} ,$$

ed essendo la resistenza opposta dal liquido:

$$R = \frac{l}{s\,\mu} ,$$

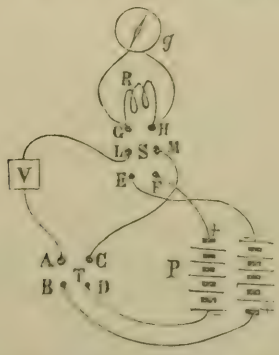
ove μ indica la conducibilità specifica dell'elettrolita, la [2] si cambia nella:

$$\frac{i}{I} = \frac{4\,R}{l}\,[E - k_1^2\,K] .$$

La quale dà modo di calcolare mediante l'angolo α il valore del rapporto delle due intensità i ed I che può essere determinato coll'esperienza.

9. Ecco la disposizione che mi parve più opportuna per fare l'esperienza in maniera che le misure di i ed I potessero succedersi rapidamente. V (fig. 3) è la vaschetta che serviva anche

Fig. 3.



da voltametro; T è un commutatore che permette di mettere in comunicazione A con B e C con D, oppure A con C e B

con D; in S un pachitropo permette di porre in comunicazione i due pozzetti L, M o con E, F o con G, H.

P è una pila di dieci elementi Daniell, disposti in due serie. Due reofori andavano in D e B e due in E e F. Nel circuito derivato GgH di circa 300 ohm di resistenza eravi un galvanometro a riflessione g; R era un filo di rame di piccolissima resistenza.

La verificazione fu fatta col cilindro di rame nel solfato di rame.

Nella prima parte dell'esperienza, che dovea servire a misurare l'arco libero e l'intensità corrispondente, messo nella vaschetta il cilindro, si portava il liquido fino ad una certa altezza segnata da una vite la cui chiocciola era infissa in un' asta che si appoggiava all'orlo della vaschetta: e si metteva in comunicazione metallica AB, CD, EF, HM e GL.

La corrente allora andava per $BAVL$, passava per la resistenza R e pel galvanometro g, e ritornava per $HMCDFE$.

La deviazione d che si otteneva al galvanometro misurava l'intensità I.

Nella seconda parte della esperienza, che serviva a misurare la corrente di polarizzazione, tolto il cilindro e sostituiti agli elettrodi, che nella prima esperienza erano di zinco amalgamato, altri due di rame come il cilindro, si riconduceva il liquido ad affiorare la punta della vite e si stabilivano invece le comunicazioni metalliche fra AC, BD, LE ed MF abbassando la leva in modo da escludere il galvanometro. La corrente allora per $FMCA$ entrava a polarizzare il voltametro e per $LEBD$ ritornava.

Rialzando la leva S, si interrompevano le comunicazioni LE, MF e si stabilivano le altre LG, MH così da escludere la pila e da introdurre il galvanometro insieme colla piccolissima resistenza R. La deviazione d_1 che si otteneva misurava la corrente di polarizzazione: ed il rapporto delle due deviazioni, ottenute nella seconda e nella prima parte, dava il rapporto $\frac{i}{I}$ voluto dalla formula.

La resistenza esterna al voltametro, quando si misurava i, cioè $VACMH$ e la resistenza R, era appena di mezzo ohm, e quindi trascurabile in confronto di quelle dell'elettrolita.

Gli elettrodi, che venivano sostituiti a quelli di zinco nella seconda parte dell'esperienza, ed il cilindro furono in alcune prove coperti di un grosso strato di rame elettrolitico affinchè si potessero ritenere della stessa natura.

Ecco i risultati dell'esperienza:

Distanza degli elettrodi . . . . . $10^c,10$
Raggio del cilindro . . . . . . $1^c,42$

d	d_1	α
92,5	16,0	$41^0,4$
88,0	23,0	45 ,0
90,0	19,0	41 ,4
139,0	23,0	36 ,0

$\frac{i}{I}$ *osservato*	$\frac{i}{I}$ *calcolato*	Δ	
0,173	0,209	— 0,036	Elettrodi e cilindro di rame del commercio.
0,261	0,239	+ 0,022	
0,211	0,209	+ 0,002	Elettrodi e cilindro di rame ramato elettroliticamente.
0,165	0,159	+ 0,006	

Si noti che ad un errore di mezzo centesimo della circonferenza nella determinazione di α corrisponde una variazione nel valore di $\frac{i}{I}$ in media di 6 a 7 per cento.

10. Quindi mi pare che la formula teorica riesca verificata dall'esperienza e si possa concludere che *le apparenze degli ioni, che si depositano su di un conduttore immerso in un liquido attraversato dalla corrente, sono conformi alla teoria della distribuzione delle correnti.*

11. Il Prof. Róiti, come si è detto, ha osservato che i depositi elettrolitici subiscono una dissipazione se restano immersi nel liquido che servì da elettrolita.

Accennerò qui ad alcune esperienze da me fatte per vedere se ciò potesse contribuire a fare apparire diversa la loro estensione.

Se si lascia il cilindro immerso e si apre il circuito, lo zinco si ristringe rapidamente e dall'altra parte si forma un deposito bruno di rame metallico.

Evidentemente le cose avvengono così.

Durante il passaggio della corrente principale il solfato di zinco vien decomposto. Il gruppo SO_4 che si porta sulla por-

zione del cilindro rivolta all'elettrodo negativo, attacca il rame e forma del solfato di rame. Ne risulta un vero elemento Daniell che continua ad agire quando il circuito viene aperto, distruggendo lo zinco e depositando del rame. È la stessa cosa che succede in un voltametro a solfato di zinco e elettrodi di rame che venga rinchiuso sopra se stesso dopo il passaggio della corrente polarizzante; lo zinco deposto sull'elettrodo negativo si dissipa, mentre sull'elettrodo positivo si rideposita il rame disciolto. Il deposito di rame sul cilindro avviene in tutti quei punti dove ci fu una formazione continua di solfato di rame, cioè ha una estensione eguale a quella dello zinco a circuito chiuso. Quindi, se si fanno le letture dopo aperto il circuito, si trova una differenza fra i due depositi: e questa differenza è tanto più grande quanto più breve fu la durata della corrente polarizzante e quanto più lungo l'intervallo fra l'apertura del circuito e la lettura.

Tenendo chiuso il circuito 5^s il deposito di zinco esteso $30/_{100}$ di circonferenza divenne $22/_{100}$ dopo 5^s dall'apertura; $14/_{100}$ dopo 10^s e sparì dopo 20^s, mentre il deposito bruno si mantenne sempre di $30/_{100}$.

12. Non è però necessario di aprire il circuito perchè si producano delle differenze nell'estensione dei due depositi. Basta che si facciano le letture togliendo il cilindro dall'elettrolita per riscontrare delle differenze notabili. Il velo liquido che rimane aderente permette, e lo aveva già osservato il Prof. Róiti, alla corrente di polarizzazione di continuare come se il cilindro fosse ancora immerso ed il circuito aperto.

13. La accennata dissipazione dell'elemento elettro-positivo avviene qualunque sia la natura del cilindro e per qualsiasi elettrolita. Se si adopera un crogiuolo di argento nel solfato di rame, quando si apre il circuito il deposito di rame sparisce, mentre ricompare dall'altra parte l'argento; il fenomeno però è meno rapido che col crogiuolo stesso nel solfato di zinco. Con un cilindro di rame nell'acetato di piombo, l'acetato di rame che si forma essendo specificamente più leggero dell'acetato di piombo viene alla superficie del liquido, e quando si apre il circuito alla linea d'affioramento corrisponde un deposito più abbondante di rame.

14. Ma non è a questa sola circostanza che può ascriversi la differenza osservata da Tribe, giacchè ho riconosciuto che, quando la corrente sia molto energica, in quasi tutti i casi il deposito elettropositivo si estende di meno del deposito elettro-negativo. Questo fatto è più facilmente osservabile col crogiuolo d'argento nel solfato di rame, giacchè basta a produrlo una intensità minore che non negli altri casi. Mentre con correnti di densità minori di 0,015 $\frac{ampère}{cent.^2}$ non si produce nessun deposito aderente di perossido, ma una semplice corrosione, con una densità di 0,030 si forma un deposito molto nero e aderente che si allarga rapidamente fino a coprire qualche volta una metà del crogiuolo ed essere di un terzo circa più esteso del rame. Il fenomeno presenta lo stesso andamento col crogiuolo di argento nel solfato di zinco. Col cilindro di rame nel solfato di zinco richiede una grande densità della corrente; riesce invece facilmente con una lastrina di rame perpendicolare agli elettrodi.

Col cilindro di rame nell'acetato di piombo si ottiene facilmente un bel deposito nero di perossido contornato dalle frangie di Nobili, ma difficilmente questo deposito è più esteso del piombo.

15. Le cause di questa dissimetria nei depositi degli ioni sono forse da ricercarsi nelle azioni secondarie che, accompagnano l'elettrolisi intorno al cilindro. È certo che, pel passaggio della corrente nei punti del cilindro dove si porta l'elemento elettro-negativo, ha luogo la formazione di un composto di natura diversa dall'elettrolita e quindi è rotta la simmetria.

Potrebbe essere che, finchè la corrente non è molto intensa, il nuovo sale formatosi avesse il tempo di diffondersi prima di produrre un'azione sensibile e che ciò non potesse avvenire quando l'intensità è molto forte e quindi abbondante la formazione del composto secondario.

Potrebbe anche darsi che la dissimetria non fosse che apparente, o in altre parole che la distribuzione della forza elettromotrice rimanesse sempre simmetrica come vien portato dal calcolo; ma che in certe condizioni, uno dei depositi si rendesse visibile anche nei punti dove la forza elettromotrice non ha ancora raggiunto il valor massimo. In quei punti non si formerebbe che un velo; resterebbero sempre eguali le estensioni dove il deposito avviene continuatamente.

Uno studio sull'influenza di queste varie azioni potrebbe forse condurre a spiegare il fenomeno in tutti i suoi particolari.

Compio un grato dovere porgendo i più vivi ringraziamenti al Prof. Rôiti, che mi favorì sempre de' suoi consigli.

Dalla Scuola di Fisica del R.° Istituto di Studi Superiori.

Firenze, Novembre 1882.

Lo stesso Socio FERRARIS presenta e legge il seguente lavoro del sig. Dott. Vito VOLTERRA,

SULLE

APPARENZE ELETTROCHIMICHE

ALLA SUPERFICIE DI UN CILINDRO.

Per primo A. Tribe (*) e successivamente il Prof. A. Róiti (**) si occuparono dell'estensione e della forma dei depositi che si ottengono in una lastra metallica immersa in un elettrolita percorso da una corrente. Per quanto è a mia cognizione, tali fenomeni vennero finora studiati soltanto sperimentalmente.

Il Prof. A. Róiti mi propose lo studio matematico del fenomeno nel caso in cui la corrente passasse in un elettrolita fra due lastre parallele metalliche in esso immerse e gli ioni venissero a depositarsi sopra un cilindro disposto parallelamente agli elettrodi.

Il fenomeno può supporsi avvenire come se l'elettrolita fosse un conduttore indefinito percorso da un flusso costante di elettricità ed il cilindro fosse pure indefinito e coll'asse diretto normalmente alla direzione della corrente principale. In tal caso la deposizione degli ioni avviene in modo che una striscia longitudinale del cilindro risulta coperta da uno di essi, un'altra striscia dall'altro ione, mentre restano scoperte due porzioni del cilindro comprese fra i due depositi. Gli ioni si vedono comparire dopo alcuni istanti da che è cominciato il passaggio della corrente ed

(*) *Philosophical Magazine*, S. 5, vol. XI.
(**) *Nuovo Cimento*, S. 3, vol. X.

il passaggio successivo di essa non fa che aumentare la grossezza degli strati depositati, senza sensibilmente variare l'ampiezza delle quattro regioni in cui viene a suddividersi la superficie del cilindro. Le correnti possono allora considerarsi come stazionarie.

1.

A fondamento dei calcoli venne presa l'ipotesi accennata dal Prof. Róiti nella sua memoria citata, e da esso confermata con diverse prove, che la causa degli spazi ove non si vede la deposizione degli ioni debba attribuirsi alla corrente secondaria di polarizzazione.

Non è ammissibile che la sede delle forze elettromotrici di polarizzazione, allorquando è raggiunto il periodo stazionario delle correnti, debba trovarsi *soltanto nei punti ove si vedono i depositi degli ioni*. Infatti, la corrente prodotta dalla forza elettromotrice di polarizzazione, che nasce nei punti ove i depositi sono visibili, *si aggiunge* alla corrente principale nelle porzioni della superficie del cilindro che appaiono scoperte; quindi se in queste parti non vi fosse alcuna forza elettromotrice, vi nascerebbe un deposito che cangerebbe lo stato delle correnti. *È dunque necessario ammettere nel periodo stazionario una forza elettromotrice distribuita sopra tutta la superficie del cilindro*, e per conseguenza *bisognerà che esista un deposito elettrolitico anche in quelle parti del cilindro che sembrano rimanere scoperte.*

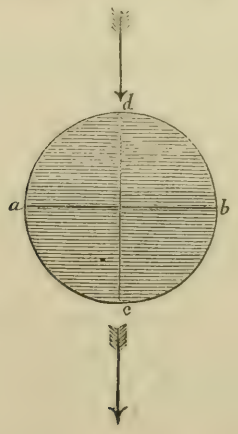
2.

Ecco come può supporsi l'andamento del fenomeno nel periodo variabile, affinchè nel periodo stazionario lo stato del cilindro risulti quale si è dovuto ammettere nel § precedente.

Nel primo istante in cui avviene il passaggio della corrente principale si formano sopra tutta la superficie del cilindro (esclusi i punti delle generatrici a, b) i depositi elettrolitici, onde viene a generarsi una corrente secondaria di polarizzazione dovuta alla debole forza elettromotrice prodotta. Questa corrente però è sufficiente a vincere quella principale nelle porzioni del cilindro vi-

cine alle generatrici *a*, *b* (fig. I), quindi nell'istante successivo il deposito avviene soltanto in porzioni del cilindro più vicine alle generatrici *c*, *d*, nelle quali parti del cilindro cresce la forza

Fig. I.



elettromotrice. Si ha dunque che le porzioni della superficie in cui avviene il deposito si restringono continuamente mentre crescono in esse le forze elettromotrici. È noto per altro che le forze elettromotrici di polarizzazione hanno un massimo, raggiunto il quale, il depositarsi successivo degli ioni non aumenta il loro valore. Ne segue che a partire dall'istante, nel quale nelle porzioni in cui avviene il deposito, le forze elettromotrici hanno raggiunto questo massimo, le correnti diventano stazionarie ed in queste porzioni soltanto seguitano ad avvenire i depositi.

Questo ci spiega l'apparenza del cilindro, perchè, mentre sarà visibile il deposito nelle parti in cui la forza elettromotrice ha raggiunto il valore massimo e in cui la grossezza degli strati depositati può aumentare continuamente, può non essere apprezzabile il velo sottilissimo aderente alle altre parti del cilindro.

3.

Il calcolo del fenomeno nel periodo variabile mi sembrò presentare troppe difficoltà; mi proposi invece di studiarlo a partire dall'istante in cui comincia il periodo stazionario, seguendo il concetto sopra accennato dello stato del cilindro in questo periodo.

Comincio dal cercare come deve essere distribuita la forza elettromotrice alla superficie del cilindro affinchè le correnti siano stazionarie; così vengo a trovare le condizioni a cui deve soddisfare la funzione potenziale della corrente di polarizzazione (§ 5). Da queste condizioni risulta che il problema ha un'unica soluzione (§ 6). Trasformate poi queste condizioni (§ 8) passo alla risoluzione del problema (§§ 9-10) (*). Ottengo prima una relazione assai semplice per mezzo di integrali ellittici che lega *le ampiezze* dei depositi visibili, la *forza elettromotrice* di polarizzazione, la *densità* della corrente principale, la *conducibilità* del liquido e il *raggio* del cilindro. Un'altra formola mi dà poi il valore della forza elettromotrice nei diversi punti della superficie del cilindro (§ 12).

Il calcolo conduce a questi due risultati (§ 7):

1° Le ampiezze dei due depositi visibili sono sempre eguali fra loro, comunque siano le forze elettromotrici.

2° Queste ampiezze sono indipendenti dalla conducibilità del cilindro.

4.

Suppongasi un conduttore indefinito percorso da una corrente di intensità costante nella direzione negativa dell'asse delle y. Sia D la densità di questa corrente, μ la conducibilità del conduttore. In questo conduttore immergiamo un cilindro indefinito di conducibilità μ_1, di raggio R, in modo che il suo asse coincida coll'asse z.

Vediamo come viene modificata la corrente. Trattandosi di conduttori cilindrici la soluzione ci viene fornita per mezzo di una semplice applicazione del principio delle immagini (**).

Se indichiamo con $U(\rho, \theta)$ la funzione potenziale in un punto esterno al cilindro di coordinate cilindriche ρ, θ, z riferite all'asse z e al piano $x\,O\,z$, avremo:

$$U(\rho, \theta) = D\left[\frac{\mu_1 - \mu}{\mu_1 + \mu}\frac{R^2}{\rho} - \rho\right]\frac{\operatorname{sen}\theta}{\mu},$$

(*) Questa risoluzione si appoggia sopra un metodo accennato nel § IX nella mia Nota *Sopra alcune proprietà caratteristiche delle funzioni di una variabile complessa. Annali di Matematica*, S. II, t. XI.

(**) Vedi Maxwell, *Electricity and Magnetism*, pag. 367.

e se indichiamo con $U_1(\rho, \theta)$ la funzione potenziale in un punto (ρ, θ, z) interno al cilindro, avremo:

$$U_1(\rho, \theta) = -2D\left[\frac{1}{\mu+\mu_1}\rho \operatorname{sen}\theta\right].$$

Ciò si verifica facilmente, infatti:

$$\lim_{y=\pm\infty}\left(\mu\frac{dU}{dy}\right) = -D,$$

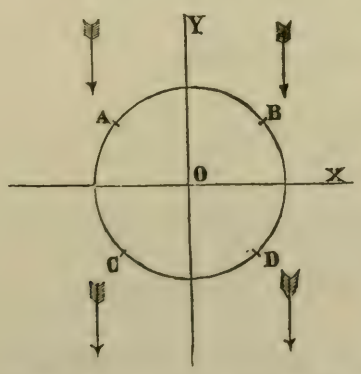
$$\begin{cases} U(\rho, \theta)_{\rho=R} = -\dfrac{2D\operatorname{sen}\theta}{\mu+\mu_1}R, \\ U_1(\rho, \theta)_{\rho=R} = -\dfrac{2D\operatorname{sen}\theta}{\mu+\mu_1}R, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\mu\dfrac{dU}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\dfrac{2\mu_1}{\mu+\mu_1}D\operatorname{sen}\theta, \\ \left(\mu_1\dfrac{dU_1}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\dfrac{2\mu_1}{\mu+\mu_1}D\operatorname{sen}\theta. \end{cases}$$

5.

Ciò premesso, vediamo come si deve distribuire alla superficie del cilindro una forza elettromotrice compresa fra due valori di segno opposto E e $-E_1$, in modo che nella porzione AB (fig. II)

Fig. II.



incognita della superficie del cilindro, la forza elettromotrice raggiunga il suo valore massimo E, nella porzione CD raggiunga

il suo valore minimo $-E_1$; e nei tratti BD ed AC la componente normale della intensità della corrente prodotta dalla forza elettromotrice distribuita sul cilindro eguagli la componente normale della corrente principale; inoltre si abbia che nei tratti AB e CD la componente normale della corrente principale superi la componente normale della corrente prodotta dalla forza elettromotrice distribuita sul cilindro.

Chiamiamo

$$V(\rho, \theta)$$

la funzione potenziale della corrente prodotta dalla forza elettromotrice incognita nei punti esterni al cilindro e

$$V_1(\rho, \theta)$$

la funzione potenziale della stessa corrente nei punti interni.

Poniamo

$$V'(\rho, \theta) = V\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right),$$

e consideriamo la funzione

$$V_1(\rho, \theta) - V'(\rho, \theta) = \Theta(\rho, \theta).$$

Questa funzione sarà finita e continua e possiederà le seguenti proprietà:

1° verificherà l'equazione

$$\Delta^2 \Theta = 0,$$

2° nel tratto AB avremo:

$$\Theta = E,$$

e nel tratto CD

$$\Theta = -E_1,$$

3° nei tratti AC e BD avremo:

$$\frac{d\Theta}{dn} = P \operatorname{sen} \theta,$$

in cui n indica la normale al contorno diretta verso l'esterno e

$$P = \frac{2}{\mu} D.$$

Consideriamo ora la funzione

$$\mu V' + \mu_1 V_1 = \Omega(\rho, \theta) .$$

Essa verificherà le condizioni seguenti:

1° avremo:

$$\Delta^2 \Omega = 0 ,$$

2° al contorno

$$\frac{d\Omega}{dn} = 0 .$$

Sarà per conseguenza

$$\Omega = \text{cost.}$$

La determinazione della legge secondo cui è distribuita la forza elettromotrice sul cilindro e della corrente da essa prodotta dipende quindi unicamente dalla determinazione della funzione Θ. Conosciuta questa funzione la costante Ω dovrà essere determinata in modo che il valore di V per $\rho = \infty$ sia lo zero.

6.

Vediamo se le tre condizioni imposte alla funzione Θ bastano a definirla univocamente, quando si osservi che deve aversi nei tratti AC e BD del contorno

$$E > \Theta > -E_1 ,$$

in AB

$$\frac{d\Theta}{dn} < P \operatorname{sen} \theta$$

e in CD

$$\frac{d\Theta}{dn} > P \operatorname{sen} \theta .$$

Supponiamo che due funzioni Θ_1 e Θ_2 verifichino contemporaneamente queste condizioni. Alla prima corrispondano i punti A_1, B_1, C_1, D_1, (fig. III), alla seconda i punti A_2, B_2, C_2, D_2, (*). Consideriamo la loro differenza

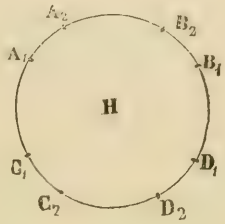
$$\Theta_1 - \Theta_2 = \Theta_3 .$$

(*) È noto, che se i punti A_1, B_1, C_1, D_1, coincidessero rispettivamente con A_2, B_2, C_2, D_2 la Θ_1 e la Θ_2 non potrebbero differire l'una dall'altra.

Comunque siano disposti i punti A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2, avremo in alcune porzioni del contorno ($A_2 B_2$ e $C_2 D_2$ nella fig. III)

$$\Theta_3 = 0 \ ,$$

Fig. III.



in altre ($A_1 C_1$ e $B_1 D_1$)

$$\frac{d\Theta_3}{dn} = 0 \ ,$$

e nelle rimanenti

$$\Theta_3 \frac{d\Theta_3}{dn} < 0$$

come facilmente si può verificare.

Ne segue che

$$\int \Theta_3 \frac{d\Theta_3}{dn} ds < 0$$

in cui l'integrale è esteso al contorno s del cerchio H.

Ora questa formola è evidentemente assurda, perchè è noto che

$$\int \Theta_3 \frac{d\Theta_3}{dn} ds = \iint \left[\left(\frac{d\Theta}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\Theta}{dy} \right)^2 \right] dH \ ,$$

in cui il secondo integrale è esteso a tutto il cerchio H.

Le condizioni imposte alla Θ la definiscono quindi univocamente; però non si sa per ora nulla intorno alla sua esistenza.

7.

Cerchiamo ora di dimostrare che la coppia di punti AB deve essere simmetrica alla coppia CD rispetto all'asse x e la coppia AC simmetrica a BD rispetto all'asse y (fig. II), inoltre

che la posizione di questi punti non dipende che dal valore di P e di $E+E_1$.

Infatti, se la funzione Θ' gode delle proprietà della Θ quando invece di E e di $-E_1$ si considerino

$$E'=\frac{E+E_1}{2}, \qquad -E'=-\frac{E+E_1}{2},$$

avremo evidentemente

$$\Theta=\Theta'+\frac{E-E_1}{2}$$

e per conseguenza i punti $A'B'C'D'$ corrispondenti alla Θ' coincideranno coi punti $ABCD$ della Θ. Ora, per la Θ' la simmetria indicata dei punti $A'B'C'D'$ è evidente, quindi questa simmetria riesce dimostrata per i punti A, B, C, D.

Osserviamo che da questa simmetria risulta subito che la Θ' è nulla lungo l'asse x e $\frac{d\Theta'}{d\theta}$ è zero lungo l'asse y.

8.

Per dimostrare l'esistenza della Θ', dalla quale si deduce subito quella di Θ, e per poterla determinare cerchiamo di trasformare le condizioni imposte.

Perciò dimostriamo che se $\psi(\rho, \theta)$, funzione finita e continua nell'interno e al contorno del cerchio di raggio R, gode delle seguenti proprietà

1° Si ha

$$\Delta^2\psi=0, \qquad \psi(-x)=\psi(x), \qquad \psi(-y)=-\psi(y),$$

2° nel tratto AB del contorno del cerchio

$$\psi=E',$$

nel tratto CD

$$\psi=-E',$$

3° in BD e in AC si ha

$$\frac{d\psi}{dn}=P\operatorname{sen}\theta,$$

4° le derivate

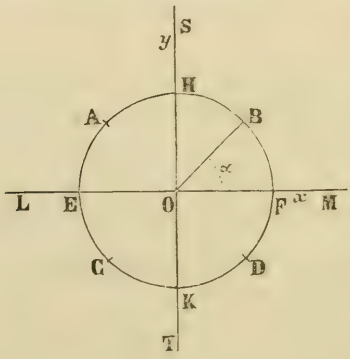
$$\frac{d\psi}{d\rho} \quad \text{e} \quad \frac{d\psi}{d\theta}$$

si mantengono sempre inferiori ad un numero finito anche al contorno, e

$$\Delta^2\psi = 0$$

anche nei punti del contorno, al più esclusi i punti A, B, C, D, (fig. IV)

Fig. IV.



la funzione ψ è appunto la funzione cercata Θ.

Consideriamo infatti la funzione

$$\psi(\rho, \theta) - E' = \psi'(\rho, \theta)$$

definita entro tutto il cerchio, e l'altra

$$\psi_1'(\rho, \theta) = -\psi'\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right)$$

definita in tutti i punti esterni al cerchio.

Dimostriamo che le due funzioni ψ' e ψ_1' si attaccano senza nessuna singolarità lungo l'arco AB.

Infatti lungo l'arco AB abbiamo

$$\psi' = \psi_1' = 0 \ ,$$

$$\left(\frac{d\psi_1'}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\left(\frac{d}{d\rho}\psi'\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right)\right)_{\rho=R} = \left(\frac{d\psi'(\rho, \theta)}{d\rho}\right)_{\rho=R} ,$$

$$\left(\frac{d^2\psi_1'}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} = -\left(\frac{d^2}{d\rho^2}\psi'(\rho, \theta)\right)_{\rho=R} - \frac{2}{R}\left(\frac{d}{d\rho}\psi'(\rho, \theta)\right)_{\rho=R} .$$

Ma

$$\frac{d^2\psi'}{d\rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{d\psi'}{d\rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{d^2\psi'}{d\theta^2}=0 \ ,$$

quindi, poichè $\psi'=$ cost. sopra l'arco AB,

$$\left(\frac{d^2\psi'}{d\rho^2}\right)_{\rho=R}+\frac{1}{R}\left(\frac{d\psi'}{d\rho}\right)_{\rho=R}=0 \ ,$$

e per conseguenza sull'arco AB

$$\left(\frac{d^2\psi_1'}{d\rho^2}\right)_{\rho=R}=\left(\frac{d^2\psi'}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} \ .$$

Sia $\psi_2(\rho,\theta)$ una funzione eguale a ψ' entro il cerchio, eguale a ψ_1', esternamente.

La funzione

$$\frac{\rho}{R}\frac{d\psi_2}{d\rho} \ ,$$

sarà su tutto il piano (escluso l'arco $ACDB$) finita, continua, insieme alle derivate, e verificherà l'equazione

$$\Delta^2\left(\frac{\rho}{R}\frac{d\psi_2}{d\rho}\right)=0 \quad (^1).$$

Essa all'infinito si annullerà: infatti

$$\frac{d\psi_2}{d\rho}=\frac{R^2}{\rho^2}\frac{d}{d\frac{R^2}{\rho}}\psi_2\left(\frac{R^2}{\rho},\theta\right) \ .$$

Si ha dunque che nel mezzo piano LMS il massimo valore di

$$\frac{\rho}{R}\frac{d\psi_2}{d\rho} \ ,$$

si avrà in uno dei punti degli archi EA ed FB, perchè ψ_2 è costante su LM, quindi $\frac{\rho}{R}\frac{d\psi_2}{d\rho}$ è zero nei punti di questa retta.

---

(1) Vedi Dini, *Annali di Matematica*, vol. V.

Ne segue che il massimo valore di questa funzione sarà

$$P \operatorname{sen} \alpha \ ,$$

essendo α l'anomalia del punto B, e per conseguenza in un punto (R,θ) di AB il valore di

$$\frac{d\psi_2}{d\rho} \ ,$$

ossia il valore di

$$\frac{d\psi}{dn} \ .$$

sarà sempre inferiore a $P \operatorname{sen} \alpha$ e a più forte ragione a $P \operatorname{sen} \theta$.

In modo del tutto analogo si dimostra che il valore di

$$\frac{d\psi}{dn}$$

nei punti dell'arco CD è superiore a $P \operatorname{sen} \theta$.

Consideriamo ora la funzione

$$\frac{d\psi}{d\theta} - P\rho \cos\theta = \varphi(\rho, \theta)$$

definita in tutti i punti interni al cerchio, e

$$\varphi_1(\rho, \theta) = \varphi\left(\frac{R^2}{\rho}, \theta\right)$$

definita nei punti esterni.

Queste funzioni si attaccano senza nessuna singolarità lungo gli archi BD ed AC.

Abbiamo infatti in uno dei punti di questi archi;

$$\varphi = \varphi_1$$

$$\left(\frac{d\varphi_1}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\left(\frac{d\varphi(\rho, \theta)}{d\rho}\right)_{\rho=R} = -\frac{d}{d\theta}\left(\frac{d\psi}{d\rho} - P \operatorname{sen} \theta\right)_{\rho=R} = 0 \ ,$$

$$\left(\frac{d^2\varphi_1}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} = \left(\frac{d^2\varphi(\rho,\theta)}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} + \frac{2}{R}\left(\frac{d\varphi(\rho, \theta)}{d\rho}\right)_{\rho=R} = \left(\frac{d^2\varphi(\rho, \theta)}{d\rho^2}\right)_{\rho=R} .$$

Sia ora $\varphi_2(\rho, \theta)$ una funzione eguale a φ nei punti interni al cerchio ed eguale a φ_1 nei punti esterni. Questa funzione sarà finita, continua e verificherà l'equazione

$$\Delta^2 \varphi_2 = 0$$

in tutto il piano, esclusi al più i punti degli archi AB e CD. Essa si annullerà all'infinito e lungo la retta ST a causa della simmetria della funzione ψ rispetto a questa retta. Se consideriamo questa funzione nel mezzo piano STM avremo che i suoi massimi e minimi dovranno trovarsi sugli archi HB e KD, quindi la funzione stessa dovrà esser compresa fra 0 e $-PR\cos\alpha$.

Quindi lungo BD la $\frac{d\psi}{d\theta} = PR\cos\theta + \varphi(\rho, \theta)$ dovrà mantenersi sempre positiva e per conseguenza i valori della ψ lungo BD dovranno andare crescendo continuamente dal punto D, in cui prende il valore $-E'$ fino al punto B in cui prende il valore E'.

9.

La questione è dunque ridotta a vedere se è possibile costruire la funzione ψ, la quale, se esiste, è definita univocamente dalle condizioni sopraccennate.

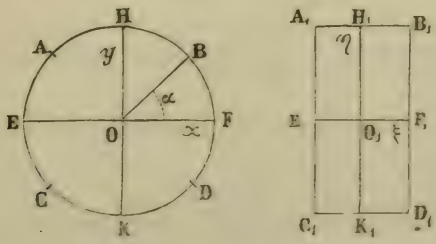
La determinazione di tale funzione ci servirà a trovare la posizione dei punti A, B, C, D, cioè la relazione che lega le quantità

$$E, \quad E_1, \quad D, \quad \alpha,$$

la distribuzione della forza elettromotrice alla superficie del cilindro e quindi la funzione potenziale delle correnti prodotte da questa forza elettromotrice.

Sia $u(\rho, \theta)$ una funzione che verifica alle proprietà volute per la ψ. Rappresentiamo conformemente il cerchio sopra un rettangolo A_1, B_1, C_1, D_1, (fig. V), in modo che i vertici corrispon-

Fig. V.



dano ai punti A, B, C, D, il centro O del cerchio corrisponda al centro O_1 del rettangolo, i diametri EF, HK del cerchio alle

parallele ai lati E_1F_1, H_1K_1 nel rettangolo. Siano x, y le coordinate di un punto del piano del cerchio riferite a EF, HK come assi e ξ, η le coordinate di un punto nel piano del rettangolo riferite alle rette corrispondenti come assi. Posto $z = x + iy$, $\zeta = \xi + i\eta$, la funzione che dà la rappresentazione conforme sarà (*)

$$z = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(z - Re^{-i\alpha})(z - Re^{i\alpha})(z - Re^{i(\pi-\alpha)})(z - Re^{i(\pi+\alpha)})}}$$

$$= \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(z^2 - R^2e^{2i\alpha})(z^2 - R^2e^{-2i\alpha})}} = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{z^4 + R^4 - 2R^2z^2\cos 2\alpha}} .$$

Potremo considerare reciprocamente z come funzione di ζ. Della forma di questa funzione inversa (**) non importa però tener conto.

Da essa si dedurrebbe

$$\rho = \rho(\xi, \eta) , \qquad \theta = \theta(\xi, \eta) .$$

Mediante queste due funzioni riportiamo la $u(\rho, \theta)$ nel rettangolo. Essa resulterà una funzione

$$u_1(\xi, \eta)$$

finita, continua e che verificherà l'equazione

$$\Delta^2 u_1 = 0 .$$

La

$$\frac{du_1}{d\xi} = v_1(\xi, \eta)$$

sarà nulla sopra A_1B_1 e C_1D_1 e sarà eguale a

$$\frac{du_1}{d\rho}\frac{d\rho}{d\xi} = P \operatorname{sen}\left[\theta(\xi, \eta)\right] \cdot \frac{d\rho}{d\xi} = P \operatorname{sen}\left[\theta(\xi, \eta)\right] \cdot \frac{R\,d\theta}{d\eta}$$

sopra i lati A_1C_1 e B_1D_1. Riportiamo la funzione v, sopra il cerchio. Essa sarà una funzione $v(\rho, \theta)$ che risulterà eguale a

(*) Vedi Dini, *Annali di Matematica*, S. II, t. VIII.
(**) Vedi Christoffel, *Annali di Matematica*, S. II, t. I.

zero sopra AB e CD e sopra AC e BD sarà eguale a

$$P \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} .$$

Avremo quindi (*):

$$v(\rho, \theta) =$$

$$= \frac{P}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} r\left(\frac{Re^{i\theta}+z}{Re^{i\theta}-z}\right) d\theta + \frac{P}{2\pi} \int_{\pi-\alpha}^{\pi+\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} r\left(\frac{Re^{i\theta}+z}{Re^{i\theta}-z}\right) d\theta,$$

in cui $r(M)$ sta ad indicare la parte reale del numero complesso M.

Sia

$$v'(\rho, \theta) + c ,$$

(in cui c è una costante arbitraria reale) la funzione coniugata della $v(\rho, \theta)$, avremo:

$$v + i(v' + c) =$$

$$= \frac{P}{2\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{Re^{i\theta}+z}{Re^{i\theta}-z} d\theta + \frac{P}{2\pi} \int_{\pi-\alpha}^{\pi+\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{Re^{i\theta}+z}{Re^{i\theta}-z} d\theta + c_1 i$$

$$= \frac{P}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{R^2 e^{2i\theta}+z}{R^2 e^{2i\theta}-z} d\theta + c_1 i ,$$

essendo c_1 una costante arbitraria reale. Se

$$v_1'(\xi, \eta) + c$$

è la funzione coniugata della $v_1(\xi, \eta)$, avremo:

$$v_1 + (v_1' + c) i = \frac{P}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \operatorname{sen} \theta \frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)} \frac{R^2 e^{2i\theta}+z^2(\zeta)}{R^2 e^{2i\theta}-z^2(\zeta)} d\theta + c_1 i .$$

(*) Vedi SCHWARZ, *XV Jahrgangs der Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich.*

Sia la funzione u_1' coniugata di u_1, avremo:

$$\frac{d[u_1+iu_1']}{d\xi}=\frac{d[u_1+iu_1']}{d\zeta}=v_1+i(v_1'+c)\ ,$$

quindi

$$u_1+iu_1'=\frac{P}{\pi}\int_{-\alpha}^{\alpha}\operatorname{sen}\theta\frac{R}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)}\int_0^{\zeta}\frac{R^2e^{2i\theta}+z^2(\zeta)}{R^2e^{2i\theta}-z^2(\zeta)}d\zeta d\theta+c_1i\zeta+h_1+ih_2,$$

h_1 e h_2 essendo costanti arbitrarie reali.

Per conseguenza, se u' è la funzione coniugata di u, si ha

$$u+iu'=\frac{PR}{\pi}\int_{-\alpha}^{\alpha}\operatorname{sen}\theta\frac{1}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)}\int_0^{z}\frac{R^2e^{2i\theta}+z^2}{R^2e^{2i\theta}-z^2}\frac{d\zeta}{dz}dz\,d\theta+c_1i\zeta(z)+h_1+ih_2$$

$$=-4\frac{PR^3}{\pi}i\int_0^{\alpha}\operatorname{sen}\theta\frac{1}{\left(\frac{d\eta}{d\theta}\right)}\int_0^{z}\frac{z^2\operatorname{sen}\theta}{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\theta}\frac{d\zeta}{dz}dz\,d\theta$$

$$+c_1i\zeta(z)+h_1+ih_2\ .$$

Ora se in $\frac{d\zeta}{dz}$ facciamo $z=Re^{i\theta}$ con

$$\alpha>\theta>0\ ,$$

si trova:

$$\frac{i\,d\eta}{Rie^{i\theta}d\theta}=\frac{1}{R^2\sqrt{e^{4i\theta}+1-2e^{i\theta}\cos 2\alpha}}\ ,$$

quindi:

$$\frac{d\eta}{d\theta}=\frac{1}{2R\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha-\operatorname{sen}^2\theta}}\ .$$

Ne segue che si potrà scrivere

$$u+iu'=-\frac{16PR^4}{\pi}i\int_0^{z}z^2\frac{d\zeta}{dz}dz\int_0^{\alpha}\frac{\operatorname{sen}^2\theta\cos\theta\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha-\operatorname{sen}^2\theta}}{(R^2-z^2)^2+4R^2z^2\operatorname{sen}^2\theta}d\theta$$

$$+c_1i\zeta(z)+h_1+ih_2\ .$$

Ora abbiamo con facili calcoli, ponendo

$$x = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\theta}},$$

$$\int_0^\alpha \frac{\operatorname{sen}^2\theta\cos\theta\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha-\operatorname{sen}^2\theta}}{R^2-z^2+4R^2z^2\operatorname{sen}^2\theta}\,d\theta = \frac{\pi}{2R^4}\,\frac{(R^2-z^2)^2+2R^2z^2\operatorname{sen}^2\alpha}{16z^4}$$

$$-\frac{(R^2-z^2)\sqrt{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}}{16R^4z^4}\int_0^\infty \frac{\frac{1}{R^2-z^2}\sqrt{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}\,dx}{1+\left(\frac{1}{R^2-z^2}\right)^2(R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha)x^2}.$$

Ma finchè il mod z è inferiore ad R

$$\frac{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}{(R^2-z^2)^2}$$

se è reale e positivo, quindi l' integrale che comparisce nel secondo membro della equazione precedente, sarà finito ed eguale a $\frac{\pi}{2}$ o a $-\frac{\pi}{2}$. Ciò dipende dal segno della parte reale di

$$\sqrt{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}.$$

Se si prende questo radicale positivo per $z=0$, la sua parte reale si mantiene sempre positiva finchè mod $z<R$, e quindi l'integrale è sempre eguale a $\frac{\pi}{2}$. Ne segue, finchè mod $z<R$

$$u+iu' = -\frac{Pi}{2}\int_0^z \frac{d\zeta}{dz}\left(\frac{(R^2-z^2)^2+2R^2z^2\operatorname{sen}^2\alpha}{z^2} - \frac{(R^2-z^2)\sqrt{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}}{z^2}\right)dz$$
$$+c_1 i\zeta(z)+h_1+ih_2 .$$

Ma l'espressione sotto l'integrale è una funzione senza nessuna singolarità, esclusi i punti A, B, C, D, nei quali il $\frac{d\zeta}{dz}$ diviene infinito d'ordine $\frac{1}{2}$, quindi l'espressione precedente ci dà i valori di $u+iu'$, anche per mod $z=R$. Da essa si deduce

$$u = r\left[-\frac{Pi}{2}\int_0^z \frac{d\zeta}{dz}\left(\frac{(R^2-z^2)^2+2R^2z^2\operatorname{sen}^2\alpha}{z^2} - \frac{(R^2-z^2)\sqrt{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}}{z^2}\right)dz\right]$$
$$-c_1 y(\rho,\theta)+h_1 .$$

10.

Nella precedente espressione di u compariscono le tre costanti α_1, c_1, h_1. Cerchiamo di determinarle per mezzo delle condizioni note. La h_1 è zero perchè u deve essere zero per $\rho=0$. In tal modo la u viene a cambiar segno cambiando la y in $-y$.

Dobbiamo poi avere

$$\frac{du}{d\rho}, \qquad \frac{du}{d\theta}$$

sempre finite; ciò equivale a porre la condizione che

$$\frac{d(u+iu')}{dz}$$

si mantenga sempre finita. Infatti in tal caso saranno finiti.

$$\frac{du}{dx} \quad \text{e} \quad \frac{du'}{dx} = -\frac{du}{dy} .$$

Abbiamo ora

$$\frac{d(u+iu')}{dz} = -\frac{Pi}{2}\frac{d\zeta}{dz}\left[\frac{(R^2-z^2)^2+2R^2z^2\operatorname{sen}^2\alpha}{z^2} - \frac{(R^2-z^2)\sqrt{R^4+z^4-2R^2z^2\cos 2\alpha}}{z^2}\right]$$
$$+c_1 i\frac{d\zeta}{dz} ,$$

onde ricordando il valore noto di $\frac{d\zeta}{dz}$, si ottiene

$$\frac{d(u+iu')}{dz} = i\left[-\frac{P}{2}\frac{(R^2-z^2)^2+2R^2z^2\operatorname{sen}^2\alpha}{z^2}+c_1\right]\frac{d\zeta}{dz}+\frac{Pi}{2}\frac{R^2-z^2}{z^2}.$$

Si riconosce subito che questa espressione non può divenire infinita che dove diviene infinito $\frac{d\zeta}{dz}$. Perciò bisognerà porre la condizione che

$$-\frac{P}{2}\frac{(R^2-z^2)^2+2R^2z^2\operatorname{sen}^2\alpha}{z^2}+c_1\ ,$$

per i valori di z eguali a $Re^{-i\alpha}$, $Re^{i\alpha}$, $Re^{i(\pi-\alpha)}$, $Re^{i(\pi-\alpha)}$ divenga infinitesima d'ordine superiore ad $\frac{1}{2}$.

Ciò evidentemente si verificherà quando si prenda

$$c_1=-PR^2\operatorname{sen}^2\alpha\ .$$

Per determinare finalmente la costante α osserveremo che lungo l'arco AB il valore costante che deve assumere la u è E', quindi porremo la condizione che la u nel punto B sia eguale ad E'.

Perciò calcoliamo il valore di u in un punto (R,ω) dell'arco FB. Osservando che in F, u e zero, avremo

$$(1)\ \ldots\ldots\quad [u+iu']_{Re^{i\omega}}$$

$$=-\frac{Pi}{2}R\int_0^\omega\left[\frac{(1-e^{2i\omega})^2+2e^{i\omega}\operatorname{sen}^2\alpha}{e^{2i\omega}}-\frac{(1-e^{2i\omega})\sqrt{(1-e^{2i\omega})^2+4e^{2i\omega}\operatorname{sen}^2\alpha}}{e^{2i\omega}}\right]\frac{ie^{2i\omega}\,d\omega}{\sqrt{(1-e^{2i\omega})^2+4e^{2i\omega}\operatorname{sen}^2\alpha}}$$

$$-iPR\operatorname{sen}^2\alpha\int_0^\omega\frac{ie^{i\omega}\,d\omega}{\sqrt{(1-e^{2i\omega})^2+4e^{2i\omega}\operatorname{sen}^2\alpha}}+hi=$$

$$=PR\int_0^\omega\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha-\operatorname{sen}^2\omega}\,d\omega-PRi\cos\omega+h'i\ ,$$

quindi

$$(u)_{Re^{i\omega}}=PR\int_0^\omega\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha-\operatorname{sen}^2\omega}\,d\omega\ .$$

La condizione che in B la u abbia il valore E' è quindi espressa da

$$E'=PR\int_0^\alpha\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha-\operatorname{sen}^2\omega}\,d\omega$$

e ricordando che

$$P = \frac{2D}{\mu},$$

si ha

$$E' = \frac{2DR}{\mu}\int_0^\alpha \sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\omega}\, d\omega .$$

Questa relazione ci fornisce il modo di determinare la posizione dei punti A, B, C, D conoscendo le forze elettromotrici E e $-E_1$, la densità D della corrente e la conducibilità μ dell'elettrolita.

Ricordando infatti che $E + E_1 = 2E'$, avremo

$$(2) \ldots\ldots \qquad E + E_1 = \frac{4DR}{\mu}\int_0^\omega \sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\omega}\, d\omega .$$

La forza elettromotrice E_ω nei punti (R, ω) dell'arco FB ci viene data dalla formula

$$(3) \ldots\ldots \quad E_\omega = \frac{2DR}{\mu}\int_0^\omega \sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\omega}\, d\omega + \frac{E - E_1}{2} .$$

11.

Una conferma che la espressione trovata per la u verifica alle condizioni imposte alla funzione Θ', ci viene fornita dalla espressione trovata (1) dei valori di $u + iu'$ al contorno. Abbiamo infatti, per $-\alpha < \omega < \alpha$, oppure per $\pi - \alpha < \omega < \pi + \alpha$,

$$\left(\frac{du}{d\rho}\right)_{\rho=R} = \frac{1}{R}\left(\frac{du'}{d\omega}\right)_{\rho=R} = P \operatorname{sen}\omega ;$$

per $\alpha < \omega < \pi - \alpha$, oppure per $\pi + \alpha < \omega < 2\pi - \alpha$,

$$\frac{du}{d\omega} = 0 ;$$

per $-\alpha < \omega < \alpha$,

$$\frac{du}{d\omega} = PR\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\omega} > 0 ;$$

per $\pi - \alpha < \omega < \pi + \alpha$,

$$\frac{du}{d\omega} = -PR\sqrt{\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\omega} < 0 \ ;$$

per $\alpha < \omega < \pi - \alpha$

$$\left(\frac{du}{d\rho}\right)_{\rho=R} = \frac{1}{R}\left(\frac{du'}{d\omega}\right)_{\rho=R} = P\left(\operatorname{sen}\omega - \sqrt{\operatorname{sen}^2\omega - \operatorname{sen}^2\alpha}\right) < P\operatorname{sen}\omega \ ;$$

finalmente per $\pi + \alpha < \omega < 2\pi - \alpha$,

$$\frac{du}{d\rho} = P\left(\operatorname{sen}\omega + \sqrt{\operatorname{sen}^2\omega - \operatorname{sen}^2\alpha}\right) > P\operatorname{sen}\omega \ .$$

12.

Le formule (2) e (3) si esprimono facilmente per integrali ellittici.

Ponendo infatti

$$\frac{\operatorname{sen}\omega}{\operatorname{sen}\alpha} = \operatorname{sen}\varphi \ ,$$

$$k = \operatorname{sen}\alpha \ ,$$

si ottiene

$$E + E_1 = \frac{4DR}{\mu}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2\cos^2\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2\operatorname{sen}^2\varphi}} \ ,$$

$$E_\omega = \frac{2DR}{\mu}\int_0^{\varphi} \frac{k^2\cos^2\varphi\, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2\operatorname{sen}^2\varphi}} + \frac{E - E_1}{2}$$

e quindi

$$(4)\ \ldots \qquad E + E_1 = \frac{4DR}{\mu}(k^2K - I) = \frac{4DR}{\mu}(E - k'^2K) \ ,$$

$$(5)\ \ldots \qquad E_\omega = \frac{2DR}{\mu}\left(k^2x - Z(x)\right)\frac{E - E_1}{2} \ ,$$

quando si ponga

$$\frac{\operatorname{sen}\omega}{\operatorname{sen}\alpha} = \operatorname{sn} x \ , \qquad \text{mod. } k \ ,$$

e si adottino le consuete notazioni

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} \,, \qquad I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi \, d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}} \,,$$

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \operatorname{sen}^2 \varphi} \, d\varphi \,, \qquad Z(x) = \int_0^x k^2 \operatorname{sn}^2 x \, dx \,.$$

Le formule (4) e (5) si prestano con grandissima facilità ai calcoli numerici, e al confronto con i dati della esperienza.

Firenze, *Ottobre* 1882.

Il Socio Comm. Prof. Michele LESSONA presenta e legge il seguente lavoro del sig. Dott. Daniele ROSA, Assistente al Museo zoologico della R. Università di Torino, intitolato:

DESCRIZIONE

DI DUE

NUOVI LUMBRICI.

La molteplicità delle specie dei Lumbrici già intraveduta dallo *Swammerdam* e dal *Redi*, ma disconosciuta dal *Linneo* fu per la prima volta posta in chiaro dal *Savigny*, che ne descrisse venti specie indigene della Francia (1).

Questo numero venne ancora accresciuto per opera del *Dugés* (2) e del *Fitzinger*. Il primo, tenendo conto dei lavori del Savigny e del Fitzinger portò questo numero a trentacinque.

Queste specie erano in generale molto insufficientemente caratterizzate; ond'è che l'*Hoffmeister* (3) ridusse di molto questo numero senza però contestare la validità di alcune fra le specie che egli non aveva potuto esaminare.

Il D'Udekem (4) andò più in là e non riconobbe come specie sicure che le otto che erano state descritte dall'Hoffmeister.

Ultimamente però molte forme che l'Hoffmeister aveva riunite vennero di nuovo considerate come specie autonome, altre

(1) SAVIGNY, *Mém. sur les Lombrics.* Analisi in Comptes rendus, etc., 1820.

(2) DUGES, *Recherches sur la circulation etc. des annelides.* Ann. Sc. Nat., 1828.

Id. *Nouvelles observ. sur la Zool. etc. des annelides*, ibidem, 1837.

(3) HOFFMEISTER, *Die bis jetzt bekannten arten der Regenwürmer*, 1845.

(4) D'UDEKEM, *Mémoire sur les Lombriciens*, in Mémoires de l'Acad. Roy. de Bruxelles, t. XXXV, 1865.

specie europee si descrissero, di cui molte corrispondono senza dubbio ad antiche specie di Savigny, Dugès e Fitzinger, inoltre molte forme esotiche furono conosciute. L'antico genere *Lumbricus* dovette essere diviso. La miglior classificazione è forse quella del Perrier (1). Egli divise i Lumbrici in anteclitelliani, intraclitelliani e postclitelliani secondo la posizione degli orifizii sessuali rispetto al clitello, formando con questi gruppi la famiglia dei Lumbricidi, che corrisponde agli oligocheti terricoli del Claparède. Fra gli anteclitelliani egli non ammise che il genere *Lumbricus*, la cui comprensività veniva ad essere in tal modo notevolmente ridotta. A questo genere *Lumbricus* apparterrebbero tutti i Lumbrici europei salvo due specie che vogliono essere comprese nel genere *Pontodrilus* fra i Lumbricidi *post-clitelliani*.

Così ridotto il genere *Lumbricus* venne ancora diviso dallo svedese Eisen (2) in varii generi: *Lumbricus* str. senso, *Allolobophora*, *Allurus*, *Dendrobaena* e *Tetragonurus*. Quest'ultimo genere è americano.

Io ho adottato, come già l'Örley, questa classificazione, riferirò quindi le specie che sto per descrivere l'una al genere *Allolobophora* e l'altra al genere *Dendrobaena*.

Gen. **ALLOLOBOPHORA** Eisen.

(Eisen: *Om Skandinaviens Lumbricider in Öfversigt af kongl. Vetenskaps - Akademiens Forhandlingar*, tretionde Årgången, 1873. Stockholm, 1874).

Allolobophora neglecta n. sp.

Syn.? Lumbricus communis (partim).

(Hoffmeister: *Die bisjetzt bekannten Arten der Lumbricider*. Braunschweig, 1845).

Lunghezza mm. 45-50.

Numero dei segmenti 115-122.

---

(1) Perrier, *Recherches pour servir à l'hist. des Lombriciens terrestres*, en Nouv. Arch. du Muséum d'Hist. nat., t. VIII, 1872.

(2) Eisen, *Om Skandinaviens Lumbricider in Öfv. af. k. Vetenskaps.* Akad. Förhandlingar XII Årgången, 1873.

Colore bianco-carneo un po' sporco per la grande trasparenza della pelle, anteriormente più roseo; clitello carneo-ranciato.

Forma cilindrica, anteriormente conica, posteriormente attenuata, ma non depressa.

Lobo cefalico continuantesi in un prolungamento largo, quadrato che taglia metà del primo segmento.

Clitello molto rigonfio e liscio, occupante 8 o 9 segmenti (28,29 — 36). Esso giunge inferiormente sino a metà dell'intervallo fra le setole dorsali e le ventrali.

Tubercula pubertatis sulla linea che limita inferiormente il clitello; sono 4 per lato occupando i segmenti 32, 33, 34, 35; benchè poco rigonfi essi sono ben visibili e si toccano l'un l'altro; sono allungati trasversalmente con un poro in mezzo.

Aperture sessuali maschili al 15° segmento, con margini così rigonfi da interessare sino a due segmenti contigui anteriormente e posteriormente.

Setole strettamente geminate.

Questo lumbrico non è molto vivace, irritato emette dai pori dorsali un liquido pagliarino-chiaro inodoro.

Ho ricevuto questa specie dai contorni di Siena nel novembre 1882 per cortesia del Dr. Arturo Marcacci.

La descrizione che dà l'Hoffmeister del *Lumbricus communis* potrebbe anche convenire a questa specie, sebbene niuna delle varietà stabilite in quelle specie risponda interamente ai caratteri della nostra.

Il *L. communis* oramai non è più ammesso; l'Eisen vi distinse già due forme, l'*Allolobophora turgida* e l'*A. mucosa*. Quest'ultima forma si avvicina alla nostra, ma basta già a distinguerla da questa la diversa posizione dei *tubercula pubertatis*, che per la loro grande costanza forniscono un eccellente carattere specifico.

Nessuna delle altre specie di *Allolobophora* descritte dall'Eisen o dall'Örley (1) può confondersi colla nostra.

Anche nelle descrizioni anteriori ad Hoffmeister non ho visto la possibilità di un'identificazione con qualche specie antica. La specie antica più vicina alla nostra è forse ancora il *L. trapezoides Duges*, che però sembra piuttosto corrispondere all'*A. turgida* di Eisen, *L. communis* var. *carnea* Hoffm.

---

(1) Örley, *Beiträge zur Lumbricinen-Fauna der Balearen* in *Zoolog. Anzeiger* 30 *Mai* 1881.

Gen. **DENDROBAENA**,

Eisen, loco citato.

Dendrobaena Camerani n. sp.

Lunghezza mm. 32.

Número dei segmenti 80.

Colore (nell'animale conservato in alcool) grigio-olivastro, più scuro anteriormente, inferiormente e carneo sul clitello.

Corpo cilindrico coll'estremità anteriore notevolmente acuminata, posteriormente attenuato, ma non depresso.

Lobo cefalico arrotondato diviso per un solco trasversale da un prolungamento quadrato che taglia un terzo del primo segmento, il quale è più lungo del secondo segmento.

Clitello occupante sei segmenti (29-34). Esso giunge sino alle setole esterne delle paia ventrali; però anche sulla faccia ventrale gli anelli del clitello si distinguono per essere più chiari e rigonfii.

Dei *tubercula pubertatis* non vidi traccia.

Orifizii maschili al 15° segmento con margini poco rigonfii.

Setole non geminate, ma distanti. L'intervallo mediano dorsale e ventrale sono i maggiori, gli intervalli fra le singole setole d'un paio e fra le paia superiori e le inferiori sono minori e quasi uguali fra loro.

Di questa specie ho visto solo esemplari in alcool portatimi dal mio collega ed amico Dr. Lorenzo Camerano, al quale questa specie è dedicata. Essi furono raccolti da lui presso il Castelsee in Val Formazza (Ossola, Piemonte) ad un'altezza di circa 2200 m. sul livello del mare.

Il genere *Dendrobaena* è caratterizzato specialmente dall'avere le setole non geminate. L'Eisen descrive di questo genere una sola specie, la *D. Bocckii*. Questa specie si distingue subito dalla nostra pel suo lobo cefalico che taglia tre quarti del segmento boccale. Anzi qui è da notare che l'Eisen fa di questa particolarità un carattere del genere, per cui la caratteristica di questo viene ad essere alquanto variata dall'introduzione in esso della nostra specie.

Il *L. stagnalis* Hoff., che ha pure setole distanti, differisce da questa nuova specie per la forma del lobo cefalico e per la statura molto superiore.

Il Duges cita quattro specie di Lumbrici a setole distanti fra quelle che hanno le aperture maschili al 15° segmento, come è anche carattere della *Dendrobaena*, e sono il *L. complanatus Duges*, il *L. platyurus Fitz*, il *L. pygmaeus Sav.* e l'*octaedrus Sav.* La prima è una grande specie meridionale, che non ha nulla che fare colla nostra, l'ultima ne differisce pure per la forma circolare del lobo cefalico e per altri caratteri; quanto al *L. pygmaeus Sav.* ed al *L. platyurus Fitz*, sono appena da porsi fra le *species inquirendae* per l'insufficienza della loro caratteristica.

Adunanza del 31 Dicembre 1882.

PRESIDENZA DEL SIG. CONTE PROF. T. SALVADORI,
PIÙ ANZIANO DEI SOCI PRESENTI

In questa adunanza il Socio Cav. Capitano F. SIACCI presenta una Memoria stampata, a nome dell'Autore, sig. Capitano Federico FALANGOLA, intitolata: « *Esperienze sulla resistenza alla flessione dei materiali da costruzione intraprese presso le officine di costruzione del Genio militare in Alessandria* » Roma, 1882 (Estratto dal *Giornale d'Artiglieria e Genio.*)

Il Socio Prof. Alfonso COSSA presenta una breve comunicazione sulla diffusione del didimio. Questo metallo, oltrechè nelle apatiti, nella scheelite, ed in varie specie di calcare, fu pure da lui trovato in quantità più grandi nello sfeno della sienite del Biellese, e del calcifiro di Collegno. La ripetuta associazione dei composti di didimio a quelli di calcio in minerali omogenei e perfettamente cristallizzati confermano il Cossa nell'opinione che il didimio potrebbe essere considerato, almeno nelle combinazioni in cui è associato al calcio, come un radicale metallico divalente.

In questa adunanza la Classe elegge a *Soci Stranieri* i signori Guglielmo THOMSON, della Società Reale di Londra, Professore di Filosofia naturale nell'Università di Glasgow, e Carlo GEGENBAUR, della R. Accademia bavarese delle Scienze, Prof. di Anatomia nell'Università di Heidelberg.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

QUARTO PREMIO BRESSA

ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO

Programma del quarto premio Bressa

La Reale Accademia delle Scienze di Torino, uniformandosi alle disposizioni testamentarie del Dottor Cesare Alessandro Bressa, ed al Programma relativo pubblicatosi in data 1° Gennaio 1881, annunzia che col 31 Dicembre 1882 si chiuse il Concorso per le opere scientifiche e scoperte fattesi nel quadriennio 1879-82, a cui erano chiamati Scienziati ed Inventori di tutte le Nazioni.

Contemporaneamente essa Accademia annunzia che a cominciare dal 1° Gennaio 1883 sarà aperto il Concorso al quarto premio Bressa, a cui, a mente del Testatore, saranno ammessi i soli Italiani.

Questo Concorso sarà diretto a premiare quell'Italiano che durante il quadriennio 1881-84 « a giudizio dell'Accademia » delle Scienze di Torino, avrà fatto la più importante scoperta, » o pubblicato l'opera più ragguardevole in Italia, sulle scienze » fisiche e sperimentali, storia naturale, matematiche pure ed » applicate, chimica, fisiologia e patologia, non escluse la geologia, » la storia, la geografia e la statistica ».

Esso verrà chiuso coll'ultimo Dicembre 1884.

La somma destinata al premio sarà di lire 12000 (dodicimila).

Nessuno dei Soci nazionali Residenti o non Residenti dell'Accademia Torinese potrà conseguire il premio.

Torino, 31 *Dicembre* 1882.

Il Presidente
E. RICOTTI

Il Segretario
della Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali
A. Sobrero

Il Segretario
della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche
Gaspare Gorresio

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Gennaio

1883.

CLASSE

DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 14 Gennaio 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. ARIODANTE FABRETTI
DIRETTORE DELLA CLASSE

Il Socio Prof. Enrico D'Ovidio, a nome del Socio Prof. Angelo Genocchi, presenta alla Classe il primo fascicolo del nuovo giornale di matematica « *Acta mathematica* », inviato in omaggio all'Accademia dal Redattore Prof. G. Mittag-Leffler.

Questo giornale si pubblica a Stoccolma ed accoglie lavori in varie lingue. L'incremento che nei paesi del Nord hanno preso negli ultimi anni gli studi matematici, l'attività e l'ingegno ben noti del giovine Professore che redige il nuovo periodico, il munifico aiuto che a questo presta il Re di Svezia e Norvegia, la collaborazione promessa di illustri matematici de' varî paesi, ispirano piena fiducia nella vitalità degli *Acta mathematica*, e sull'utilità che ne ritrarranno gli studi anche fuori del paese in cui si pubblicano.

Il primo fascicolo del nuovo giornale contiene i seguenti articoli:

Teoria dei gruppi fuchsiani, di Poincaré (in francese).

Sulla teoria delle rendite vitalizie, di Malmsten (in tedesco).

Sopra un metodo di approssimazione nel problema dei tre corpi, di GYLDEN (in tedesco).

Il problema delle configurazioni, di REYE (in tedesco).

La Classe accoglie il dono del Prof. MITTAG-LEFFLER, ed esprime i migliori augurî al nuovo giornale.

Il Socio Prof. Giulio Bizzozero presenta e legge la seguente Memoria dei Professori L. Griffini e F. Trombetta, dell'Università di Messina.

CONDRO-CARCINOMA PRIMITIVO

DELLA

GHIANDOLA SOTTOMASCELLARE.

Nelle ghiandole salivari furono abbastanza frequentemente osservate delle forme miste di tumori, condro-missomi, condro-sarcomi e condro-carcinomi. Questi tumori misti furono bene studiati nella ghiandola parotide e si è constatato che essi di rado danno metastasi. Per la ghiandola sottomascellare le nostre cognizioni in proposito sono assai limitate e probabilmente ciò dipende dalla estrema rarità con cui si presentano tumori maligni primitivi di questa ghiandola, mentre i tumori secondarii sono abbastanza frequenti. Fu infatti solo notato qualche caso di condro-sarcoma e di condro-missoma, e, se si esclude un caso molto discutibile che Gluge vuol ammettere come carcinoma primitivo della ghiandola sottomascellare, tutti gli altri tumori appartengono alla classe dei condromi o degli adeno-condromi. La denominazione di adeno-condroma proposta da Nepveu (1) per una forma di tumori della ghiandola sottomascellare da lui e da altri osservata, sarebbe anche dal lato clinico giustificata in quanto che in tali tumori non vi fu metastasi. Ora a noi occorse nell'80 di osservare un tumore della ghiandola sottomascellare che ha molta rassomiglianza, specialmente nelle parti di recente formazione, cogli adeno-condromi, ma che dimostrò un alto grado di malignità, per la qual cosa come anche per la sua

(1) *Mémoires de chirurgie*, par le Docteur G. Nepveu. Paris, 1880.

struttura istologica, devesi porre nella classe dei condro-carcinomi. E siccome non ci fu possibile di trovare registrato nella letteratura un caso somigliante al nostro, così noi crediamo opportuno darne una minuta descrizione, sperando con ciò di poter contribuire alla conoscenza dei tumori primitivi maligni di questa ghiandola.

Storia clinica.

Angela Sparacino, di anni 56, di Fiumidinisi, di professione *solatrice*, entra nella Clinica Chirurgica di Messina l'11 dicembre 1880.

Questa donna non offre nulla d'importante nella sua anamnesi remota. Perdè il padre in tarda età per malattia febbrile, così anche la madre; dei fratelli e delle sorelle nessuno affetto di neoplasia; negli ascendenti, nè tumori delle parti visibili, nè scoli vaginali fetenti, che avessero potuto far nascere sospetto di neoplasia uterina. Piccola, non soffrì morbi di grande importanza, mestruò a 16 anni, a 20 andò a marito ed ebbe 10 parti tutti a termine. Dei suoi 10 figli ne vivono 7 tutti sani, 2 morirono nell'età infantile per convulsioni, 1 più grandicello con febbre.

Sedici anni or sono, dopo i travagli del parto, la donna si accorse che al di sotto ed un po' al di dentro dell'angolo sinistro della mascella inferiore erasi formato un tumoretto grosso quanto una mandorla. Questo tumoretto, mobilissimo e sempre indolente, durò tale fino a 6 mesi fa, nè aumentò di volume pei parti successivi, nè al tempo della menopausa, avvenuta 4 anni or sono, nè per altre cagioni. All'epoca sopra indicata, senza causa apprezzabile, il tumore divenuto alquanto dolente, cominciò a crescere ed acquistò in breve tempo tanto sviluppo da assumere il volume ch'esso presentava quando l'inferma fu ammessa in clinica. È curioso notare, che col crescere del tumore l'inferma cominciò parimente a sentire forte dolore alla regione posteriore del collo, dolore che persistette fino al tempo della operazione e limitavasi a sinistra, cioè dal lato ove era il tumore, alla sola spalla, mentre a destra irradiavasi in tutto l'arto superiore corrispondente, percorrendo il tragitto del radiale ed accompagnantesi con senso di formicolio alle dita della mano.

Fuori dell'ospedale le furono applicate delle coppe scarificate alla nuca ed alquante mignatte sul tumore, senza per questo che il dolore sparisse e che il tumore si arrestasse nel suo cammino invadente.

Venuta l'inferma in clinica ecco quanto abbiamo potuto osservare: Donna di media statura e di buona costituzione, ha scarso il pannicolo adiposo, ed alquanto scolorite le mucose e la pelle. Le facoltà mentali e gli organi dei sensi integri, normali tutti gli altri organi, se togli un po' di afonia che l'inferma aveva cominciato a notare poco tempo prima di venire da noi. Non vi sono glandule linfatiche ingorgate, nè al collo nè in altri punti del corpo. Le gengive, in corrispondenza dei quattro incisivi inferiori, sono tumide, iperemiche, ma non indurate. La regione sopraioidea sinistra è la sede di un grosso tumore, il quale oltrepassa in giù di qualche centimetro i limiti della regione, poggia in dentro sul bordo esterno della cartilagine tiroidea, senza far corpo con essa, in fuori sulla branca sternale dello sterno-cleido-mastoideo, col quale non contrae alcuna aderenza, ed in sopra inglobando l'angolo sinistro della mascella col quale fa corpo, si estende nella parte più bassa della regione masseterina.

Più difficile è determinare i limiti posteriori del tumore. Esso si spinge indietro fra i tessuti del pavimento della bocca e della regione laterale sinistra del collo, senza che se ne possano cogliere con chiarezza i confini. Alla semplice ispezione oculare non si nota alcuna sporgenza anormale nella cavità della bocca, percorrendo col dito il pavimento di essa si sente però, verso l'angolo della mascella, un cercine fibroso che aderisce coll'osso e pare faccia corpo con esso, ed oltre a ciò, in corrispondenza del dotto di Wharton, un cordone fibroso che si spinge indietro verso la base della lingua. Il bordo alveolare è del tutto normale, la pelle che copre il tumore è facilmente spostabile ed anch'essa normale. Il tumore ha una superficie liscia ed una forma regolarmente convessa, se togli un tubercolo saliente verso l'angolo della mascella ed altri due piccoli nodi sporgenti in vicinanza della cartilagine tiroidea: esso è in generale duro e di consistenza fibrosa; alquanto più duro e di consistenza quasi cartilaginea in corrispondenza dei noduli di sopra indicati. L'ago da agopuntura spinto con forza lo attraversa da banda a banda, senza incontrare in alcun punto resi-

stenza ossea, ovvero lamelle di tessuto calcificato. A livello della branca orizzontale della mascella, l'ago, spinto orizzontalmente da fuori in dentro verso il pavimento della bocca è trattenuto dall'osso che appare normale.

Il diametro maggiore del tumore è obliquo e si estende dal bordo superiore della cartilagine tiroidea alla branca montante del mascellare inferiore; il diametro trasverso a livello del bordo inferiore della mascella conta 8 cent. di lunghezza, 9 ne conta il diametro verticale.

Diagnosi. — Dopo quel che abbiamo detto non era facile formulare una diagnosi esatta. Lo sviluppo del tumore da quel nodulo della regione sopraioidea, che per tanto tempo rimase mobile, escludeva del tutto l'idea ch'esso avesse potuto avere origine dal mascellare inferiore; l'ispezione dell'osso da parte della bocca e l'esame fatto coll'ago faceano chiaramente vedere che il tumore inglobando quella parte della mascella non avea coll'osso che semplici rapporti di vicinanza. Esso erasi adunque sviluppato o in uno dei gangli cervicali, ovvero nella glandula sottomascellare sinistra. Ma qual'era la sua natura?

L'assenza di affezioni carcinomatose della bocca o della faccia ci faceva escludere il carcinoma secondario dei gangli cervicali o della sottomascellare; la durezza del tumore, la mancanza quasi completa del dolore, l'assenza d'ingorgo delle glandule linfatiche circonvicine, ci fece escludere a prima giunta il carcinoma primitivo della sottomascellare, affezione del resto riputata da tutti rarissima. Il condroma semplice potea essere escluso per la consistenza varia del tumore e per la sua poco delimitabilità dai tessuti circonvicini, non ci restava quindi che ammettere o l'adeno-condroma o il fibro-condroma, sia della glandula sottomascellare, sia di qualcuno dei gangli cervicali. Ma anche qui noi trovammo delle difficoltà. Dallo studio accurato dei casi riferiti da Nepveu sotto la denominazione di adeno-condromi della sottomascellare, si può rilevare come tutti quei tumori che furono studiati sul vivente (Oss. I, VI, VII. VIII, IX?, X, XI?, XII) (1) si spostavano facilmente sui tessuti profondi. Nel caso nostro, a parte dell'immobilità procurata al tumore dai rapporti da esso contratti colla mascella, non delimitavasi facilmente nè in basso,

(1) Nepveu, l. c., p. 294 e seguenti.

nè indietro, nè profondamente dal lato della bocca, ciò che ci faceva esitare non poco nello stabilire la diagnosi anatomo-patologica. Quanto alla sede, quel prolungamento fibroso sul pavimento della bocca, nella direzione del dotto di Wharton, ci fece inclinare ad ammetterla piuttosto nella glandola sottomascellare.

Mentre faceansi questi studi, un fatto nuovo si aggiunse, che, secondo noi, dovea spargere molta luce sulla diagnosi. Dal 20 dicembre in poi, essendo preceduti alcuni doloretti lungo la branca orizzontale sinistra della mascella, si cominciò ad osservare un ingrossamento in quel tratto di mascella ove, all'entrare dell'inferma in clinica, fu notata la tumefazione e l'arrossamento delle gengive.

Questo nuovo tumore della sinfisi del mento crebbe in pochi giorni in guisa da prendere tutto quel tratto di mascella compresa fra i due primi falsi molari e da sporgere innanzi nel solco mento-labiale, ed indietro verso la base della lingua. L'arcata alveolare in corrispondenza del tumore si rammollì alquanto, gl'incisivi inferiori divennero mobili e quasi cadenti.

Fra il nuovo tumore e quello principale dianzi descritto, non vi era connessione di sorta, il tatto non scopriva alcun tratto di tessuto indurato sia lungo la mascella, sia nelle parti molli poste al di fuori ed al di dentro di essa. Dopo la comparsa di questo ultimo tumore l'inferma divenne triste, era silenziosa e quasi ebete; mangiava di mala voglia e mal volentieri lasciava il suo letto.

Ora quale relazione potea esistere fra i due tumori? Era quest'ultimo indipendente dal primo, ovvero era esso legato con quello in connessione genetica? Dappoichè l'esame diretto escludeva una propagazione per contiguità di tessuto, sia per la via dell'osso sia per quella dei tessuti molli visibili, non restava altro che ammettere una propagazione a distanza, la quale nel caso nostro non avrebbe potuto essere possibile che per la via dei vasi o per quella del nervo. Or siccome il tumore della parte mediana del mascellare avea l'aspetto di un sarcoma, e siccome non vi è che questa specie di tumore che possa restare per moltissimi anni stazionaria, assumere poi un rapido sviluppo ed invadere per la via dei vasi i tessuti più o meno lontani, senza portare alcuna infezione nei gangli linfatici vicini, noi non esitammo a fare la diagnosi di *condro-sarcoma* della glandula

sottomascellare con sviluppo di sarcoma secondario nella parte mediana della mascella inferiore.

Stabilita questa diagnosi ci determinammo per l'operazione, la quale, com'è ben naturale, non potea limitarsi alla rimozione del solo tumore, ma dovea comprendere tutta la parte mediana della mascella di già ammalata, e tutto quel tratto inglobato dal tumore che per la diagnosi fatta non potea essere in alcun modo risparmiata. Si decise quindi di rimuovere il tumore insieme a quella parte del mascellare inferiore compresa fra il secondo molare di destra e l'ultimo molare di sinistra, separando su questo lato la branca orizzontale della mascella dalla branca ascendente.

L'operazione fu eseguita senza cloroformizzare l'inferma. Per perdere sangue quanto meno fosse possibile, si fece dapprima la resezione dell'osso mercè due piccole incisioni parallele al bordo della mascella nei due punti estremi accennati di sopra; indi si fece una incisione che unendo le due precedenti seguiva a destra il bordo della mascella, passava sulla parte più prominente del tumore e raggiungendo l'estremo limite posteriore di questo si ripiegava in sopra da raggiungere quasi il lobulo dell'orecchio; un'altra incisione incrociava la precedente quasi ad angolo retto e portavasi in basso fino al limite inferiore del tumore.

Dissecati molto facilmente i lembi cutanei, passammo alla rimozione del tratto di mascella di già mobilizzato e del tumore che vi aderiva, asportando dal pavimento della bocca e dalle parti profonde del collo tutti quei tessuti che ci parvero sospetti. L'operazione fu estremamente laboriosa, il tumore non era delimitato da alcuna capsula fibrosa; inglobata completamente la glandula sottomascellare, si estendeva lungo il dotto di Wharton e mandava prolungamenti verso i grossi vasi del collo. La guaina dei vasi carotidei era già presa, la carotide esterna era quasi tutta in esso compresa. Un gran numero di arterie e di vene furono tagliate fra due legature, si legò la carotide esterna e si tagliò l'ansa del grande ipoglosso. La dissezione fu fatta principalmente per mezzo di istrumenti ottusi e più specialmente mercè l'aiuto di due pinzette. Si legarono preventivamente quei tratti di tessuto che faceano sospettare la presenza di vasi.

Ottenuta l'emostasi definitiva legando con fili di catgut anche i più piccoli vasellini, si lavò la vastissima piaga, prima con acqua fenicata al 5 p. $^0/_0$ e poi col liquido emostatico di Ca-

podieci, e si riunì la ferita cutanea mercè 20 punti di sutura intercisa. La parte inferiore del cavo orale fu imbottita con alquanto cotone fenicato, la lingua fu assicurata mercè un'ansa di filo di argento che, attraversandone la base fu a sua volta legata a quel tratto di mascella ch'era stata risparmiata.

Ad onta di tutte le precauzioni adoperate, la perdita del sangue fu molto considerevole; l'inferma era grandemente abbattuta e tendeva al sopore. Portata a letto le si diede del vino e dei brodi.

Un' ora dopo dell' operazione esce dalla bocca del sangue misto a saliva ed a muco in quantità da imbrattare più panni. Si toglie il cotone e se ne mette dell'altro imbevuto nel liquido di Capodieci e cessa la transudazione sanguinolenta.

L'inferma non può prendere che poco latte, non può parlare, ma coi cenni fa intendere di sentirsi soffocare; la lingua è al proprio posto.

La sera si sente molto male, inghiotte con stento, il polso è piccolo, frequente e può a mala pena contarsi; la respirazione è stertorosa. Si somministra una mistura eccitante.

L'inferma passa molto male la notte; alla visita del mattino troviamo la respirazione più stertorosa della sera, il polso è appena percettibile, un sudore freddo vischioso copre il suo corpo. Alle ore 9 $^1/_2$ a. m., 22 ore cioè dopo l' operazione, viene la morte.

Quanto alla morte dell'inferma non è facile darne una spiegazione adeguata. L' emorragia fu considerevole, ma poi non tanta da spiegare la morte. Questo ci sembra il caso d' invocare lo scok, e insistiamo tanto più su questo in quanto che al giorno d' oggi pare si voglia porre da banda la così detta morte per scok od esaurimento nervoso in seguito alle grandi operazioni e si tenda a metterla sul conto dell' etere e del cloroformio, ovvero sul conto delle sostanze antisettiche adoperate durante e dopo l'operazione. Nel caso nostro l' inferma non ricevette anestetici di sorta e della soluzione fenica al 5 p. $^0/_0$ non si fece uso che una volta sola per lavare alla fine dell'operazione la vasta ferita.

L'autopsia fatta 24 ore dopo la morte ci diede i seguenti risultati:

Abito esterno. — Colorito generale della cute cadaverico normale, nutrizione generale ancora buona, nessuna deformità

scheletrica, rigidità cadaverica ancora esistente negli arti inferiori e nel superiore sinistro, mentre nel destro è interamente scomparsa. Cute del capo ed organi dei sensi normali. Esiste una larga ferita, riunita da sutura a punti intercisi, che va dal lato destro del mento verso sinistra sul lato corrispondente del collo fino a 2 centim. in sotto del lobulo dell'orecchio del medesimo lato: in corrispondenza di questa si ha un infossamento dovuto alla mancanza di un pezzo di mascellare inferiore. Torace di forma normale, mammelle poco sviluppate, floscie. Sulle pareti addominali dall'ombellico al pube si notano smagliamenti epiteliali molto pronunciati, e agli inguini macchie verdastre. La cute degli arti inferiori e superiori è normale.

Capo. — La cute della volta cranica ed il pericranio sono normali. La forma del cranio è dolicocefalica. Esistenti ancora le suture, frontoparietale, biparietale, temporo-parietali e lambdoidea, nulla di anormale alle due superficie delle ossa della volta cranica; lo spessore ne è alquanto aumentato specialmente a spese della diploe. Dura madre alquanto inspessita, ma a superficie levigate splendenti, nessun coagulo nel seno longitudinale. Leggiero trasudamento sieroso nelle pie meningi, le quali in alcuni punti appaiono leggermente opacate. Consistenza, colorito delle circonvoluzioni cerebrali e del cervelletto normali. Contenuto sanguigno della sostanza cerebrale degli emisferi normale. Ventricoli laterali normali per ampiezza e contenuto. Tela coroidea e plessi normali. Corpi striati e talami ottici pure normali. Quarto ventricolo, cervelletto, vasi della base, protuberanza anulare e midollo allungato normali.

Addome e torace. — Pareti addominali e toraciche normali. Numerose e forti aderenze tra la pleura parietale e viscerale d'ambo i lati, tra questa e il pericardio. Nei due cavi pleurici poco liquido giallo citrino, trasparente. Pericardio e liquido contenuto normali. Notevole quantità di adipe sotto epicardico. Nel ventricolo sinistro sangue fluido ed oscuro: l'orecchietta destra e sinistra appaiono distese e contengono grossi coaguli fibrinosi e grumi di sangue. Cuore alquanto aumentato di volume. Sufficienti le semilunari aortiche e della pulmonale. Orifizi atrio-ventricolari normali; le pareti del ventricolo sinistro sono aumentate di spessore e misurano 10 mm. alla base, 13 a metà, 6 verso l'apice; quelle del ventricolo destro sono normali. Cuspidi della mitrale alquanto inspessiti: normali quelli della tricuspidale, non che le

semilunari aortiche e della polmonale. Placche ateromatose sull'origine dell'arco dell'aorta. Colorito bruno del miocardo del ventricolo sinistro. Il polmone sinistro presenta sulla sua superficie anteriore e posteriore numerosi noduli duri, grigiastri, e nello spessore dell'organo si rileva colla palpazione l'esistenza di nodi simili. Sulla superficie del taglio si mostrano di aspetto cartilagineo; alcuni però, meno duri e grigio-rossigni offrono una superficie granulosa. Oltre ciò presenta: enfisema del lobo superiore, edema moderato del lobo inferiore. Aderenze di antica data riuniscono i lobi del polmone destro: sulla superficie e nell'interno di esso esistono gli stessi noduli notati nella pleura e polmone sinistro. Enfisema dei bordi anteriori e focolai di polmonite catarrale nel lobo inferiore e porzione del superiore. Le ghiandole bronchiali, aumentate di volume, offrono nel loro spessore dei noduli di varia grossezza, di color grigio rossigno, a superficie del taglio granulosa.

Milza. — Capsula leggermente ispessita, polpa alquanto pallida. Lunghezza cent. 14, larghezza 7. spessore 22 millimetri.

Reni. — Il rene sinistro è di volume, colorito e consistenza normale. Capsula alquanto ispessita, si distacca difficilmente portando seco della sostanza corticale, nello spessore della quale notansi molte cisti colloidee. La sostanza corticale è iperemica. Stesso reperto pel rene destro.

Fegato. — Diametro trasversale 28 cent., massimo verticale 19, spessore mass. 6. Aspetto noce moscata della superficie del taglio.

Genitali. — Vescica normale. Leggera metrite catarrale del collo.

Regione del collo. — Preparate le regioni anteriore e laterale del collo si trova tra l'aponeurosi media del collo e la faccia anteriore della tiroide uno strato di tessuto bianco giallicciо, dello spessore di 1 millimetro, il quale assottigliandosi si diffonde intorno la tiroide e poi si propaga in giù nella fossetta giugulare. Gli strati più superficiali di questo tessuto in molti punti appaiono rossastri, come infiltrati di sangue. Preparando la guaina nerveo-vascolare si trova la carotide primitiva e l'interna, la giugulare interna del tutto normali. La carotide esterna invece è legata 2 $^1/_2$ centim. al disopra della sua origine. Il nervo vago è del tutto normale. La carotide esterna e l'interna sono di piccolissimo calibro. La parotide sinistra appare normale. Pure

normale la ghiandola sottomascellare e parotide destra. Alcune ghiandole cervicali sono ingrossate e nello spessore del loro parenchima si osservano piccoli tratti di colore grigio-rossigno.

Esame del tumore.

Il tumore, asportato con un pezzo della branca orizzontale del mascellare inferiore, trovasi situato al margine inferiore ed in parte sulla faccia interna del mascellare, al quale è unito mediante tessuto fibroso. Si estende dall'angolo, che formano la branca verticale ed orizzontale del mascellare, fino all'altezza del secondo premolare, e dalla sua base d'impianto si dirige in basso, all'indentro e alquanto posteriormente. Ha la forma di un ovoide, con superficie esterna liscia, ma non è fornito di una capsula involgente. Misura col suo massimo diametro, orizzontale, 5 cm.; col verticale 3 $^1/_2$, ed ha uno spessore massimo di 3 $^1/_2$ cm. Il colore della sua superficie esterna è bianco-rossigno ed in alcuni punti è molle, in altri molto duro. Spaccato nel senso del suo diametro maggiore offre sulla superficie del taglio un tratto di figura rotonda, di aspetto e consistenza del tessuto cartilagineo, mentre tutte le altre parti della superficie del taglio sono costituite di tessuto molle, rossigno, a struttura evidentemente acinosa, che qua e là offre nel mezzo degli acini dei piccoli punti di varia forma e di un color grigio-giallastro o giallo-rossigno. La porzione che ha aspetto cartilagineo forma nel tumore un nodo irregolarmente sferico, di grandezza corrispondente a poco più di un terzo del tumore, ed è situata verso l'estremità anteriore, ed in questa eccentricamente verso la faccia interna ed il margine opposto a quello col quale si unisce al mascellare. Questo grosso nodo cartilagineo è tutt' all'intorno circondato dal tessuto molle, rossigno ed a struttura acinosa, il quale occupa gli altri due terzi del tumore. All' estremità posteriore del tumore è unita una piccola massa di tessuto connettivo adiposo, nel quale stanno due ghiandole linfatiche della grossezza di un pisello, le quali, spaccate, sembrano normali. L'osso mascellare, il periostio e la mucosa delle gengive appaiono normali nel tratto che va dall'angolo del mascellare fino a livello del dente canino sinistro; ma più anteriormente, ed in corrispondenza dei 4 denti incisivi, si osserva sulle due faccie

del mascellare una tumefazione ricoperta dalla mucosa gengivale ed estesa dalla corona dei denti fino a metà altezza dell'osso. I denti incisivi compresi nella parte tumefatta sporgono sul livello dei vicini un mezzo centimetro. Spaccando, tra due denti la parte tumefatta insieme all'osso, si trova che essa si impianta sull'osso il cui margine superiore è distrutto, e che colla sua estremità inferiore si insinua nel cavo midollare; l'osso quindi non figura quivi che coi $^2/_3$ inferiori. Questa porzione tumefatta, considerata nella sezione trasversale, ha figura ovale con un diametro verticale massimo di 2 $^1/_2$ cm., ed uno trasversale di 2 cm. È ricoperta superiormente dalla mucosa gengivale ed in tutta la sua massa è formata da tessuto molle, rossigno, a struttura acinosa interamente eguale a quello del tumore primitivo.

La porzione del nervo dentario, che sta racchiusa nel canale osseo, appare di volume normale.

Coll'esame microscopico del tumore, fatto a fresco su preparati per dilacerazione e sopra sezioni, si è potuto constatare che nelle sue parti aventi aspetto cartilagineo si aveva la struttura di un tessuto cartilagineo in piccola parte jalino e nella massima parte a cellule grandi a molti prolungamenti ramificati, e che nelle altre porzioni del tumore si aveva uno stroma connettivo evidentemente a struttura alveolare, i cui alveoli erano ripieni di cellule a grosso nucleo, con protoplasma dilicato e a limiti così poco determinabili, che non era possibile giudicare con sicurezza se si trattasse piuttosto di elementi cellulari connettivi od epiteliali e quindi di un sarcoma alveolare o di un carcinoma. L'esame successivo, dopo trattato il tumore con liquido di Müller, alcool a 70° e 90°, fatto sopra larghe e sottili sezioni delle varie parti del tumore, ci ha fatto meglio conoscere la struttura. Esaminando con un piccolo ingrandimento le larghe sezioni colorate corrispondenti alle parti che nel fresco apparivano grigio-rossigne e molli, si vedono spiccare delle grandi masse di forma irregolare tendente alla rotonda, ed ovale più o meno allungata, i cui limiti sono segnati da una serie di linee curve a convessità rivolta alla periferia della massa. Esse hanno quindi nel loro assieme una configurazione acinosa e la massima parte di esse racchiude nelle parti centrali una massa di un materiale di color grigiastro, di configurazione svariata, che non si colora coll'ematossilina e col carmino o solo assai poco e diffusamente. Queste grandi masse sono separate da abbondante

tessuto connettivo fibrillare stipato, in cui si osservano qua e là masse cellulari più piccole formate da uno o pochi zaffi che, nella sezione, appaiono di forma subrotonda, ovale od elittica, e che racchiudono pure nel centro un materiale grigiastro o grigio-giallastro. Verso le parti periferiche del tumore si osserva in mezzo ad abbondante connettivo fibroso dei lunghi zaffi cellulari di forma e grossezza assai irregolare, i quali, anastomizzandosi tra loro con numerose branche laterali, formano una elegante rete. In tutte le sezioni, praticate in varii punti dei due terzi di tumore non cartilagineo, si hanno imagini somiglianti alle descritte, e studiandole a più forte ingrandimento si osserva che tanto le grandi masse acinose, quanto le più piccole poste fra esse, sono formate di cellule grandi, di forma irregolare, tendente alla poligonale, a protoplasma finamente granuloso, fornito di un grande nucleo che contiene dei grossi granuli ed uno o due nucleoli splendenti. Queste cellule sono strettamente riunite tra loro da scarsissima sostanza cementante omogenea ed hanno caratteri evidenti di cellule epiteliali. La massima parte delle grandi masse cellulari è suddivisa in ammassi più piccoli da uno stroma connettivo a struttura alveolare, le cui pareti sono molto sottili. I zaffi epiteliali contenuti in ciascun alveolo hanno lo strato di cellule più periferiche, quelle che toccano la parete alveolare, di forma allungata e regolarmente impiantate su di essa in modo da avere il loro massimo diametro perpendicolare alla parete che tappezzano (Vedi la figura). Il materiale grigiastro, che occupa le parti centrali, a forte ingrandimento risulta pure formato da zaffi di cellule in avanzato stadio di degenerazione adiposa e tra esse si hanno ancora traccie dello stroma alveolare, in cui si osservano stravasi di sangue che va anche a mescolarsi coi zaffi di cellule degenerate. Le masse più piccole, frapposte alle grandi, sono costituite da un grosso zaffo epiteliale o da un gruppo di pochi zaffi, e nel centro di molti di questi zaffi si nota pure un materiale di regressione che in taluni occupa solo una piccola parte, in altri la maggior parte del zaffo, così che le sue cellule epiteliali costituiscono, nelle sezioni, un sottile anello che racchiude la grossa massa del materiale di disaggregazione. I lunghi zaffi delle parti periferiche del tumore, che ramificandosi e anastomizzandosi formano un' elegante rete, risultano pure degli stessi elementi cellulari e non solo nel loro assieme offrono un' imagine che ricorda un' iniezione di vasi linfatici, ma con un forte in-

grandimento si osserva in molti punti l'estremità di un zaffo in diretta continuazione con uno spazio vuoto (canale) a pareti endoteliche. Nelle porzioni del tumore corrispondenti al margine di esso che è rivolto all'osso mascellare, si osserva qua e là tra le grandi masse di zaffi epiteliali dei residui della ghiandola sottomascellare, cioè scarsi lobuli ghiandolari normali o alquanto infiltrati di cellule piccole subrotonde, molti dotti escretori ripieni di un materiale jalino. Benchè noi abbiamo con molta perseveranza ed in modo speciale rivolto lo studio a queste porzioni del tumore, pure non ci fu dato di sorprendere i varii stadii di passaggio colla scorta dei quali ci fosse permesso di dedurre in modo sicuro lo sviluppo del tumore. Abbiamo solo potuto rilevare da un lato, che i lobi ghiandolari più vicini alle masse del tumore hanno acini ghiandolari più grandi ed a cellule non più trasparenti mucose, ma interamente protoplasmatiche; che in molti punti dei lobi ghiandolari i limiti degli acini vanno scomparendo; che alla periferia dei lobi si vedono molte cellule epiteliali libere che invadono il connettivo interlobare, e se si confrontano queste cellule protoplasmatiche degli acini e quelle resesi libere con quelle dei zaffi epiteliali del tumore si trova che la differenza è assai piccola. Dall'altro lato rivolgendo la nostra attenzione alle masse del tumore frapposte a questi acini abbiamo potuto rilevare che la massima parte di esse non si risolve in una struttura alveolare, ma appaiono come delle masse epiteliali lobulate che nel loro assieme, ed anche per molti particolari, si lasciano paragonare a lobi ghiandolari ipertrofici, i cui acini contengono cellule epiteliali protoplasmatiche con leggera deviazione dal tipo normale. In alcune di queste masse cellulari acinose che in gran parte conservano la forma di lobi ghiandolari, si osservano sezioni di dotti escretori ripieni di un materiale jalino.

Nelle due ghiandole linfatiche, già notate in una massa di tessuto connettivo adiposo all'estremità posteriore del tumore, non si osservano zaffi cancerosi, ma una completa infiltrazione delle trabecole con cellule rotonde e scomparsa dei seni linfatici; inoltre qua e là, specialmente nei follicoli, delle piccole emorragie. Altre due ghiandole linfatiche più grosse, trovate nel connettivo fibroso che unisce il tumore all'osso mascellare, cominciano appena ad essere invase dal tumore. In una, la più grossa, si osservano varii zaffi cancerosi che penetrando per l'ilo si spingono

nel mezzo fin contro la parte corticale, mentre nell'altra è presa soltanto la sostanza corticale di una estremità della ghiandola. Molti zaffi del tumore hanno pure invaso il connettivo fibroso che contiene le due ghiandole linfatiche.

La porzione cartilaginea del tumore risulta formata da numerosi nodi di varia grossezza, di forma rotonda circondati da tessuto connettivo che ha l'aspetto di un pericondrio, nel quale si osservano dei zaffi epiteliali e qualche dotto escretore. I singoli nodi sono per lo più formati da tessuto cartilagineo misto, jalino ed a cellule stellate con prolungamenti ramificati, pochi da tessuto fibro-cartilagineo.

Le sezioni praticate sulla porzione tumefatta del mascellare (previa decalcificazione) mostrano in ogni punto uno stroma alveolare, con alveoli ripieni di cellule interamente eguali a quelle del tumore principale. La mucosa gengivale assottigliata e infiltrata di cellule rotonde è pure invasa da zaffi epiteliali, e nelle parti mediane ed inferiori di questa porzione si osservano trabecole ossee a canali Haversiani assai dilatati e ripieni di cellule cancerose. Nessuna traccia di tessuto cartilagineo.

La porzione del nervo dentario, che è racchiusa nel canale osseo, esaminata sopra sezioni trasversali, non offre cellule del tumore ne' suoi spazii linfatici peri ed endonervosi; solo in alcuni punti, in cui la guaina del nervo aveva contratto aderenza col periostio del canale dentario, si osservano delle piccole masse del tumore aderenti alla guaina stessa; quivi i fasci di fibre nervose sono alquanto schiacciati e nel connettivo interfascicolare si osservano piccoli stravasi di sangue. L'esistenza nelle vicinanze del tumore principale di ghiandole linfatiche già invase da zaffi epiteliali, e i fatti finora constatati, specialmente da Colomiatti, riguardo la diffusione dei carcinomi lungo gli spazii linfatici dei nervi (la quale si fa sempre in direzione centripeta) dovevano già *a priori* lasciarci credere che il nodo secondario sviluppatosi sulla porzione mediana del mascellare inferiore fosse il risultato di una metastasi fattasi per la via dei comuni linfatici, anzichè per quella dello speciale sistema linfatico dei nervi.

Delle ghiandole cervicali, prese dal cadavere, tre sono parzialmente invase dal tumore, ed è qui notevole l'abbondanza di zaffi che racchiudono nel loro centro una grande massa di materiale giallastro di regressione, e di pochi altri zaffi nel cui centro si osserva un bel reticolo di fibrina nelle cui maglie vi

sono dei globuli rossi. Molte ghiandole linfatiche bronchiali sono pure prese dal tumore ed offrono nelle sezioni le stesse particolarità di struttura. Le osservazioni fatte riguardo l'origine del materiale giallastro, che si trova nel centro della massima parte dei zaffi cancerosi, ci inducono a credere che esso sia il prodotto della disaggregazione del parenchima ghiandolare in cui avvennero delle emorragie. Le cellule cancerose a principio invadono i seni linfatici della sostanza corticale e midollare della ghiandola, e quivi, moltiplicandosi, comprimono i follicoli ed i cordoni midollari, nei quali per ostacolo alla circolazione avvengono delle emorragie. La compressione sui follicoli e cordoni midollari continua a crescere col moltiplicarsi delle cellule cancerose, per cui mancando a quelli la nutrizione, a poco a poco, insieme al sangue stravasato, si disaggregano e alla fine si riducono in una massa granulosa giallastra.

Dei molti nodi secondarii trovati nella pleura e nel parenchima polmonare, alcuni sono formati per intero di tessuto cartilagineo jalino a grandi cellule isolate e aggruppate, circondate da grossa capsula cartilaginea, e alla periferia del nodo si osservano accumuli di cellule cartilaginee embrionali, nei quali le cellule più periferiche sono strettamente avvicinate le une alle altre, mentre quelle più interne sono allontanate da scarsa sostanza intercellulare jalina. Altri nodi secondarii sono formati di tessuto cartilagineo a cellule con prolungamenti ramificati. Altri ancora sono costituiti da una porzione centrale cartilaginea circondata da zaffi di cellule cancerose. Ed infine si hanno nodi di varia grossezza formati di soli zaffi cancerosi pochi dei quali contengono nel loro centro quel materiale giallastro o grigio-giallastro già osservato nei zaffi del tumore primitivo e nei nodi secondarii delle ghiandole linfatiche cervicali e bronchiali.

Lo studio di questo tumore ci porta ad alcune considerazioni che qui brevemente vogliamo enunciare. Innanzi tutto ci dimostra che, come nella parotide, anche nella ghiandola sottomascellare si possono avere forme miste di condro-carcinomi primitivi. Che il tessuto carcinomatoso nel nostro caso ebbe una spiccata prevalenza sul cartilagineo, e mentre il trasporto delle cellule cancerose si è fatto per la via dei linfatici, quello delle cellule cartilaginee soltanto per la via dei vasi sanguigni. I molti punti poi di somiglianza di questo tumore coi condro-adenomi precedentemente osservati, e specialmente quella forma acinosa di

molte parti di esso, che non si risolve in una vera struttura alveolare, ci fa credere assai probabile che i condro-adenomi formino uno stadio di passaggio al condro-carcinoma e che forse l'asportazione fatta per tempo possa evitare la produzione di nodi secondarii. L'osservazione di altri casi potrà chiarire questo nostro dubbio, che noi ora abbiamo espresso anche perchè crediamo possa interessare il pratico.

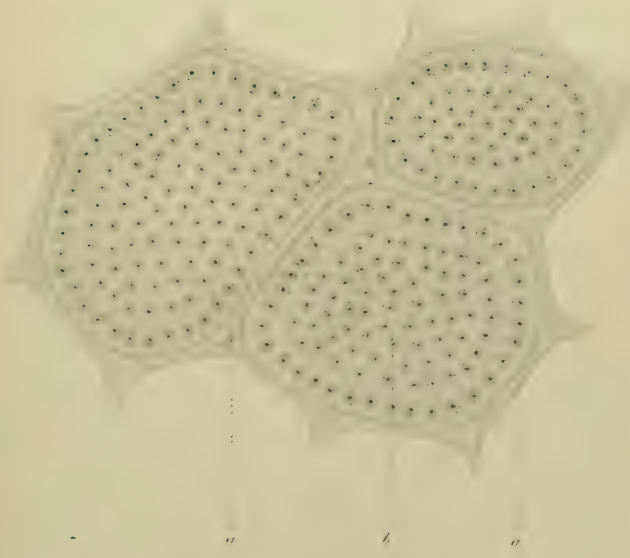
SPIEGAZIONE DELLA FIGURA

TRE ALVEOLI presi dalla porzione carcinomatosa del tumore.

a. a. Stroma alveolare a pareti sottili.

b. Cellule carcinomatose contenute negli alveoli, di cui le più periferiche hanno un diametro massimo perpendicolare alla superficie d'impianto, le altre hanno forma irregolare e contorni poco ben distinti — (Zeiss, oc. II, obb. D, camera lucida).

Tav. I



Lit. Balussetia, Torino

Adunanza del 28 Gennaio 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

A nome del Socio Prof. Angelo GENOCCHI, il Socio Professore SIACCI presenta alla Classe sette fascicoli del *Bullettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, pubblicato dall'illustre Principe Boncompagni, coi quali si compie il XIV volume, e si inizia il XV.

Questi sette fascicoli, che vanno dall'Agosto 1881 al Febbraio 1882, contengono gli articoli seguenti:

1° Un articolo bibliografico di E. Narducci sul volume « *Collectanea mathematica* » pubblicato nel 1881 in memoria del compianto Domenico Chelini [Agosto, 1881].

2° *Bibliographie néerlandaise historico-scientifique, etc.*, par le D^r^. Bierens de Haans [Settembre, Ottobre, Novembre, 1881].

3° *Sulla Storia delle scienze naturali presso gli Arabi*, pel D^r^. Wiedemann [Novembre, 1881].

4° *Notice sur un ouvrage astronomique d'Ibn Haitham*, par Mr Steinschneider [Dicembre, 1881].

5° *Intorno alla vita ed alle opere di Bartolomeo Sovero, matematico svizzero del secolo XVII*, per Antonio Favaro [Gennaio, 1882].

6° *Sur les deux plus anciens traités français d'algorisme et de géométrie*, par Ch. Henry - *Traité d'algorisme* - *Traité de géométrie* [Febbraio, 1882].

In questi fascicoli sono inoltre contenuti ricchissimi annunzi di recenti pubblicazioni appartenenti ad ogni ramo delle Scienze Matematiche e Fisiche. Tali annunzi non si limitano ai titoli delle pubblicazioni, ma, per quanto riguarda le Raccolte, riproducono anche gl'indici di ogni volume o fascicolo: essi quindi formano un singolar pregio del *Bullettino*, d'altronde unico nel suo genere, ed altamente benemerito della storia delle scienze.

A nome del Socio Prof. Genocchi il Socio Siacci presenta anche:

1° Una Memoria dei signori Folie et Le Paige, *Sur les courbes du troisième ordre.* Bruxelles, 1882.

2° Una Nota del signor Le Paige, *Sur le système de deux formes trilinéaires.* Bruxelles, 1882.

Il Socio Prof. Giulio Bizzozero presenta e legge i seguenti

STUDII

SUI

CORPUSCOLI ORGANIZZATI DELL'ARIA

SULLE ALTE MONTAGNE

del Dottore

PIERO GIACOSA.

La ricerca dei corpuscoli organizzati dell'aria, la determinazione esatta della loro natura e del loro numero, il rapporto che esiste tra questi dati da una parte e quelli della statistica delle malattie, principalmente delle epidemiche, dall'altra, diedero luogo da qualche anno in qua, a studii speciali diligentissimi, alcuni dei quali (e basti citare le osservazioni quotidiane fatte all'Osservatorio di Montsouris vicino a Parigi) continuano regolarmente, sussidiati da tutti i mezzi suggeriti dal progresso della scienza. In tal modo la flora e la fauna dell'atmosfera sono abbastanza conosciute, principalmente nelle gran città e nei loro pressi; si può perfin già parlare d'una geografia botanica e zoologica degli organismi sospesi nell'aria, poichè in Asia, in America, in Europa queste ricerche furono intraprese con lo stesso zelo e quasi con gli stessi metodi. Le nostre cognizioni a questo riguardo, hanno pertanto ancora molte lacune; così, per citarne una sola, non abbiamo idea alcuna sulla distribuzione verticale di questi organismi, o se si hanno dei dati, essi sono assolutamente insufficienti. L'aria delle montagne non è ancora stata regolarmente analizzata sotto questo punto di vista, e, ch'io sappia, s'è ancor meno studiata l'aria delle altezze, grandi e medie, distante dalla superficie della terra.

Il lavoro di Pasteur sulla birra e quello di Tyndall, *On the floating matter of the air*, contengono qualche osservazione

sui germi dell'aria delle montagne (1): ma quei due scienziati non hanno scelta la montagna per le loro esperienze nello scopo di raccogliere i germi vaganti nell'aria, *per determinarli*, ma bensì in quello di realizzare delle condizioni differenti da quelle in cui essi operavano ordinariamente e soprattutto per cercare un ambiente, che si potesse considerare come esente da qualsiasi contaminazione. Da tali esperienze si potrebbe essere indotti a credere che l'aria di montagna quasi non contiene germi sospesi, asserzione assai lungi dal vero, come si vedrà dalle mie osservazioni.

La montagna che scelsi per le mie esperienze è il Monte Marzo, che probabilmente dovrebbe esser chiamato Monte Marcio, avendo le due parole lo stesso suono nel dialetto piemontese (*Mont Mars*). Ciò che giustificherebbe il nome di Monte Marcio sarebbe l'aspetto del Picco dal lato Nord, che si presenta come una grande frana di roccie informi ammonticchiate le une sulle altre, prodotta dalla decomposizione di strati di gneiss che costituiscono l'ossatura della montagna.

Il Monte Marzo è libero di nevi nell'estate: sulla sua cima fioriscono perfino alcune fanerogame (Androsace, Ranunculus, Gentiana, ecc.). La sua posizione vicina ai ghiacciai del Gran Paradiso, di fronte alle grandi distese di neve del Monte Rosa, la sua altezza di 2753 m., lo rendevano propizio agli studi che intraprendevo, poichè tutti i venti, tranne quelli del Sud, che sono poco frequenti a tale epoca dell'anno, vi portano un'aria che ha attraversato grandi superficie di ghiaccio. Io scelsi per le mie esperienze i primi giorni del mese di Agosto, epoca in cui il tempo suole essere bello (2).

---

(1) Pouchet (*Compt. rend.*, vol. LVII, p. 558), volendo rifutare le idee di Pasteur sulla distribuzione dei germi nell'aria, ha raccolti dei volumi d'aria nell'interno dei ghiacciai della Maledetta. Pasteur (ibid., pag. 724), ha dimostrato che il metodo seguito da Pouchet non è scevro da cause di errore, per cui quelle esperienze non hanno tutto il valore che si sarebbe tentati di attribuire loro. I palloni che ricevettero l'aria della montagna mostrarono tutti degli organismi.

(2) In queste esperienze fui assistito da un giovane studente, il sig. Luigi Mondino, il quale fece parecchie volte l'escursione del Picco, portando con me gli istrumenti ed aiutandomi ad installarli.

La raccolta dei corpuscoli dell'aria non si fece solo in cima al Monte Marzo, ma bensì ancora alla sua base all'Alpe delle Oche, a qualche metro di distanza della casa del pastore (a 2293 metri sul livello del mare) in un sito aperto verso la valle (direzione Sud-Est) e chiuso dagli altri lati da pareti di roccie verticali, o da erti pendii. Feci pure degli esperimenti al piccolo lago delle Oche, posto a 200 metri circa sopra l'Alpe dello stesso nome, sul dorso che divide la Valchiusella dalla Valsoana.

Alla stessa epoca, amici, che avevo iniziati a tali osservazioni, raccoglievano i germi dell'aria della pianura ai piedi della Valle di Chiusella, a qualche chilometro di distanza dal Monte Marzo nei villaggi di Samone e Colleretto Parella (240 metri circa sul livello del mare).

Di tutti i metodi conosciuti per la raccolta dei germi dell'aria, scelsi quello che consiste nel raccogliere tali germi in liquidi nutrienti adatti al loro sviluppo. Feci però anche costrurre due aeroscopii di Pouchet (eseguiti dietro il disegno dell'annuario dell'Osservatorio di Montsouris per l'anno 1879, fig. 47, pag. 453) e li posi all'estremità di un Alpenstock, uno sulla cima del Monte Marzo, l'altro vicino all'Alpe delle Oche; ma disgraziatamente, nel discendere dalla montagna, un passo falso mi fece rompere i preparati che avevo fatto con quegli istrumenti.

La natura delle località scelte per le mie esperienze impedendomi di servirmi di apparecchi pesanti e complicati destinati ad aspirare, misurandolo, un volume d'aria attraverso ai tubi destinati a raccogliere i germi, dovetti accontentarmi di lasciarli cadere liberamente nei liquidi: ecco come operai.

Feci con un tubo di vetro di Boemia dei piccoli recipienti in forma di pipetta chiusa all'estremità inferiore; questi tubi (corrispondenti ai Pipette-bulbs di Tyndall: *The floating matter of the air*, pag. 139, fig. 12 *A*) avevano da 15 a 20 cent. di lunghezza, e il loro diametro nella parte allargata era da 17 a 18 mm. Dopo averli lavati diligentemente, li riempii a mezzo d'acqua distillata, e li scaldai in un bagno d'acido solforico fino all'ebollizione dell'acqua; nel momento in cui le ultime porzioni di vapore uscivano fischiando, saldai col dardo l'estremità superiore dei tubi, e li ritirai dal bagno per lasciarli sfreddare. Preparati in tal modo più diecine di tubi, privi assolutamente di germi capaci di svilupparsi, li riempii dei liquidi

destinati alla coltura. Scelsi il liquore di Cohn (1), quello di Raulin (2) ed il brodo di carne di vitello filtrato. Per riempire i tubi-pipetta ne ruppi la punta nel liquido di coltura portato alla temperatura necessaria per isterilirlo. La pressione negativa esistente nei tubi fece che essi si riempissero immediatamente: per richiuderli seguii il metodo della prima volta immergendoli in un bagno d'acido solforico scaldato a più di 100° e chiudendo alla lampada il tubo capillare alla sua origine in guisa da ridurre i tubi-pipette in cilindri alti da 6 a 7 centimetri. Sotto questa forma i tubi possono venir trasportati con facilità senza pericolo di rottura. Campioni di tali tubi vennero lasciati al laboratorio, altri furono imballati nelle casse e posti vicino a quelli destinati alle osservazioni: tutti hanno conservato fino ad ora la perfetta loro limpidezza, ciò che prova l'assoluta assenza di contaminazione.

Per le mie esperienze misi nove di questi tubi (tre per ogni qualità di liquido) in una piccola scatola di abete col coperchio fatto a buchi, la quale scatola venne fissata ad un alpenstock, ad un'altezza di un metro circa al disopra del suolo. Per aprire i tubi mi mettevo in faccia al vento e con una punta di diamante e un carbone ne staccavo la punta che cadeva naturalmente spinta dalla pressione interna.

Per raccogliere il contenuto dei tubi che avevano ricevuti i germi dell'aria, mi servivo dei medesimi tubi-pipette vuoti, preparati nel modo qui sopra descritto: dopo averli fatto passare nella fiamma ne rompevo la punta in fondo ai tubi aperti, e li chiudevo subito con la lampada a spirito di vino ed il cannello.

Ho descritto minutamente il mio modo di procedere perchè da esso dipende tutto il valore di queste ricerche; credo che in tal modo io abbia eliminata ogni causa d'errore, e ch'io possa esser certo che i liquidi esposti all'aria contenevano solo i germi che vi erano caduti dall'aria stessa. I tubi (pieni di liquido a coltura) erano stati ripieni in condizioni tali che si opponevano o all'entrata o alla conservazione della vita dei germi del mio laboratorio di Torino, e difatti al momento che li apersi (due settimane dopo il loro riempimento) essi erano perfettamente lim-

---

(1) *Annuaire de Montsouris*, 1879, pag. 499.
(2) Pasteur, *Études sur la bière*. Paris, 1876, pag. 89.

pidi; i secondi tubi (destinati a essere riempiti sulla montagna) erano vuoti, senzadichè il liquido non vi si sarebbe precipitato dentro appena rottane la punta.

I risultati ottenuti mi permettono di raccomandare questo metodo come sicuro e agevole; i tubi si portano nello zaino e s' abbisogna solo di una lampada, d' un cannello, d' una punta di diamante, di carbone, e d'un piccolo sostegno per i tubi.

Sulla cima delle montagne s' ha, naturalmente, a lottare contro mille difficoltà, solo per mantenere la lampada accesa; ma è cosa facile il far costrurre un cappuccio di metallo che permetta di sottrarre la fiamma all'influenza dell'aria.

Ne' miei studii adoperai inoltre altri tubi preparati col metodo di Fodor (1): essi erano aperti all'estremità superiore e contenevano qualche centimetro cubo di gelatina di colla di pesce; li tappai con del cotone e con un sughero passato alla fiamma. Quando li apersi al Monte Marzo la gelatina era completamente trasparente e solida. Tuttavia, nel trasportarli, la stagione essendo eccessivamente calda, la gelatina s'era sciolta in tutti i tubi, e in quelli che non avevano conservata la loro posizione verticale, essa era venuta in contatto col cotone. Benchè tale inconveniente non sia necessariamente causa di errore, non credo prudente di servirsi nelle osservazioni di tubi apparecchiati in tal modo, pur riconoscendo con Fodor, che la gelatina è un buonissimo mezzo per la coltura delle più differenti forme di microorganismi.

Le osservazioni in pianura vennero fatte con tubi preparati con gelatina, in numero di nove per ogni stazione; se ne posero due altri vicini senza che venissero aperti, e si mantengono ancora adesso perfettamente limpidi, e la gelatina solida. Quelle sulla montagna si fecero con le due sorta di tubi, cioè quelli chiusi, e quelli a gelatina; questi ultimi si aprivano semplicemente togliendo il tappo e il cotone con pinzette infuocate e si richiudevano con nuovo cotone pulito, e con lo stesso tappo ripassato nella fiamma. I tubi rimasero esposti all'aria durante uno spazio di tempo differente: 24, 48 e 76 ore: il maggior numero di essi restò aperto 48 ore: potei constatare che un' esposizione più o meno prolungata (al di là di un certo limite) non dà notevoli differenze nei risultati; ciò prova che nello spazio di

(1) *Hygienische Untersuchungen über Luft, Boden und Wasser.* Braunschweig. Vieweg, 1881, pag. 98 e 99.

24 ore cadono germi sufficienti, perchè sviluppandosi si oppongano alla vita degli altri venuti più tardi.

Una esposizione di breve durata (meno di 24 ore) non sarebbe conveniente; sarebbe un' esporsi ad avere dei risultati negativi, soprattutto nelle località che non sono ricche in germi, ed è a tale causa ch'io attribuisco i risultati ottenuti da Pasteur al Montanvert (1) e da Tyndall al Bel Alp (2). È noto che gli autori che si sono occupati di questo argomento, Ehremberg, Tyndall, Cohn, ammettono che i germi e i corpuscoli in generale nuotanti nell'atmosfera vi sono radunati in ammassi o in sciami, come si vedono l'estate sugli stagni delle nuvolette danzanti di piccoli moscerini.

Durante i sei giorni, che durarono le mie esperienze, il tempo si mantenne regolarmente bello, cioè senza pioggia: vi fu a volte sulla montagna nebbia e vento anche assai violento verso sera: nella pianura il tempo fu regolarmente bello. La temperatura osservata, mattino e sera, oscillò, all'Alpe delle Oche tra + 7° e + 14° c. e la pressione nella stessa località tra 562 e 564 mm.: sul Monte Marzo al mattino, alle 11, trovai quasi costantemente 10° c., pressione media 530 mm. Feci l'esame dei tubi al mio ritorno in pianura dal 14 al 30 Agosto: è necessario dar tempo ai germi di svilupparsi, principalmente a quelli dell'aria di montagna che si sviluppano con minor rapidità che non quelli della piana; esaminai diligentemente il contenuto d'ogni tubo con un microscopio Seibert (oculare 3, obbiettivo 5: qualche volta ricorsi all'obbiettivo 8 a immersione).

Il risultato più importante delle mie ricerche è che l'aria di montagna contiene sempre dei germi benchè in proporzioni differenti di quella della piana. Così riguardo agli schizomiceti, essi sono più rari in montagna che nella pianura; tutti i tubi aperti al piano contenevano dei batterii sotto la forma ordinaria dei batterii della putrefazione. Si vedevano quei bastoncini agitarsi vivamente nel liquido, riunirsi in colonie intorno ai filamenti di micelio e formare quelle masse mucilaginose che presero il nome di zooglea. Le forme allungate (*desmobacterium* di Billroth) erano rarissime e le osservai in un solo caso. Quanto

---

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LV, p. 488.

(2) *Essays on the floating matter of the air*. London, 1881, pag. 294-295 e 304.

ai minuti corpuscoli rotondi, mobili, conosciuti colla denominazione generale di micrococchi, essi erano numerosissimi in tutti i tubi della pianura, ma io non posso dare gran valore alla loro presenza, poichè non si è mai sicuri di distinguere i veri micrococchi dalle semplici granulazioni molecolari o da quei corpuscoli brillanti contenuti nei tubi del micelio (1). Tuttavia non v'è dubbio che una gran parte dei piccoli corpuscoli osservati fossero realmente degli organismi appartenenti alla classe degli schizomiceti.

Nei tubi della montagna i batterii sono molto più rari. Così all'Alpe delle Oche su otto tubi di gelatina uno solo conteneva dei batterii; sul Monte Marzo la metà dei tubi ne contenevano, e al lago su sette tubi, cinque contenevano batterii. Per i tubi chiusi, all'Alpe, su nove, due contenevano batterii; al Monte Marzo su sette, tre. Le forme dei micrococchi, benchè più abbondanti dei batterii, non si notavano in tutti i tubi.

Farò osservare, che vi sono in queste esperienze, principalmente sulla cima della montagna, delle cause d'errore alle quali non avevo pensato e che si potrebbero forse evitare. Coloro che si sono trovati sui ghiacciai durante o dopo una giornata di vento, avranno osservato il gran numero d'insetti che giacciono sulla neve e che vi sono stati travolti dall'aria in movimento; questo fatto è successo nelle località delle mie esperienze. Dei tubi lasciati esposti al Monte Marzo, la metà, e precisamente quella che ho trovata infetta dai batterii, conteneva degli insetti (una mosca, dei moscherini di diverse specie); la stessa osservazione per i tubi contaminati dell'Alpe delle Oche. Al lago non trovai traccia d'insetti nei tubi, benchè la proporzione di quelli contenenti batterii sia assai grande; ma ciò si spiega pensando che su rive paludose dove pascono le pecore, dove il suolo passa rapidamente dallo stato di umidità a quello di secchezza, esistono condizioni favorevolissime alla propagazione dei microorganismi.

---

(1) Zapf in una recente memoria: *Zur Morphologie der Spaltpflanzen (Spaltpilze und Spaltangen)* Leipzig Voit und Co. 1882, ha dimostrato che nello sviluppo delle *schizo-alghe* (*Spaltangen*) del gruppo delle *Oscillariae*, *Scilomenae*, ecc. si osservano delle condizioni che sono equivalenti alle forme di coccus, di bastoncino, e di spirali degli schizomiceti, e che hanno il potere di formare della zooglea. Si vede in conseguenza, che le idee sulle differenze specifiche e sul significato di queste forme stanno per cambiarsi, e che tutta la classificazione dev'essere rifatta.

Ciò che vi ha di singolare negli schizomiceti della montagna si è che essi sono in minor quantità nell'aria dei monti che in quella della pianura e hanno una forma più tenue, più sottile; in certi casi i batterii erano d'una tale tenuità che non poteva scorgerli che col mezzo di un oggettivo a immersione. Non so se sia quella una conseguenza di temperatura o della pressione che favoriscono certe specie, o se sono modificazioni delle stesse specie della pianura; è però certo che fra questi batterii ve ne sono degli attivissimi nelle loro funzioni chimiche. In qualche tubo a gelatina del lago contenente dei batterii o semplicemente dei micrococchi, trovai molti cristalli di ossalato di calce ben formati e altri cristalli sferici che parevano essere leucina. Disgraziatamente non avevo i reattivi necessari per accertarmene.

Fra i germi che erano numerosissimi negli alti strati dell'aria, all'epoca delle mie esperienze, e che mancavano quasi completamente nella pianura, devo notare quelli dei lieviti propriamente detti (*saccharomyces*, *torula*, ecc. ecc.). Pressochè la metà dei tubi del Monte Marzo contenevano di queste cellule ed in certi casi esse formavano la totalità degli organismi sviluppati. Dò la figura di questi fermenti (1); essi si trovavano nella medesima quantità in ogni specie di liquido, ciò che prova che il risultato negativo ottenuto nella pianura dipendeva da un'assenza totale o da una proporzione minima dei germi di lievito nell'aria di quelle località a tale epoca. Sulla montagna questi fermenti caddero solamente dal primo fino ai tre di Agosto; i tubi aperti dopo non ne contenevano punto, oppure lasciavano travedere qualche individuo isolato. Dei tredici tubi della cima del Monte Marzo sei contenevano dei fermenti (lieviti); il vento che portava i loro germi, passò sopra i tubi dell'Alpe senza lasciarli cadere, poichè su diciassette tubi un solo conteneva i fermenti. Gli insetti, in questo caso, non poterono agire a quel modo che dissi a proposito dei batterii, poichè mancavano dove c'era il lievito. Quanto agli altri organismi non trovai differenza sensibile fra le due località; i germi dei funghi più comuni (*Mucor*, *Aspergillus*, *Penicillum*) sono abbondanti sulla montagna come in pianura; tutti i tubi, senza eccezione, contenevano un micelio sotto forma di fiocco natante o di strato spesso e

(1) Vedi la tavola, fig. 2ª, *a* e *b*.

come feltrato che copriva la superficie del liquido, micelio che apparteneva ad una delle specie sopra citate, come lo dimostravano la forma delle fruttificazioni, allorchè esse esistevano.

Vi è però qualche forma che non ho potuto determinare che si trova in quasi tutti i tubi della pianura e che manca assolutamente sulla montagna. È da notarsi che s'era all'epoca della battitura del grano, circostanza che poteva facilitare la diffusione di germi speciali.

Citerò finalmente fra i materiali trovati nei tubi della pianura, numerosi granuli brillanti, irregolarmente cristallizzati, insolubili, riganti il vetro; essi esistevano solamente nei tubi di Samone e sono scheggine di quarzo della sabbia della Dora portate dal vento; così qualche tubo del Monte Marzo conteneva minutissimi frammenti di sostanze minerali.

Le esperienze, di cui ho comunicato i risultati principali, non sono che un saggio e hanno bisogno d'essere intraprese e proseguite su più vasta scala, e in maggior numero di località, ed è quanto mi propongo di fare l'estate venturo scegliendo una stazione alpina ad un' altezza maggiore che non quella del Monte Marzo. Esplorerò pure l'atmosfera a diverse altezze lungo una linea verticale partendo dal livello del suolo, e sto studiando i mezzi necessari per raggiungere tale scopo. Benchè esse siano poco numerose, le mie osservazioni non mancano di un certo valore; dimostrano infatti che le correnti d'aria fanno circolare continuamente i corpuscoli che vi sono sospesi, e che questi corpuscoli possono innalzarsi nelle alte regioni benchè vi arrivino in minor quantità che non negli strati più bassi dell'atmosfera dove l'aria smovendo la polvere del suolo, se ne carica continuamente.

Gli insetti pigliano una certa parte in questa circolazione dei germi degli organismi inferiori, potendo trasportarli in varie località; ma, come lo dimostrarono le mie osservazioni relative alle cellule di lievito, i germi possono esistere nell'aria indipendentemente da qualsiasi sostanza che faccia da agente di trasporto. Queste osservazioni confermano quelle antiche di Pasteur (1)

(1) *Études sur la bière*, chap. V, pag. 155 e seguenti.

e provano che i germi del lievito possono esistere alla stessa epoca in una località e non esistere in una località vicina.

È noto che la composizione dell'aria, riguardo ai suoi elementi essenziali, è stata trovata costante a tutte le altezze che si poterono raggiungere. Se ora si paragonano i risultati delle mie osservazioni con quelli ottenuti dai signori Müntz e Aubin (1), i quali hanno dosato l'ammoniaca dell'aria e della neve al Pic du Midi, quasi alla stessa altezza a cui io feci le mie esperienze, o con le analisi delle acque piovane e delle nevi raccolte sulle Alpi in varie località dal signor Civiale (2) se ne può arguire che la composizione dell'aria dal livello del mare fino all'altezza di 3 chilometri si mantiene sensibilmente costante nella quantità e qualità degli elementi gasosi o solidi, organici o inorganici che essa contiene.

Colleretto-Parella, Ottobre 1882.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA.

Fig. 1ª. Grandi cellule immobili a protoplasma granuloso, rinvenute in uno o due tubi.

» 2ª. Fermenti o torule abbondantissimi: *a*, *a*, *a* cellule di varii lieviti alcoolici; *b* cellule a forma di *mycoderma vini*.

» 3ª. Un frammento di *Aspergillus* con ammassi di zooglea.

» 4ª. Frammenti di tubi micelici sommersi.

» 5ª. Ammasso muriforme simile ad un concettacolo d'*Aspergillus* (*Eurotium* De-Bary).

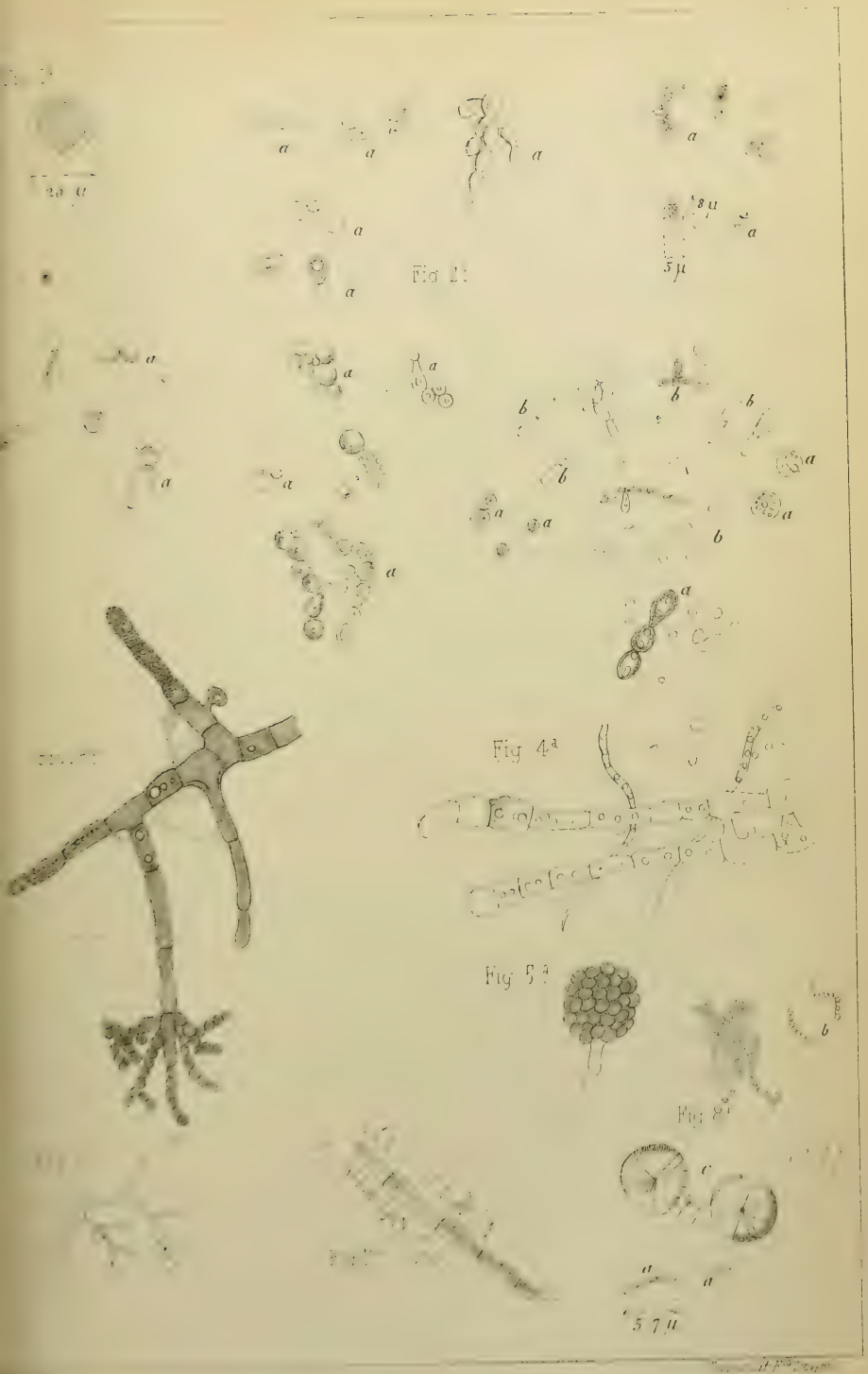
» 6ª. Micelio con fruttificazione a grappolo.

» 7ª. Tubo di micelio circondato da batterii (*b. termo*); *a*, *a* forme più grandi.

» 8ª. *a* Ammassi di zooglea con micrococchi; *b* fermenti a catena (fermento butirrico, acetico); *c* cristalli.

---

(1) *Compt. rend.*, vol. XCX, pag. 788.
(2) *Compt. rend.*, vol. XCV, pag. 1121.



...rpali organismi sviluppatisi dai germi dell'aria delle Alpi.

Il Socio Prof. Cav. Giulio Bizzozzero, condeputato col Socio Prof. Conte Tommaso Salvadori ad esaminare una Memoria del Dott. Mario Lessona « *Sulla anatomia dei polioftalmi* », legge la seguente Relazione:

Il lavoro del D^r^. Lessona venne condotto nel Laboratorio dell'Università di Messina diretto dal Prof. Kleinenberg. In esso l'autore ha illustrato principalmente l'apparato muscolare e gli organi di senso dei Polioftalmi, che per quest'ultimo verso presentano un alto interesse. Egli pone in dubbio la natura di organi visivi, e in generale di organi di senso, attribuita sinora ai calici pigmentati che si trovano lateralmente lungo il corpo di questi vermi, fondandosi sulla mancanza di un nervo che li colleghi coi centri nervei. Inoltre ha riconosciuto anche nei Polioftalmi la presenza dei cosidetti organi caliciformi primamente osservati dall'Eisig nei capitellidi, e, descrittili minutamente, dichiara di accettare l'interpretazione da quello data di tali formazioni.

Segue un breve cenno sulla conformazione dello apparato circolatorio qui complicatissimo, e sulla presenza degli organi segmentali.

Il lavoro del D^r^. Lessona è tutto fondato su osservazioni originali, condotto con buon metodo, e comparato con quanto hanno già pubblicato altri che hanno coltivato lo stesso argomento.

La vostra Commissione, quindi, è lieta di potervi proporre che della Memoria presentata si dia lettura nella presente adunanza.

Torino, 28 gennaio 1883.

T. Salvadori

G. Bizzozero, *relatore.*

La Classe accoglie la conclusione della Relazione, e uditane la lettura, approva il lavoro del Lessona per la stampa nei volumi delle *Memorie.*

Il Socio Prof. Michele LESSONA presenta e legge le seguenti

RICERCHE

intorno alla

DISTRIBUZIONE GEOGRAFICA

DEGLI

ANFIBI ANURI IN EUROPA

del Dottore

LORENZO CAMERANO.

Una delle ricerche più difficili e complesse, ma nello stesso tempo anche una delle più importanti, si è quella dello studio della distribuzione geografica delle forme dei viventi alla superficie della terra.

Nello studio della distribuzione geografica dei viventi, come nello studio dei viventi considerati in se stessi, la mente umana ha d'uopo di dividere e suddividere i fatti che essa studia, ha d'uopo in poche parole di classificare i fatti stessi.

Ora le stesse difficoltà che si incontrano nel classificare convenientemente una serie qualunque di viventi o di fenomeni si incontrano pure nello studio della distribuzione geografica dei viventi sulla superficie terrestre. Questo studio è d'altra parte molto intimamente legato col primo.

Questo legame anzi è tanto intimo che è d'uopo che noi diciamo qualche cosa intorno al modo di studiare i viventi e soprattutto intorno al modo di descriverli.

Evidentemente i limiti faunistici delle varie regioni terrestri dipenderanno in gran parte dalla maniera di considerare e di valutare l'importanza dei caratteri dei viventi delle regioni stesse.

Lo studio di un gruppo qualunque di animali ci fa vedere che le varie forme si differenziano fra loro per mezzo di caratteri aventi un vario grado di importanza.

Dal maggiore o minor valore, che gli Autori danno a questi caratteri, ne viene la distinzione delle forme animali in specie, sottospecie e varietà, ecc.

Lo studio di queste tre principalissime serie di raggruppamenti degli animali acquisterà una importanza maggiore o minore per la ricerca della distribuzione geografica degli animali secondo l'estensione che si voglia dare a queste ricerche.

Per stabilire, ad esempio, le divisioni faunistiche di primo ordine come sono le grandi *regioni* zoologiche, basterà nella massima parte dei casi tener conto dei gruppi generici.

Sarà d'uopo invece che noi teniamo conto anche delle specie volendo stabilire le *sottoregioni*. Se poi si vuole suddividere ancora le sotto regioni, sarà necessario non solo considerare le specie, ma tener conto eziandio delle sottospecie.

Nello stabilire finalmente le faune di tratti di paese molto limitati, specialmente se appartenenti ad una stessa sottoregione faunistica sarà cosa indispensabile di considerare anche le varietà.

Mi pare che ciò non abbisogni di essere lungamente dimostrato.

Ne viene per conseguenza che lo studio minuto e diligente delle sottospecie, delle varietà, anzi delle variazioni stesse, è assolutamente indispensabile se si vuole stabilire con esattezza il carattere faunistico di una qualche regione un po' limitata. E questo studio, si noti, non sarà soltanto utile alla geografia zoologica: ma servirà pure in modo particolarissimo alla tassomia, all'esatta determinazione cioè della specie e conseguentemente del genere.

Io ebbi già occasione in varii lavori di accennare alle norme migliori da aversi, secondo me, intorno ai concetti di specie, sottospecie, varietà (1), io non ripeterò quindi le cose già dette. Mi si conceda tuttavia che io insista qui intorno al modo di fare i lavori faunistici locali, i così detti *catalogi locali*.

Questo genere di lavori deve essere fatto, affinchè esso possa realmente servire come materiale per lo studio della distribuzione geografica degli animali, con certe norme, trascurando le quali, i lavori non hanno più a questo proposito che una utilità assai piccola.

---

(1) L. Camerano, *Monografia degli Anfibi anuri italiani*. Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, 1882.

Volendo studiare la fauna di una data località si possono fare essenzialmente due sorta di lavori, vale a dire:

1° I catalogi nominali degli animali della località;

2° Monografie faunistiche complete intorno agli animali della località stessa.

Fondamentalmente la differenza fra queste due sorta di lavori è piccola.

È opinione di molti che il fare un semplice catalogo faunistico sia cosa non molto difficile. Io credo invece, che un catalogo ben fatto, sia opera egualmente difficile come una fauna completa, in quanto che il catalogo non deve essere altro, che il riassunto, per dir così, dei risultamenti ottenuti dallo studio degli animali della intiera fauna.

Io credo, che sarebbe cosa della massima importanza che gli Autori, i quali studiano gli animali dal punto di vista faunistico, cercassero di seguire in questo genere di lavori un piano costante e tale che i lavori stessi, invece di riuscire spesso inutile ingombro, tornassero veramente utili alla scienza.

Sono stati pubblicati in Italia, anche recentissimamente, parecchi catalogi riguardanti faune di ristrette località italiane, i quali non possono avere, pel modo in cui sono stati fatti, che una utilità assai piccola.

Ora, si è appunto per questo genere di catalogi parziali di un paese, catalogi fatti affinchè possano più tardi servire come materiale di una fauna completa, che è d'uopo seguire un piano uniforme e costante. Inoltre è cosa assolutamente indispensabile, che essi siano fatti colla massima coscienza, ed esattezza.

Per questo genere di catalogi io credo sia conveniente seguire le norme principali seguenti:

1° Riunire il numero maggiore di esemplari dal numero maggiore di località possibile della regione, che si imprende a studiare;

2° Tener conto esattissimo delle provenienze degli esemplari;

3° Riferire nei catalogi il numero degli esemplari esaminati, affinchè il lettore possa farsi un criterio del valore delle descrizioni stesse;

4° Fare queste descrizioni in maniera minuta e diligente, tenendo per tutte le specie un piano costante, affinchè le varie forme descritte possano facilmente compararsi fra loro non soltanto nei caratteri essenziali, ma eziandio in tutti i caratteri di

ordine inferiore, i quali possono poi in certi casi, dietro studi più estesi, aumentare di importanza;

5° Rifare *realmente* le descrizioni delle specie che si descrivono, basandosi sullo studio degli esemplari della località che si vuole illustrare;

6° Istituire confronti, quando ciò è possibile, cogli esemplari delle stesse specie delle località limitrofe;

7° Ricercare con grande diligenza le varietà o di forma o di colore, descrivendole minutamente;

8° Non trascurare le *variazioni*, senza dare tuttavia a queste un troppo grande valore;

9° Tenere conto, anche in lavori puramente riguardanti le faune locali, dei risultamenti ultimi a cui la scienza è giunta rispetto al gruppo di animali che si studia (1);

10° Quando si tratti di specie controverse, non limitarsi a mettere un nome senz'altro, ma aggiungere le ragioni per cui si segue l'una o l'altra maniera di vedere.

11° Fare, con grande cura la sinonimia delle specie, che si descrivono, avendo cura di ricordare in ispecial modo gli Autori che hanno trattato delle stesse specie in lavori riguardanti la località che si studia o le località vicine;

12° Aggiungere, quando ciò è possibile, le figure degli animali intieri, o almeno delle loro parti più importanti. Una figura ben fatta gioverà sempre più di qualunque descrizione;

13° Quando si tratti di lavori faunistici locali, propriamente detti, evitare il più che si può, la forma di catalogo puramente nominale (2);

14° Fare in modo, in poche parole, che il catalogo o la fauna fatta, costituisca un vero passo innanzi nella conoscenza degli animali di un dato paese, ed inoltre possa servire come materiale per altri lavori.

---

(1) Ciò è molto importante, ed è soprattutto per quanto riguarda i Rettili e gli Anfibi, come si può vedere da alcune anche recenti pubblicazioni faunistiche locali del nostro paese, per lo più trascurato.

(2) Ciò facendo, non solo si risponde ai desiderata sopra indicati, ma si fornisce un mezzo al lettore di poter verificare, in molti casi, la giustezza della determinazione delle specie. In ogni caso, quando per circostanze speciali non fosse possibile fare che un catalogo nominale, indicare gli autori sui quali si sono determinate le specie.

Io ho insistito molto sopra questo argomento intorno al quale io m'augurerei volessero accordarsi i naturalisti che studiano le Faune locali. E l'accordo fra i naturalisti a questo riguardo è più pratico e più utile che non quello, molto problematico e forse al tutto impossibile, riguardante il modo di intendere per certe forme la comprensività dei gruppi specifici, o generici.

Anzi, le discussioni che sorgono a questo proposito fra i naturalisti tornano generalmente di giovamento alla scienza, perchè servono a far studiare meglio le forme animali.

Vari Autori si sono occupati in questi ultimi tempi della distribuzione geografica dei Rettili e degli Anfibi anuri in Europa. Fra questi viene in prima linea lo Schreiber, il quale nella sua *Herpetologia europaea* (1) ha trattato a lungo questo argomento.

Più tardi lo Knauer (2) riprese a trattare lo stesso argomento: ma non fece altro in fondo che riferire le tavole dello Schreiber, poco aggiungendo di nuovo.

Un anno dopo il Bedriaga portò con un nuovo lavoro (3) un notevole contributo alla conoscenza della distribuzione geografica degli Anfibi europei.

Dal lavoro del Bedriaga ad oggi gli studi fatti intorno a varie specie di Anfibi e intorno alla fauna di varie località, ci concedono di modificare alquanto il modo di intendere e di delimitare la Fauna anfibiologica europea.

Io non intendo di occuparmi ora che degli Anfibi anuri.

I limiti della Fauna europea, soprattutto rispetto agli Anfibi anuri sono molto difficili da stabilirsi, in quanto che verso Oriente le forme europee si spingono molto innanzi nell'Asia.

Le forme asiatiche di questi animali essendo molto poco note, non è impossibile che quelle che ora si ritengono somiglianti alle europee non si debbano, essendo meglio studiate, considerare come forme distinte.

Per quanto riguarda il limite meridionale è cosa indubitata che debbono far parte del territorio faunistico europeo le terre, che stanno intorno al bacino del Mediterraneo.

---

(1) 1875.

(2) *Naturgeschichte der Lurche.* Vienna, 1878.

(3) *Ueber die geographische verbreitung der europaïschen Lurche.* Bull. de la Soc. des Natur. de Moscou, 1880.

Nello stabilire i limiti faunistici si può tener conto soltanto, come si fa generalmente, dei limiti naturali che attualmente separano le varie regioni, oppure, e questa mi pare la miglior via da seguirsi, si tien conto anche delle vicende geologiche a cui la regione che si studia andò soggetta e soprattutto si parte nel determinare i limiti di una fauna da caratteri dedotti dallo studio degli animali stessi.

In poche parole, io credo più conveniente limitare il territorio faunistico di una regione, partendo dallo studio del complesso degli animali della regione stessa, anzichè da considerazioni dipendenti puramente dalle condizioni fisiche del suolo.

Molto a ragione il Preudhomme de Borre (1) dice, che lo studio delle faune non consiste soltanto nel cercare di scoprire « quelques malheureux individus accidentellement égarés d'une espèce étrangère à la contrée pour ajouter un nom sur la liste de la faune de celle-ci », ma nel cercare invece di « étudier par une analyse scientifique et rationnelle, la population légitime, ses proportions numériques, ses conditions d'existence, l'extension des aires de chaque espèce, les variations et les aberrations dans leurs rapports avec les localités et les climats, toutes choses d'une importance autrement capitale » (2).

Io seguirò essenzialmente questi concetti nelle ricerche che seguono.

Per quanto se ne sa ora, i generi degli Anfibi anuri europei, cominciando dai gruppi morfologicamente inferiori e risalendo da questi ai più elevati, sono i seguenti:

1. Fam. **Discoglossidae.**

1. Gen. *Alytes*, Wagl.
2. » *Bombinator*, Merr.
3. » *Discoglossus*, Otth.

2. Fam. **Pelobatidae.**

4. Gen. *Pelodytes*, Fitz.
   » *Pelobates*, Wagl.

---

(1) *Ann. Soc. Ent. Belg.*, 1874.

(2) Si veda anche a questo proposito L. Camerano, *Monografia degli Anfibi anuri italiani*. Mem. R. Accad. delle Scienz. di Torino, 1882.

3. Fam. **Hylidae.**

5. Gen. *Hyla*, Laur.

4. Fam. **Bufonidae.**

6. Gen. *Bufo*, Laur.

5. Fam. **Ranidae.**

7. Gen. *Rana*, Linn.

La Fauna europea ha rappresentanti di 5 famiglie sopra 14 in cui oggigiorno si considera diviso l'ordine degli Anuri.

Di 106 generi circa di Anfibi anuri, oggi descritti in Europa, ve ne sono 7. Di 800 specie, oggi note, se ne trovano in Europa appena 18.

Dei sette generi sopra menzionati, sono esclusivi alla Fauna europea i seguenti:

Gen. *Alytes*, Wagl.
» *Discoglossus*, Otth.
» *Pelodytes*, Fitz.
» *Pelobates*, Wagl.

Questi quattro generi ci presentano alcuni fatti molto notevoli rispetto alla loro distribuzione geografica nella Fauna europea.

Il genere *Pelodytes* è proprio schiettamente della Europa occidentale e caratterizza soprattutto le Faune anfibiologiche della Francia, della Spagna e del Portogallo.

Il genere *Alytes* pur essendo un genere schiettamente occidentale si spinge tuttavia un po' più verso l'Europa centrale, ed infatti esso fa parte non solo delle Faune della Francia, della Spagna e del Portogallo, ma si spinge anche nella Germania occidentale.

Il genere *Pelobates* segna per la sua diffusione verso l'Europa centrale ed orientale un passo di più sopra ai generi precedenti e si trova nelle Faune anfibiologiche della Francia, della Spagna, del Portogallo e dell'Italia settentrionale (valle del Po).

Il genere *Discoglossus* finalmente è un genere schiettamente meridionale: ma anch'esso, mi pare si possa dire senza paura di

azzardare troppo, è molto più sviluppato verso l'Europa occidentale che non verso l'Europa orientale.

L'Europa orientale è molto più povera di generi proprii, l'unico che a mio avviso si possa considerare come tale è il genere *Bombinator*, il quale si estende fino alla China e che si spinge più o meno innanzi verso l'Europa orientale, ma che non pare giunga fino agli estremi limiti di questa. È cosa dubbia se esso esista ad esempio in Portogallo. In Italia esso non si trova che nella parte più orientale della valle del Po.

I generi *Rana*, *Bufo*, *Hyla*, sono sparsi ovunque.

Rispetto ai generi di Anfibi anuri europei si può stabilire per la loro distribuzione geografica lo schema indicato dalla tavola unita a questo lavoro.

Passiamo ora ad esaminare brevemente la distribuzione delle specie.

I generi sopra menzionati sono rappresentati nella Fauna europea dalle specie seguenti:

Alytes, Wagl.

1. *obstetricans*, Laur.
   s. sp. *Boscae*.
2. *Cisternasii*, Bosca.

Bombinator, Men.

1. *igneus*, Laur.

Discoglossus, Otth.

1. *pictus*, Otth.
   s. sp. *sardus*.
   s. sp. *Scovazzi*.

Pelodytes, Fitz.

1. *punctatus*, Daud.

Pelobates, Wagl.

1. *fuscus*, Laur.
2. *cultripes*, Cuv.

Hyla, Laur.

1. *arborea*, Linn.
   s. sp. *Savignyi*.
   s. sp. *meridionalis*.

Bufo, Laur.

1. *mauritanicus*, Schleg.
2. *viridis*, Laur.
3. *vulgaris*, Laur.

Rana, Linn.

1. *esculenta*, Linn.
   s. sp. *Lessonae*.
   s. sp. *Latastii*.
   s. sp. *Bedriagae*.
   s. sp. *cachinnans*.
2. *muta*, Laur.
3. *temporaria*, Linn. (*arvalis* Nils.).
4. *iberica*, Bouleng.
5. *Latastii*, Bouleng.
6. *agilis*, Thom.

Dei generi comprendenti una sola specie e proprii della Fauna europea già abbiamo detto. Degli altri, come i generi *Rana*, *Bufo*, *Hyla* che hanno rappresentanti in Europa, noi possiamo ripetere, per quanto riguarda le loro specie, ciò che si è detto sopra pei generi, cioè che essi presentano forme schiettamente orientali, forme schiettamente occidentali ed alcuni anche forme meridionali.

Passiamo ora brevemente in rassegna questi generi:

Alytes. L'*A. obstetricans* si estende in Francia, in Spagna, in Portogallo ed anche nella Germania occidentale. È degna di nota la s. sp. *Boscae* da cui la specie tipica è rappresentata nella penisola iberica.

L'*A. cisternasii* è proprio della penisola iberica.

Discoglossus. Questo genere presenta varie forme; la tipica e la s. sp. *sardus* sono ben distinte; le altre sono un po' meno spiccate.

Siccome si tratta di un genere attualmente ridotto in molti casi ad isole, così si deve tener conto nello studio della distribuzione geografica delle sue forme, dell'azione modificatrice delle isole stesse.

La s. sp. *sardus* è limitata alle isole di Corsica, Sardegna, e ad altre piccole dell'arcipelago toscano; mentre la forma tipica, colle sue sottospecie più o meno ben spiccate, occupa le coste spagnuole, portoghesi, dell'Africa occidentale, si trova in Grecia, e pare non si spinga tuttavia molto verso oriente.

Pelobates. Delle due specie di questo genere il *P. fuscus* è proprio della Francia, della Germania e dell'Italia settentrionale. Il *P. cultripes* si trova in Francia, Spagna e Portogallo. Questo genere, come si vede, si comporta nella distribuzione geografica a un dipresso come il genere *Alytes*.

Hyla. Poco si sa intorno alla distribuzione geografica della forma tipica, non dando in generale gli Autori sufficienti caratteri nei cataloghi per distinguerla dalle sottospecie.

Per quanto riguarda la s. sp. *Savignyi* pare che essa sia una forma essenzialmente orientale. Essa si trova nell'Asia Minore, nella regione dell'Eufrate, e si spinge nel bacino del Mediterraneo, per quanto se ne sa ora, fino in Corsica, in Sardegna, nell'isola d'Elba, ecc. Pare che anche questa forma, come il *Pelobates*, tenda a divenire isolana.

La s. sp. *meridionalis* si trova principalmente sulla costa Nord dell'Africa e nelle isole Canarie e di Madera.

Bufo. Io credo si debba comprendere nella Fauna anfibiologica europea anche il *B. mauritanicus*, come si devono comprendere le forme dei paesi bagnati dal Mediterraneo, Africa occidentale, Asia Minore, ecc. Non credo quindi sia conveniente di lasciarle fuori, come fanno il Knauer ed il Bedriaga.

Non considero tuttavia in egual modo, per le ragioni dette in principio di questo lavoro, il *B. regularis*, quantunque esso sia stato trovato in Egitto. Il *B. mauritanicus* è forma schiettamente europea, il *B. regularis* invece fa parte della Fauna Africana propriamente detta.

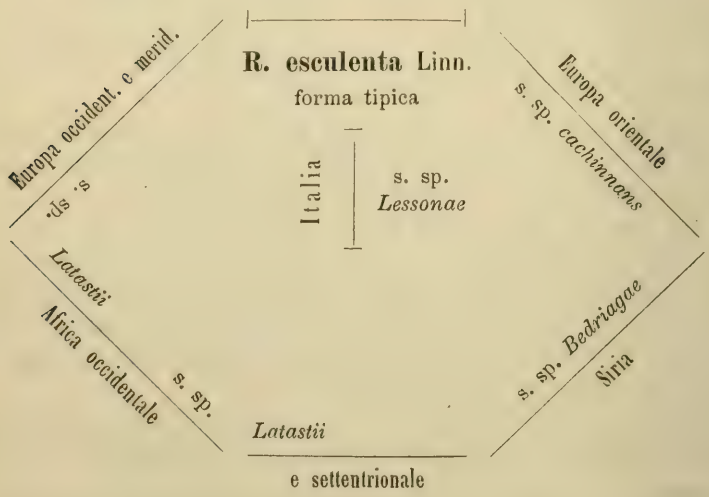
Il *Bufo mauritanicus* occupa essenzialmente le coste occidentali dell'Africa.

Il *Bufo viridis* è specie schiettamente orientale e non si estende fino all'estremo limite dell'Europa occidentale dove è sostituito dal *B. calamita*, specie invece eminentemente occidentale.

Il *Bufo vulgaris* è sparso ovunque spingendosi molto in alto verso le parti fredde.

Rana. In questo genere vi è un gruppo quello delle *Ranae aquaticae* e che è sparso ovunque, dando tuttavia alcune sottospecie abbastanza spiccate, le quali si possono distribuire nello specchietto seguente:

Europa settentrionale, centrale ed occidentale.



l'altro gruppo, quello delle *Ranae fuscae*, è essenzialmente nordico e manda digitazioni con molte forme specifiche nelle varie parti di Europa.

La più nordica di tutte le specie di questo gruppo è la *R. muta Laur.*, la quale si trova nelle parti più settentrionali d'Europa. Nelle parti meridionali questa specie pare limitata alle grandi catene montagnose.

La *Rana temporaria* (Linn.) (*R. arvalis* Nils.) occupa la parte settentrionale e centrale d'Europa: ma si estende poi moltissimo verso la parte orientale. Invece la *R. agilis* tende ad occupare piuttosto l'Europa centrale, occidentale e meridionale. Le altre due specie *R. Latastii* e *R. iberica* sono esclusive, la prima della penisola italica, la seconda della iberica.

Mi pare che la Fauna anfibiologica europea, per quanto riguarda gli A. anuri, si possa, complessivamente considerata, dividere in quattro gruppi di forme, o in quattro Faune secondarie. Vale a dire, una Fauna nordica, una Fauna orientale, una Fauna occidentale, ed una Fauna meridionale. Secondo queste idee gli Anfibii anuri europei possono essere distribuiti nello specchietto seguente:

FAUNA

nordica	*orientale*	*occidentale*	*meridionale*
Rana muta	Bombinator igneus	Alytes obstetricans	Hyla arborea
» temporaria	Hyla arborea (tipica)	» s. sp. Boscae	s. sp. meridionalis
» agilis	s. sp. Savignyi	» Cisternasii	Bufo mauritanicus
» iberica	Bufo viridis.	Pelodytes punctatus	Discoglossus pictus
» Latastii		Pelobates fuscus	s. sp. sardus
Bufo vulgaris.		» cultripes	s. sp. Scovazzi.
		Bufo calamita.	

Queste quattro sorta di Faune si intrecciano più o meno verso il mezzo dell'Europa. Si può dire tuttavia che sono le specie orientali quelle che si avanzano di più: le specie occidentali essendo più localizzate.

Un fatto notevole a questo proposito si è quello che si osserva nei tre generi più ricchi di specie, nei generi cioè *Bufo*, *Rana*, *Hyla*. Questi generi, o per mezzo di specie distinte, o per mezzo di sottospecie danno rappresentanti a quasi tutte le Faune.

Si osserva pure, cosa del certo che si capisce, che la Fauna nordica è la meno estesa. La Fauna più estesa, quantunque non molto ricca di forme, è la Fauna orientale.

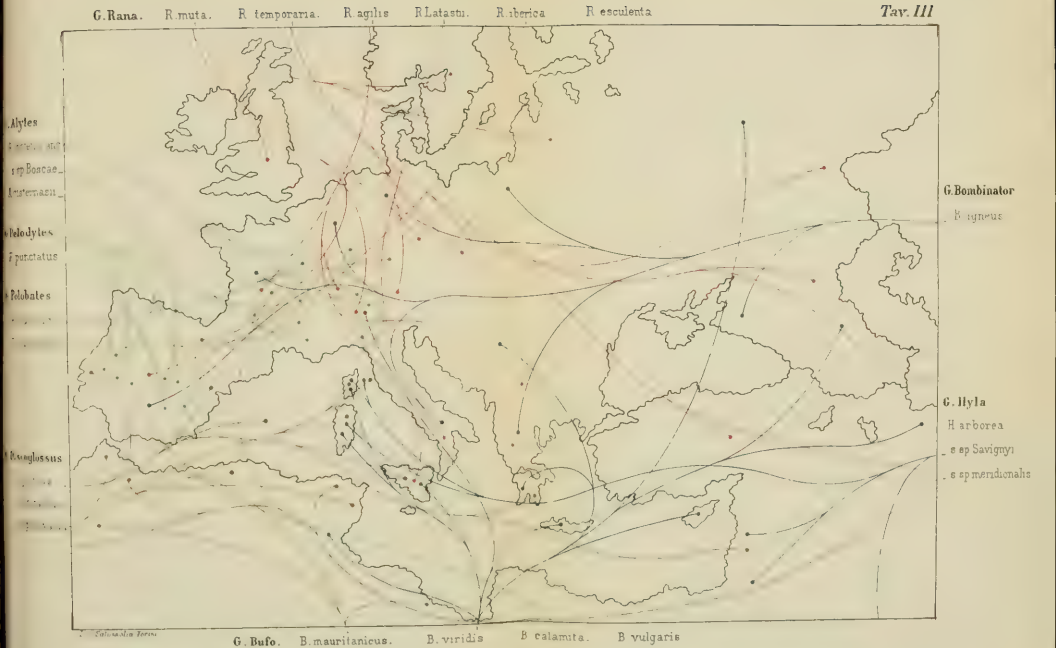
Osservando il bacino del Mediterraneo si può scorgere agevolmente l'incontro delle varie Faune, incontro che si fa presso a poco al livello dalla penisola e delle isole italiane.

Ne risulta quindi, che le regioni d'Europa che hanno una Fauna anfibiologica più ricca e più speciale sono le regioni occidentali, vale a dire, la penisola iberica e la Francia.

Infine io credo di poter dire, che la Fauna anfibiologica europea deve comprendere anche quelle specie dell'Africa settentrionale

che sopra sono state esaminate: che il nucleo faunistico della regione europea si vede nell'Europa occidentale, là dove si trovano i generi proprii e veramente caratteristici della Fauna stessa.

Ho creduto utile di riunire in una tavola la distribuzione geografica degli Anfibii anuri europei affinchè apparisca più chiaro il concetto sopra indicato delle varie Faune secondarie e della loro estensione, ed importanza relativa.


G. Rana. R. muta. R. temporaria. R. agilis R. Latastei. R. iberica R. esculenta
G. Alytes
G. Pelodytes
G. Pelobates
G. Discoglossus
G. Bombinator
B. igneus
G. Hyla
H. arborea
G. Bufo. B. mauritanicus. B. viridis B. calamita. B. vulgaris
Forme appartenenti alla fauna anfibiologica nordica
Forme appartenenti alla fauna anfibiologica occidentale
Forme appartenenti alla fauna anfibiologica orientale
Forme appartenenti alla fauna anfibiologica meridionale

Il Socio Cav. Prof. Alessandro DORNA, Direttore dell' Osservatorio astronomico di Torino, presenta all'Accademia, per l'annessione agli *Atti*, in continuazione delle precedenti, le *Osservazioni meteorologiche ordinarie* dell'anno passato, state redatte dall'Assistente Professore Angelo CHARRIER, coi rispettivi diagrammi e riassunti mensili.

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Gennaio.

La media delle pressioni barometriche osservate in questo mese è di 48°,46; superiore di mm. 9,31 alla media degli ultimi sedici anni.

Le variazioni delle pressioni non furono frequenti.

Il seguente quadro ne contiene i massimi ed i minimi:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	42,45	4	36,54
9	47,94	9	43,26
10	46,73	12	44,36
16	59,88	21	48,44
23	54,99	31	47,18.

La media delle temperature osservate è 2°,7 superiore di 1°,9 alla media di Gennaio degli ultimi sedici anni — Gli estremi termometrici furono — 4°,6 e 9°,2, e si ebbero nei giorni 25 e 19.

Cinque furono i giorni in cui cadde pioggia o neve, e l'altezza dell'acqua raccolta nel pluviometro fu di mm. 34,3.

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
2	3	6	2	0	0	0	0	6	42	62	5	0	0	2	1

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Febbraio.

La pressione barometrica in questo mese ha per valor medio 45°,29; superiore di mm. 6,88 alla media di Febbraio degli ultimi sedici anni. — Le oscillazioni della pressione in questo mese furono frequenti ed abbastanza considerevoli in ampiezza.

Il quadro seguente racchiude i valori estremi:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
2	56,28	5	41,99
7	48,22	8	44,39
10	50,36	11	42,67
14	52,00	16	40,72
17	46,68	19	41,05
20	48,23	23	43,18
25	46,98	27	25,46 .

Gli estremi della temperatura — 3°,2 e 16°,2 si ebbero nei giorni 3 e 22; il valor medio 4,9 supera di 0°,6 la media di Febbraio degli ultimi sedici anni.

Due furono i giorni piovosi e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 7,0.

Il quadro seguente indica la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
7	10	15	3	2	2	0	0	6	27	24	3	1	0	0	0

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Marzo.

Il valor medio delle pressioni barometriche osservate in questo mese è 38°,62; superiore di mm. 3,50 del valor medio di Marzo degli ultimi sedici anni.

Il quadro seguente contiene i valori massimi e minimi della pressione barometrica osservati nel mese:

Giorni del mese	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
2	33,17	3	27,20
10	49,07	12	43,52
14	49,61	22	27,14
23	32,48	26	25,99
29	41,29	31	30,95 .

La media delle temperature osservate fu di 11°,3, superiore di 3°,3 alla media di Marzo degli ultimi sedici anni.

Le temperature estreme furono 2°,4 e 21°,0; la prima s'ebbe nel giorno 3 e la seconda nei giorni 16, 17, 19.

Si ebbe pioggia in sei giorni, e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 32.

Nel quadro seguente è indicata la direzione dei venti nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
17	18	26	6	3	2	1	1	9	12	19	5	4	2	5	1

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Aprile.

La media delle pressioni barometriche osservate nel mese è 34°,41; inferiore di mm. 0,13 alla media di Aprile degli ultimi sedici anni.

I massimi ed i minimi della pressione osservati durante il mese sono registrati nella seguente tabella:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
7	45,24	11	30,05
13	37,99	15	25,66
17	33,32	18	28,98
22	42,64	27	22,40 .

La temperatura variò fra 3°,6 e 22°,6; si ebbe la prima nel giorno 12, nel giorno 21 la seconda.

Il valor medio, desunto dalle osservazioni fatte, è di 12°,5, inferiore di solo 0,4 al mese di Aprile degli ultimi sedici anni.

Dieci furono i giorni con pioggia e l'altezza dell'acqua raccolta fu di mm. 84,8.

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
12	25	29	17	6	4	0	2	7	7	11	3	6	2	7	9

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Maggio.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 37°,92, ed è superiore della media di Maggio degli ultimi sedici anni di mm. 2,15.

Le oscillazioni dell'altezza barometrica, desunte dalle osservazioni fatte, sono contenute nel seguente quadro:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
2	41,10	5	33,32
6	38,09	8	32,77
12	44,50	14	28,88
17	40,47	24	30,70
29	44,96	31	33,80

La temperatura media in questo mese è di 17°,3; supera di 0,5 la media di Maggio degli ultimi sedici anni. — Gli estremi della temperatura sono 5°,8 e 30°,1, che si ebbero nei giorni 17 e 31.

Dieci furono i giorni piovosi e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 109,0.

Il quadro seguente dà il numero delle volte che il vento spirò nelle diverse direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
9	27	22	9	8	4	3	7	11	9	9	4	11	7	5	5

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Giugno.

La pressione barometrica in questo mese ha per valor medio 36°, 60; valore che differisce solo di mm. 0. 07 dal valor medio di Giugno degli ultimi sedici anni scorsi, essendo il primo maggiore del secondo.

Il quadro seguente dà i massimi ed i minimi della pressione.

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
3	42,50	5	34,02
6	39,05	10	28,66
12	37,53	13	30,22
14	38,46	16	33,23
18	41,11	19	35,07
28	41,21	30	34,62 .

La temperatura ha per media 21, 2 eguale alla media di Giugno degli ultimi sedici anni — La temperatura minima 8°, 4 si ebbe nel giorno 14; la massima 29°, 9 nel giorno 24.

Sei furono i giorni con pioggia e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 58, 4

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
16	32	43	10	24	4	4	3	3	1	2	2	7	0	4	4

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Luglio.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 35°, 53; inferiore di mm. 1, 44 alla media di Luglio degli ultimi sedici anni.

Il quadro seguente dà gli estremi dell'altezza barometrica.

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
4	38,59	9	26,12
11	36,87	12	29,99
14	36,81	16	31,43
19	42,88	25	35,23
27	40,97	29	32,42 .

La temperatura in questo mese ha per valor medio 23°, 2; inferiore di 1° alla media delle temperature di Luglio degli ultimi sedici anni.

I valori estremi della temperatura 14°, 1 e 33°, 5 si ebbero nei giorni 12 e 20.

Si ebbe pioggia in otto giorni e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 25, 4.

Il seguente quadro indica la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
18	21	18	15	9	0	4	2	15	5	4	0	15	2	9	2

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese d'Agosto.

La media delle pressioni barometriche del mese è 35°, 86; ed è inferiore di mm. 0, 87 alla media di Agosto degli ultimi sedici anni. — Le oscillazioni della pressione atmosferica non furono considerevoli in questo mese, come si può rilevare dal seguente quadro:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	42,47	3	34,90
13	41,14	17	31,97
19	39,73	22	30,58
23	35,28	27	29,92
29	38,39	30	33,60 .

La temperatura ha per valor medio 22°,2 — I valori estremi 13°,6 e 29°,0 si ebbero nei giorni 30 e 2 — Cinque furono i giorni con pioggia e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 82,7.

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
16	46	30	5	8	1	0	2	7	0	2	0	3	1	1	7

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Settembre.

Il valor medio delle altezze barometriche osservate in questo mese è 34°,77; questa media è inferiore di mm. 3,32 a quella di Settembre degli ultimi sedici anni.

I minimi ed i massimi osservati furono i seguenti:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
3	42,06	6	36,83
9	43,35	13	25,81
19	34,16	21	27,31
24	39,24	27	29,85

Le temperature osservate nel mese dànno per media 16°,2, valore inferiore di 2°,9 alla media delle temperature osservate in Settembre negli ultimi sedici anni. — I valori estremi della temperatura 25°,3 ed 8°,0 si ebbero nei giorni 4 e 15.

Ventuno furono i giorni con pioggia, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 223,6.

La frequenza dei venti nelle singole direzioni è data dalla tabella seguente:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
11	24	16	11	10	1	4	0	5	6	5	2	5	1	5	6

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Ottobre.

Le pressioni barometriche osservate in questo mese hanno per media 36°,65, inferiore appena di mm. 0,73 alla media delle pressioni osservate negli ultimi sedici anni.

Il seguente quadro contiene i massimi e minimi di questo elemento:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
2	41,58	4	37,09
8	45,50	13	29,02
19	40,19	23	32,54
24	38,32	28	23,63 .

La media delle temperature è di 12°,8; è inferiore di un decimo di grado alla media delle temperature di Ottobre degli ultimi sedici anni. — I valori estremi furono 21°,0 e 4°,6; si ebbe il primo nel giorno 3, il secondo nel giorno 30.

Quindici furono i giorni con pioggia, e l'acqua caduta misura l'altezza di mm. 203,4.

Il seguente quadro dà la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
4	7	8	8	5	0	2	0	1	6	11	5	4	2	1	2

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Novembre.

Il valor medio della pressione barometrica in questo mese è di 35°,39 ed è inferiore di mm. 1,37 alla media di Novembre degli ultimi sedici anni.

I valori estremi della pressione sono dati dal seguente quadro:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
4	45,86	9	25,64
13	39,95	17	23,92
19	35,53	20	26,68
25	37,03	27	28,47 .
29	38,76		

La temperatura variò fra + 15°, 5 e — 1°, 5; il primo valore ci dà la temperatura massima del giorno 10; il secondo la minima del giorno 20. — Il valor medio 7°, 1 della temperatura di questo mese supera di un grado la media delle temperature di Novembre degli ultimi sedici anni.

Si ebbe un sol giorno con pioggia, e l'acqua caduta raggiunse appena l'altezza di mm. 0,5.

La frequenza dei venti è data dal seguente quadro:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
2	2	15	6	2	1	0	0	3	3	16	10	13	9	1	1

Anno XVII **1882**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Dicembre.

La media delle pressioni barometriche registrate in questo mese 34°, 93 è inferiore alla media di Dicembre, degli ultimi sedici anni, di mm. 2, 25.

Il quadro seguente contiene i minimi ed i massimi della pressione:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	28,32	3	37,63
7	22,37	9	38,36
11	25,17	20	47,65
23	22,02	25	35,58 .
26	29,34		

La temperatura in questo mese ha per valor medio 3°, 1, superiore di 1°, 2 al valor medio della temperatura di Dicembre degli ultimi sedici anni. — Il minimo valore — 6°, 4 si ebbe nel giorno 9; il massimo + 9°, 2 nel giorno 17.

Si ebbe pioggia e neve in dodici giorni; l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 69, 1.

La seguente tabella dà la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
3	3	11	3	4	0	2	0	2	6	28	8	5	3	0	1

Le *Osservazioni meteorologiche* sopra accennate vedranno la luce nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia

---

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

D'Ovidio — Presentazione di un *Nuovo Giornale di Matematica* del Professore G. Mittag-Leffler . . . . . *Pag.* 183

Griffini e Trombetta — Condro-carcinoma primitivo della ghiandola sottomascellare . . . . . » 185

Siacci — Presentazione del *Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, pubblicato dal Principe Boncompagni . . . . . » 201

Giacosa — Studi sui corpuscoli organizzati dell'aria sulle alte montagne . . . . . » 203

Bizzozero e Salvadori — Relazione sulla Memoria del Dott. Mario Lessona « *Sulla anatomia dei Polioftalmi* » . . . . . » 213

L. Camerano — Ricerche intorno alla distribuzione geografica degli Anfibi anuri in Europa . . . . . » 214

Dorna — Osservazioni meteorologiche ordinarie dell'anno 1882 . . » 227

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVIII, DISP. 3ª (*Febbraio* 1883)

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Febbraio

1883.

CLASSE

DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell' 11 Febbraio 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. Galileo FERRARIS presenta e legge la seguente Nota del sig. Dott. Vito VOLTERRA,

SULLE

FIGURE ELETTROCHIMICHE

DI

A. GUÉBHARD.

In un lavoro presentato all'Accademia nell'adunanza del 17 dicembre 1882 io esponeva una teoria delle apparenze che si hanno alla superficie di un cilindro metallico immerso in un elettrolita (*). Alla classe dei fenomeni considerati in tale lavoro è da ascriversi, come mi ha fatto osservare il Prof. Róiti, quello recentemente studiato da A. Guébhard degli anelli colorati, invariabili col tempo, che si ottengono sopra una lastra, la quale costituisce il fondo d'una vaschetta piena di un miscuglio di acetato di piombo e di acetato di rame, quando si immergono in esso i reofori di una pila fino a poca distanza dal fondo.

Guébhard notò pel primo, quando i reofori sono scoperti in tutta la loro lunghezza e disposti normalmente al fondo, e la vaschetta ha per contorno un cilindro, la cui direttrice è preci-

(*) Il primo § della presente Nota fu presentato dapprima insieme al lavoro suddetto.

samente il contorno della lastra, che gli anelli colorati coincidono molto approssimativamente colle linee equipotenziali che si avrebbero sulla lastra supposta isolata ed a contatto con i reofori.

I.

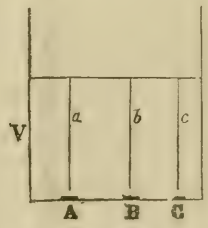
L'analogia fra i fenomeni elettrochimici considerati nel lavoro ora citato e questo di Guébhard si comprende osservando che il regime stazionario delle correnti si stabilirà quando sulla lastra la componente normale della corrente di polarizzazione sarà eguale a quella della corrente principale. Però quando questa sarà abbastanza intensa, come avviene ordinariamente in tali esperienze, le forze elettromotrici di polarizzazione nei punti della lastra vicini agli elettrodi raggiungeranno il massimo: la corrente penetrerà ed escirà dalla lastra per questi punti. Volendo applicare il calcolo sono da distinguere due casi:

1° Quando si adoperano degli elettrodi perfettamente normali al fondo e scoperti per tutta la loro lunghezza.

2° Quando gli elettrodi sono coperti fino alle estremità, queste restando scoperte.

1° Caso. Suppongasi una vaschetta V cilindrica (fig. 1), il cui fondo metallico sottilissimo abbia una forma arbitraria; la vaschetta sia ripiena di un elettrolita ed in esso siano immersi un certo numero di elettrodi filiformi a, b, c..... scoperti e disposti normalmente al fondo, per i quali entri ed esca la corrente di una pila. Quando sarà raggiunto il periodo stazionario, avremo che, eccettuate delle piccole superficie A, B, C..... in vicinanza delle estremità di a, b, c..... in cui la forza elettro-

Fig. I.



motrice di polarizzazione avrà raggiunto il massimo, e per le quali penetrerà ed escirà la corrente nella lastra, negli altri

punti di questa la componente normale della corrente di polarizzazione eguaglierà quella della corrente principale. Se le ampiezze degli spazi $A, B, C \ldots\ldots$ sono trascurabili in modo che essi possano considerarsi come dei punti, come pure sono trascurabili le distanze delle estremità di a, b, c dal fondo, potremo ritenere molto approssimativamente che il fenomeno avvenga come se a, b, c toccassero il fondo e in tutti i punti di questo, esclusi quelli di contatto colle estremità di a, b, c, la componente normale fosse nulla. Quindi se si prende l'asse coordinato z parallelo agli elettrodi, la funzione potenziale nel liquido sarà una funzione soltanto delle due coordinate x e y che verificherà l'equazione

$$\Delta^2 U = 0$$

e che avrà dei punti d'infinito logaritmico corrispondentemente alle intersezioni di $a, b, c \ldots$ col piano $x\,y$. Se n è la normale al contorno della vaschetta sarà

$$\frac{dU}{dn} = 0 \ .$$

Indicando con r_a, r_b, $r_c \ldots$ le distanze dei punti d'infinito dal punto (x, y), la funzione potenziale in questo punto sarà data da

$$M_a \log r_a + M_b \log r_b + M_c \log r_c + \ldots\ldots + \varphi(x, y)$$

in cui $\varphi(x, y)$ è finita ed M_a, M_b, M_c, ... sono proporzionali alle quantità di elettricità che entrano nel liquido dai rispettivi elettrodi.

La funzione potenziale U_1, nei punti della lastra sarà pure una funzione delle due variabili x ed y, che verificherà a condizioni analoghe a quelle a cui soddisfa la U; quindi sarà essa pure della forma

$$M_a' \log r_a + M_b' \log r_b + M_c' \log r_c + \ldots\ldots + \varphi_1(x, y) \ ,$$

in cui M_a', M_b', $M_c' \ldots$ sono proporzionali alle quantità di elettricità che entrano da $A, B, C \ldots\ldots$, e $\varphi_1(x, y)$ è finita. Ma possiamo evidentemente assumere M_a', M_b', $M_c' \ldots\ldots$ come proporzionali ad M_a, M_b, $M_c \ldots\ldots$, onde risulterà

$$U = C\,U_1 + C_1 \ ,$$

in cui C e C_1 sono costanti.

Ora, le linee in cui la forza elettromotrice di polarizzazione avrà un valore costante, nelle quali quindi si sarà depositato uno strato di grossezza uniforme e che conseguentemente appariranno avere una stessa colorazione, sono date da

$$U - U_1 = \text{cost.},$$

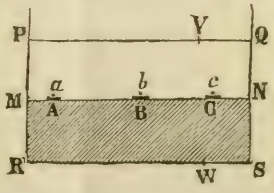
quindi corrisponderanno alle linee $U_1 = \text{cost.}$

Ma, se supponiamo la lastra metallica isolata e delle correnti che entrino ed escano da $A, B, C \ldots\ldots$ in modo che le quantità di elettricità che penetrano nella lastra siano proporzionali ad $M_a, M_b, M_c \ldots\ldots$, la funzione potenziale sulla lastra sarà evidentemente una funzione proporzionale ad U_1, quindi è dimostrato che le linee di egual colorazione corrispondono alle linee di livello.

Questo risultato evidentemente non è che approssimativo avendo supposto trascurabili le grandezze delle superficie $A, B, C \ldots$ Si comprende facilmente che quanto più saremo lontani da questi punti tanto più gli anelli colorati si accosteranno alle linee di livello (*). Sulla loro forma non avrà poi influenza l'altezza del liquido.

2° Caso. Consideriamo una vaschetta, il cui fondo metallico abbia uno spessore eguale all'altezza del liquido in essa contenuto ed in vicinanza del fondo esistano dei punti $a, b, c \ldots$ (fig. II)

Fig. II.



di entrata e di uscita della corrente. Quando sarà raggiunto il periodo stazionario, ammettendo che le superficie $A, B, C \ldots$ per le quali entra la corrente nel fondo metallico possano considerarsi come dei punti coincidenti con $a, b, c \ldots$ la funzione potenziale U nell'elettrolita soddisfarà l'equazione

$$\Delta^2 U = 0 \ ,$$

(*) Se H. Meyer (*Wied.* Genn. 1883, p. 136) trova il contrario misurando alcune lastre preparate dallo stesso Guébhard e confrontandole colle proprie determinazioni galvanometriche, ciò deriva probabilmente dalla circostanza che Guébhard adagiava il più delle volte le sue lastre sul fondo, alquanto più esteso, della vasca, e non le verniciava a tergo: e d'altra parte nella figura riferita dal Meyer le superficie corrispondenti ad $A, B, C, \ldots$ sono molto estese.

avrà dei punti d'infinito del 1° ordine in $a, b, c \ldots$, ed in tutti gli altri punti del contorno verificherà la condizione

$$\frac{dU}{dn} = 0$$

in cui n è la normale al contorno.

Ad analoghe condizioni soddisfarà la funzione potenziale U, nei punti del fondo metallico; quindi i due campi in cui sono definite queste funzioni essendo eguali, si otterrà con una osservazione analoga a quella fatta precedentemente, quando si prenda il piano MN di separazione dei due mezzi per piano xy, che

$$U(x, y, z) = C\,U_1(x, y, -z) + C_1 ,$$

in cui C e C_1 sono costanti.

Perciò sarà

$$U - U_1 = \text{cost.}$$

nei punti ove è

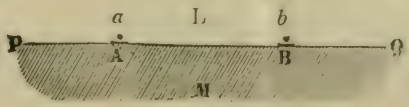
$$U_1 = \text{cost.}$$

In questo caso quindi gli anelli colorati dànno approssimativamente le intersezioni del piano MN colle superficie di livello nel conduttore $MNRS$ supposto isolato, oppure (come si riconosce facilmente) nel conduttore $PQRS$ supposto omogeneo.

Analogamente si avrebbe se i punti $a, b, c \ldots$ fossero soltanto punti di entrata della corrente e due punti V e W simmetrici rispetto ad MN fossero in comunicazione col suolo.

Per esempio, se si suppone il liquido L indefinito e il fondo metallico M pure indefinito, a e b (fig. III) i punti di entrata

Fig. III



della corrente, e si suppone che due punti di L e di M a distanza infinita comunichino col suolo, si otterranno sulla superficie PQ gli anelli colorati che dovranno assumere la nota forma simile a delle Cassinoidi (*).

(*) Vedi il disegno in Thomson *und* Tait. *Handbuch der Theoretischen Physik*. Bd. I, Th. 2, s. 53.

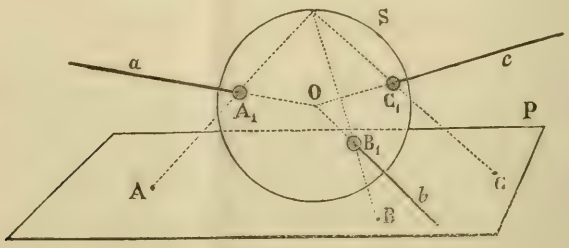
II.

Il fenomeno della coincidenza degli anelli di A. Guébhard colle linee di livello nella distribuzione della elettricità si può presentare anche in altre circostanze diverse da quelle che per quanto io so sono state studiate finora sperimentalmente.

Ne cito alcune:

1° Sia nota in tutti i punti di un piano P (Fig. IV) una funzione V che verifica l'equazione

Fig. IV.



$$\Delta^2 V = 0 \ .$$

Mediante la proiezione stereografica, si rappresenti conformemente il piano sulla sfera S in modo che la V possa considerarsi come una funzione V_1 dei punti della sfera. Se prendiamo un sistema di coordinate polari (r, θ, φ) coll'origine nel centro della sfera avremo evidentemente, considerando la V_1 come funzione di r, θ, φ,

$$\Delta^2 V_1 = \frac{1}{r^2}\left(\frac{d\left(r\frac{dV_1}{dr}\right)}{dr} + \frac{d \operatorname{sen}\theta \frac{dV_1}{d\theta}}{\operatorname{sen}\theta\, d\theta} + \frac{1}{\operatorname{sen}^2\theta}\frac{d^2 V_1}{d^2\varphi}\right) = 0 \ ,$$

$$\frac{dV_1}{dr} = 0 \ .$$

Se A, B, C sono punti d'infinito logaritmico di V; A_1, B_1, C_1 sono i punti corrispondenti della sfera S, la V_1 sarà infinita logaritmicamente nei punti dei raggi OA_1, OB_1, OC_1 . . . . .

Sia S coibente, e tutto lo spazio esterno alla sfera sia conduttore. Una corrente elettrica entri ed esca per gli elettrodi

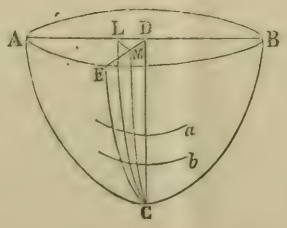
a, b, c . . . . . , in modo che da ogni punto di ciascuno di essi penetri nel conduttore una stessa quantità di elettricità rispettivamente proporzionale al coefficiente del termine d'infinito corrispondente ad A, B, C, ... Avremo che V_1 sarà la funzione potenziale.

Supponiamo ora invece che la superficie della sfera coibente S sia costituita da uno strato sottilissimo metallico ed il conduttore esterno sia il noto elettrolita adoperato da A. Guébhard. Gli elettrodi a, b, c . . . giungano fino a poca distanza dalla superficie sferica. Se la corrente sarà abbastanza intensa, allorchè sarà raggiunto il periodo stazionario, la corrente penetrerà ed escirà nello strato sferico per delle superficie A_1, B_1, C_1 . . . . . prossime agli estremi di a, b, c . . . e in tutti gli altri punti della superficie sferica si stabilirà l'equilibrio fra la corrente principale e quella di polarizzazione, onde ripetendo il ragionamento fatto nei casi considerati precedentemente, avremo che gli anelli colorati che si presenteranno dovranno approssimativamente coincidere colle linee di livello della superficie sferica conduttrice supposta isolata ed a contatto con gli elettrodi.

Invece di una sfera se ne potrebbe considerare una porzione soltanto, purchè si limitasse corrispondentemente lo spazio occupato dall'elettrolita.

2° Un recipiente isolante, avente la forma di un solido di rivoluzione, sia diviso con un piano diametrale metallico ABC (Fig. V) sottilissimo, di cui la conducibilità in ogni punto sia proporzionale alla sua distanza dall'asse CD. Una delle due parti in cui viene così diviso il recipiente contenga il noto elettrolita

Fig. V.



del Guébhard e si faccia penetrare ed escire la corrente da due archi circolari a, b normali all'asse, aventi il centro su esso e di cui gli estremi siano a poca distanza dalla lamina metallica. Se la corrente sarà abbastanza intensa gli anelli colorati che si ot-

terranno sulla lastra metallica rappresenteranno approssimativamente le linee equipotenziali della lastra stessa isolata posta a contatto con gli elettrodi a, b .

Evidentemente il fenomeno dovrà avvenire egualmente se si limiterà lo spazio occupato dal liquido allo spazio $ADEC$ mediante una superficie piana coibente DEC ed una porzione LMC di una superficie di rivoluzione avente per asse CD (*).

Credo che questi fatti si possano verificare sperimentalmente, anzi il Dott. Luigi Pasqualini vi si è già accinto.

(*) È evidente, che il fenomeno di GUÉBHARD e questi analoghi corrispondono a dei casi di potenziali indipendenti da una coordinata.

A nome del Socio Prof. Angelo GENOCCHI, il Socio Prof. SIACCI presenta alla Classe il fascicolo di *Marzo* 1882 del *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, pubblicato dal Principe Boncompagni. Questo fascicolo contiene: 1° un articolo del Sig. E. Narducci *Intorno a due Trattati inediti d'Abaco contenuti in due Codici Vaticani del secolo XII;* 2° *Due Trattati inediti d'Abaco.*

In questa adunanza vien letta la lettera colla quale S. E. il sig. Ministro dell'Istruzione Pubblica annunzia che le elezioni dei signori Guglielmo THOMSON, Prof. nell'Università di Glasgow, e Carlo GEGENBAUR, Prof. nell'Università di Heidelberg, fatte dalla Classe nell'adunanza del 31 dicembre 1882, furono da S. M. il Re approvate con Decreto del 1° febbraio 1883.

Vien letta la seguente Nota del Dott. Carlo Eméry presentata dal Socio Cav. Prof. Angelo Mosso,

SULLA ESISTENZA

DEL COSIDETTO

TESSUTO DI SECREZIONE

NEI VERTEBRATI.

Kessler ha descritto nello sviluppo della cornea, e particolarmente nel pulcino (1), uno stadio in cui questa membrana è costituita da sostanza omogenea, nella quale penetrano più tardi, come per immigrazione, elementi cellulari provenienti dal mesoderma. Io stesso ho potuto riconoscere che, nei Teleostei e nei Selacii (2), il primo accenno della cornea risulta di una sottilissima membrana omogenea interposta fra la lente cristallina e l'epidermide, ma ho constatato pure che questa lamella appartiene essenzialmente alla cute, e si estende, oltre i limiti dell'occhio, al disotto dell'epidermide di tutto il corpo. Essa rappresenta quindi uno stadio primitivo omogeneo della cute che precede la costituzione definitiva di questo strato dell'organismo.

Nelle larve pelagiche di alcuni Teleostei, che schiudono dall'uovo in uno stadio poco inoltrato del loro sviluppo (per lo più con la bocca chiusa, senza branchie, senza glomeruli del rene cefalico, spesso senza corpuscoli sanguigni), quello strato omogeneo, che sostiene l'epidermide e che rappresenta la cute, raggiunge

(1) *Untersuchungen ueber die Entwickelung des Auges.* Diss. inaug.; Dorpat, 1871.

(2) *La cornea dei pesci ossei.* Mem. d. Soc. di Sc. nat. ed econom. Palermo, 1878.

uno sviluppo relativamente enorme e contribuisce, per una parte importante, a formare la massa del corpo.

In una sezione trasversa della coda di una larva di *Fierasfer* (fig. 1) si vede, nel centro, la sezione di una massa cilindrica

Fig. 1

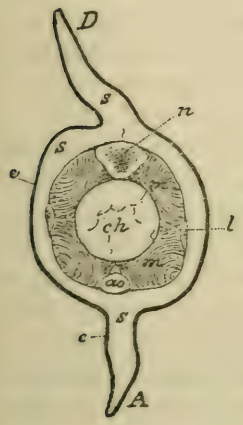


Fig. 3

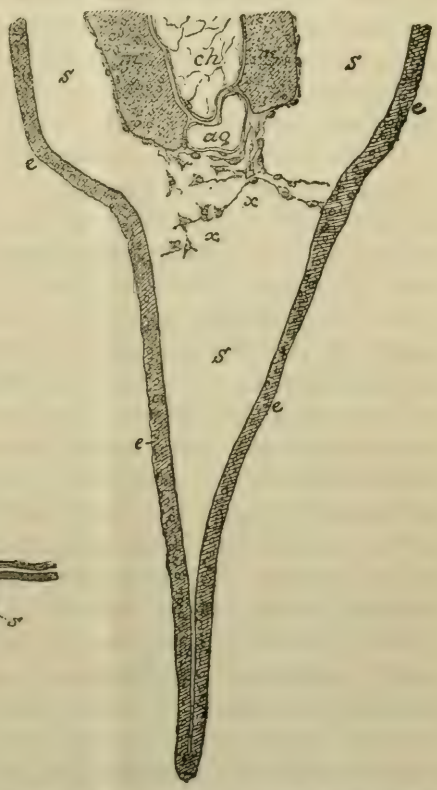


Fig. 2

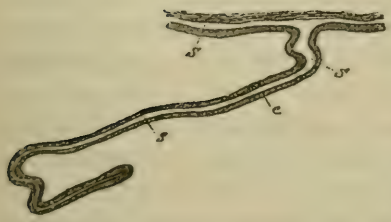


Fig. 1. Sezione trasversa della coda di una larva di *Fierasfer acus* schiusa da due giorni; 200 : 1.

» 2. Sezione trasversa della pinna preanale di una larva di *Belone acus* lunga 22 mm.: 200 : 1.

» 3. Metà ventrale della sezione trasversa della coda di una larva di *Lophius;* 300 : 1.

D pinna dorsale; *A* anale; *e* epidermide; *s* sostanza di secrezione; *x* cellule stellate contenute in questa sostanza; *ch* corda dorsale; *n* midollo spinale; *m* muscoli laterali; *l* nervo laterale; *ao* aorta.

costituita dalla corda dorsale, intorno alla quale sono disposti regolarmente l'asse cerebrospinale, i muscoli laterali e l'aorta

codale ; questa massa cilindrica è circondata da uno strato ialino, senza struttura apparente, o che talvolta presenta vacuoli e granulazioni sottilissime , dovute certamente all'azione dei reagenti coagulanti. Questo strato si prolunga lungo il dorso e lungo il ventre del pesce a costituire tutta la massa delle pinne verticali, le quali non contengono nessun altro elemento di sostegno. Sopra lo strato omogeneo è distesa l'epidermide che trovasi così separata dalla massa centrale, con la quale è connessa soltanto per mezzo delle fibre nervose che, dal nervo laterale, vanno ai bottoni di senso della linea laterale.

Offre una immagine consimile la sezione trasversa della coda di altre piccole larve pelagiche di Teleostei (*Labrus*, *Labrax*, *Lophius*). Nei pesci ossei i cui embrioni raggiungono, ancora nell'uovo, un grado elevato di sviluppo, come ad es. nella *Belone acus*, lo strato ialino non acquista mai una spessezza così considerevole, e rimane come sottile membrana , che presto non è quasi più riconoscibile, perchè si confonde col resto della cute, costituita da lamelle di connettivo fibroso con cellule. Anche nelle pinne verticali di questi pesci, lo stadio ialino della cute è di breve durata e si trova quindi, invece della sostanza omogenea, un vero tessuto connettivo, nel quale si sviluppano i raggi cornei embrionali, e poi i raggi ossei definitivi. Evvi però nella *Belone* e in molti altri pesci una ripiegatura della cute, che ho chiamata *pinna preanale* (1), la quale si estende lungo la linea mediana ventrale, innanzi all'ano. Siffatta pinna, che è destinata a sparire quando il pesce ha raggiunto un certo grado di sviluppo, conserva, finchè dura, la struttura primitiva delle pinne verticali, essendo costituita dalla sola sostanza omogenea, rivestita di epidermide. Nella sezione trasversa (fig. 2), si vede la sostanza omogenea (*s*) della pinna preanale continuarsi con lo strato superficiale ancora anisto della cute.

Poichè la pinna preanale non esce da una condizione embrionale, le si potrebbero attribuire due valori diversi. — *a*) Si potrebbe supporre ch'essa sia un organo antichissimo, scomparso nei progenitori dei Vertebrati prima della differenziazione del tessuto connettivo della cute, o pure arrestato nei Teleostei in un periodo iniziale di sviluppo , perchè divenuto organo inutile e

---

(1) *Note ittiologiche.* Atti della Società Ital. di Sc. nat., XXI, 1878.

quindi rudimentale. — *b*) Si potrebbe considerare invece la pinna preanale come un organo embrionale provvisorio, acquistato dai Teleostei e forse già dai Ganoidi per adattamento a speciali condizioni della vita pelagica delle larve. A volerne giudicare dalle figure date da Balfour nel suo classico trattato, un rudimento di pinna preanale si troverebbe nelle larve dei Ganoidi (*Acipenser*, *Lepidosteus*), manca però del tutto nei Selacii, come ho potuto riconoscere io stesso sopra embrioni di *Pristiurus*.

Egli è probabile che il tessuto ialino della cute delle larve di Teleostei si trasformi poi in connettivo, per immigrazione di elementi cellulari. Così almeno credo dover interpretare alcuni fatti osservati in larve di *Lophius* (fig. 3): sulle sezioni della coda, si vedono sporgere dai lati dell'aorta e dalle vicinanze dell'asse nervoso, nella sostanza ialina, gruppi di cellule stellate: le cellule sono più numerose in vicinanza della massa centrale della coda (costituita, come fu detto sopra dalla corda dorsale con i muscoli laterali, il midollo spinale e l'aorta), più rade in vicinanza dell'epidermide: sono più numerose in larve il cui sviluppo è più inoltrato di qualche giorno, anzichè in larve da poco schiuse. L'impossibilità di ottenere esemplari ulteriormente sviluppati m'impedisce di seguire il progresso di questo processo di emigrazione, e di dare la prova di quanto io suppongo, cioè che le cellule, invadendo la sostanza ialina, la trasformino in un vero tessuto connettivo. — Chiunque si sia occupato dello studio delle larve pelagiche dei pesci, comprenderà quanta sia la difficoltà di ottenere serie un poco estese di stadii di una medesima forma.

La speciale condizione della sostanza ialina, che sta al disotto dell'epidermide delle larve pelagiche, di cui è qui parola, m'induce a paragonarla a ciò che Hensen (1) ha chiamato *tessuto di secrezione* (Secretgewebe), il quale costituisce il disco gelatinoso delle Meduse, e che consiste di una sostanza omogenea, segregata dallo strato cellulare (ectoderma) da cui è limitata. Questa sostanza, priva di cellule nelle Craspedote, contiene invece elementi cellulari nelle Acraspede e nelle Ctenofore, ed è provato che le

(1) *Ueber die Entwickelung der Gewebe und der Nerven im Schwanze der Froschlarve:* Virchow's Archiv *XXXI*, p. 53 e seg. In questo stesso importante lavoro, Hensen descrive, nella coda dei giovani girini di rana, condizioni che ripetono, benchè in proporzioni assai meno vistose, quello che ho rilevato qui in certe larve di Teleostei.

cellule suddette sono cellule migrate dall'ectoderma. In un modo consimile, nelle larve degli Echinodermi e di altri animali inferiori, le cellule del mesenchima emigrano, dai dintorni del blastoporo, in una sostanza gelatinosa omogenea, che riempie la cavità di segmentazione.

Come il disco delle Meduse, la sostanza ialina dei nostri pesciolini deve essere riguardata come una secrezione basale dell'ectoderma; trasformandosi essa in tessuto connettivo, ne risulta che, in questo tessuto, una parte almeno della sostanza fondamentale ha avuto origine indipendentemente degli elementi cellulari ed è preesistente ad essi. Questo fatto ha la sua importanza, rispetto alle quistioni che si agitano tuttavia fra gl'istologi, circa la formazione della sostanza fondamentale dei connettivi.

Il tessuto ialino della cute delle nostre larve, con le cellule che emigrano in esso, rappresenta una porzione del mesenchima (1), la quale lascia vedere con singolare chiarezza il suo modo di formazione, che negli altri Vertebrati è molto meno evidente, in ragione della scarsezza della sostanza ialina segregata alla base dell'ectoderma. Però, uno studio accurato dello sviluppo farà riconoscere, ancora in molte parti degli embrioni di Vertebrati, la presenza di uno strato sottile di sostanza di secrezione. A mio avviso, appartengono a questa categoria le membrane basali degli epitelii e quelle delicatissime membrane aniste, che si formano nell'embrione al limite che separa due formazioni epiteliali contigue, o pure fra un organo epiteliale e il connettivo circostante.

Io credo che Kessler abbia esagerato quantitativamente l'importanza della sostanza omogenea primitiva, nella formazione della sostanza fondamentale della cornea: rimane però il fatto che ho confermato per i Pesci, che, prima della penetrazione di cellule embrionali fra l'ectoderma e la lente cristallina, esiste fra queste parti uno strato di sostanza omogenea: per la sua grande sottigliezza, nelle forme da me studiate, non ho potuto constatare se le cellule penetrassero in essa sfaldandola in foglietti, come Kessler ha veduto e figurato in diversi vertebrati e specialmente negli Uccelli.

Pertanto, la grandissima diffusione delle membrane di secrezione nei Vertebrati, le quali precedono lo sviluppo di sepimenti

(1) Pel significato da darsi alla parola *mesenchima*, si riscontri la Memoria dei fratelli Hertwig: *Die Coelomtheorie*. Jenaische Zeitschr. 1881.

connettivali fra gli organi epiteliali (1), mi fa supporre che siffatte membrane rappresentino un residuo di formazioni diffuse negli animali inferiori, ove sono rappresentate, negli embrioni, dalla massa gelatinosa che riempie abitualmente la cavità di segmentazione (cavità del corpo primitiva), e, negli adulti, da diverse forme di lamine di sostegno. Queste lamine, quando sono molto sviluppate, costituiscono masse gelatinose più potenti (disco delle Meduse, ecc.), che servono a dare, con poca materia solida, un maggior volume ed una sufficiente rigidezza ed elasticità ad organismi pelagici.

Non credo che lo sviluppo considerevole di questa sostanza gelatinosa, nelle larve pelagiche di Teleostei, sia condizione primitiva: credo invece verosimile che sia questa una condizione acquisita, la quale abbia per risultato di dare, con poca materia e poco lavoro di organizzazione, maggior volume ed elasticità alla coda di minuti pesciolini ed alle loro pinne verticali, organi essenziali della locomozione. Difatti riscontriamo la maggiore spessezza del tessuto di secrezione in larve di pesci che schiudono da uova piccole e che hanno rapida evoluzione, cioè quando il pesciolino ha dovuto formarsi presto e con poca materia. Tale carattere dovrà dunque essere considerato come conseguenza di un adattamento larvale, il cui sostrato materiale però, cioè le membrane di secrezione, rappresentano invece, a mio parere, il residuo di formazioni antichissime, eredità di remotissimi antenati.

Bologna, Gennaio 1883.

---

(1) Si potrebbe forse noverare ancora fra i tessuti di secrezione il corpo vitreo, il quale, almeno nei Pesci e in altri Vertebrati inferiori, apparisce in origine come una massa omogenea priva di elementi cellulari.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

Il giorno 25 Febbraio 1883 non si tenne seduta dalla Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, in segno di lutto per la morte del Presidente, Commend.re Senatore **Ercole RICOTTI**, avvenuta il giorno 24 alle ore 11 ½ pomeridiane.

CLASSI UNITE

CLASSI UNITE

Adunanza del 18 Febbraio 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

In questa adunanza il Socio Barone D. Antonio MANNO viene eletto alla carica triennale di Tesoriere dell'Accademia.

Gli Accademici Segretari { Ascanio SOBRERO
Gaspare GORRESIO.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLTERRA — Sulle figure elettrochimiche di A. GUÉBHARD ..... *Pag.* 239

SIACCI — Presentazione del *Bollettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, pubblicato dal Principe BONCOMPAGNI ..... » 247

APPROVAZIONE di Soci Stranieri ..... » 247

EMÉRY — Sulla esistenza del cosidetto tessuto di secrezione nei Vertebrati ..... » 248

Classi Unite.

ELEZIONE a Tesoriere dell'Accademia il Barone D. A. MANNO ..... » 257

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVIII, DISP. 4ª (*Marzo* 1883)

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche
e Naturali.

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Marzo

1883.

CLASSE

DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza dell' 11 Marzo 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. G. Basso legge il seguente suo scritto

SOPRA UN CASO PARTICOLARE

DI

RIFLESSIONE CRISTALLINA.

1. In un lavoro precedente (*) ho studiato le modificazioni che subisce un elemento d'onda polarizzata rettilineamente nel passaggio da un mezzo trasparente ad un altro, e mi sono specialmente occupato della riflessione della luce alla superficie dei mezzi non isotropi.

Partendo da principii, la cui attendibilità credo di avere sufficientemente dimostrata, e che, d'altronde, non differiscono sostanzialmente da quelli su cui A. Fresnel fondò la sua teoria meccanica della riflessione, io sono giunto a risultati, mercè cui si può risolvere in generale la questione seguente: *Un raggio di nota intensità e polarizzato rettilineamente in un piano pure conosciuto giunga ad una faccia naturale od artificiale di un cristallo birifrangente, di cui si conoscono le costanti ottiche; determinare l'intensità e lo stato di polarizzazione del raggio riflesso che ne deriva.*

(*) *Studi sulla riflessione cristallina* (Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino, serie II, tom. XXXIV).

In certi casi particolari le formole, che contengono la soluzione del detto problema, si presentano sotto forma molto semplice e talvolta non è molto difficile lo assoggettarle a verificazioni sperimentali. Qui intendo appunto di esaminare brevemente uno di questi casi particolari. Applicherò direttamente ad esso le considerazioni fatte in maniera più generale nel mio lavoro già citato, al quale rimando il lettore per più estesi svolgimenti.

2. Un raggio luminoso d'intensità *uno*, polarizzato rettilineamente, giunga normalmente ad una faccia, disposta parallelamente all'asse ottico, di un cristallo birifrangente uniasse. Sia θ l'angolo compreso fra il piano di polarizzazione della luce incidente e la sezione principale del cristallo; siano a e b rispettivamente le velocità di propagazione del moto luminoso nella direzione trasversale e nella direzione parallela all'asse ottico, essendo eguale all'unità la velocità di propagazione nel mezzo esterno al cristallo.

Si limiti sulla faccia riflettente una porzioncella qualunque e la si consideri come base di un prisma retto posto all'esterno del cristallo e la cui altezza eguagli la lunghezza d'onda del moto vibratorio nell'etere libero. Il moto incidente che anima la massa eterea di questo prisma, in un determinato istante, è differente in fase da una ad altra sezione retta, per guisa tale che in tutto il prisma si trovano rappresentate contemporaneamente tutte le fasi possibili di vibrazione. Possiamo, in modo analogo, considerare tre altri prismi retti di egual base del precedente; uno di questi abbia pure l'altezza del primo e sia anche occupato da etere libero, ma si trovi unicamente animato dal moto vibratorio riflesso; gli altri due prismi abbiano le loro altezze rispettivamente eguali alle lunghezze d'onda dei due moti rifratti e si immaginino come attraversati distintamente, uno dal moto vibratorio ordinario e l'altro dallo straordinario.

I quattro prismi eterei così concepiti sono tali che il tempo impiegato dai corrispondenti moti luminosi a propagarsi attraverso ciascuno di essi è lo stesso per tutti ed uguale alla durata di vibrazione.

Come conseguenza di considerazioni svolte nel mio lavoro sovracitato risulta che, se attribuiamo alla densità che l'etere possiede nei quattro prismi valori inversamente proporzionali ai quadrati delle velocità di propagazione dei moti luminosi corrispondenti, il principio della conservazione delle forze vive esige che la forza viva, la quale, in un istante qualunque, anima la

massa eterea del prisma corrispondente al moto incidente eguagli la somma delle forze vive che animano le masse eteree degli altri tre prismi, corrispondenti al moto riflesso e ai due moti rifratti.

È facile il vedere che questo teorema si traduce nella equazione:

$$1 - V^2 = \frac{u_1^2}{b} + \frac{u_2^2}{a} \qquad \ldots\ldots (1),$$

in cui V, u_1, u_2 sono rispettivamente le velocità vibratorie (*) dei moti riflesso, ordinario e straordinario, essendosi assunta come unità la velocità vibratoria del moto incidente.

3. Se si estende al caso della riflessione cristallina il noto principio di continuità di Fresnel, esso dà luogo a due relazioni distinte fra le velocità vibratorie, incidente, riflessa e rifratte. Invero, conducendo sulla faccia riflettente del cristallo due direzioni ortogonali qualunque, sopra ciascuna di queste si proietti ciascuna delle quattro velocità vibratorie; per ognuna delle due direzioni, esiste l'eguaglianza fra la somma delle proiezioni delle velocità incidente e riflessa e la somma delle proiezioni delle due velocità vibratorie rifratte.

Una delle dette due direzioni sia, per comodità, l'asse stesso del cristallo; saranno rispettivamente sen θ e cos θ la componente secondo l'asse e quella normale all'asse della velocità incidente. Chiaminsi v e v' le componenti della velocità V vibratoria riflessa. Il raggio rifratto ordinario essendo polarizzato nella sezione principale, avrà la sua velocità u_1 vibratoria diretta normalmente all'asse ottico; le componenti di questa saranno adunque *zero* e u_1. Per il raggio rifratto straordinario, polarizzato normalmente alla sezione principale, si avranno le componenti u_2 e *zero* della propria velocità vibratoria.

Perciò dal principio di continuità consegue:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{sen}\theta + v &= u_2 \\ \cos\theta + v' &= u_1 \end{aligned}\right\} \qquad \ldots\ldots (2),$$

alle quali relazioni si può aggiungere:

$$V^2 = v^2 + v'^2 \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots (3).$$

(*) Chiamo *velocità vibratoria* nel moto vibratorio rettilineo la velocità massima della vibrazione, cioè quella che la particella vibrante possiede quando passa per la posizione d'equilibrio.

4. Infine, una relazione fra le due velocità vibratorie rifratte u_1, u_2, si può immediatamente ricavare dalla nota legge di Malus intorno alle intensità dei raggi ordinario e straordinario, il rapporto delle quali si sa essere prossimamente eguale al rapporto fra i quadrati del coseno e del seno dell'angolo che colla sezione principale fa il piano di polarizzazione della luce incidente. E poichè le intensità luminose sono prossimamente proporzionali ai quadrati delle corrispondenti velocità vibratorie, si avrà:

$$\frac{u_2}{u_1} = \operatorname{tang} \theta \qquad \ldots\ldots (4).$$

5. Ricavate dalle (2) le espressioni di v e di v', si quadrino e si sommino. Tenendo conto della (4) si avrà:

$$1-(v^2+v'^2) = \frac{2\,u_1}{\cos\theta} - \frac{u_1^2}{\cos^2\theta}.$$

Sostituiscasi nella equazione (1) tenendo conto della (3) e della (4); si potrà così eliminare la u_2 e ricavare il valore di u_1, che sarà:

$$u_1 = \frac{2\,a\,b\cos\theta}{a\cos^2\theta + b\operatorname{sen}^2\theta + a\,b}.$$

Questo valore, sostituito in ciascuna delle (2), in cui si ricorda pure essere: $u_2 = u_1 \operatorname{tang}\theta$, ci dà le due espressioni seguenti delle componenti della velocità riflessa:

$$v = -\operatorname{sen}\theta \frac{p\operatorname{sen}^2\theta + q\cos^2\theta}{p'\operatorname{sen}^2\theta + q'\cos^2\theta},$$

$$v_1 = -\cos\theta \frac{p\operatorname{sen}^2\theta + q\cos^2\theta}{p'\operatorname{sen}^2\theta + q'\cos^2\theta},$$

dove si è posto, per semplicità:

$$\frac{1-a}{a} = p, \quad \frac{1-b}{b} = q, \quad \frac{1+a}{a} = p', \quad \frac{1+b}{b} = q'.$$

6. Le due formole, così ottenute, risolvono completamente il problema propostoci. Chiamando ψ l'angolo che il piano di pola-

rizzazione del raggio riflesso fa colla sezione principale del cristallo, si ha:

$$\operatorname{tang}\psi = \frac{v}{v'} = \operatorname{tang}\theta \quad \ldots\ldots \quad (5).$$

Ed essendo presa come unità l'intensità del raggio incidente, l'intensità I del raggio riflesso è:

$$I = v^2 + v'^2 = \left(\frac{p \operatorname{sen}^2\theta + q\cos^2\theta}{p' \operatorname{sen}^2\theta + q'\cos^2\theta}\right)^2 \quad \ldots\ldots \quad (6).$$

7. I risultati così ottenuti ci svelano alcune particolarità intorno alla riflessione cristallina, le quali forse non sarebbe difficile sottoporre a verificazioni sperimentali.

L'equazione (5) ci avverte che, pel caso studiato della faccia riflettente parallela all'asse ottico, *la luce normalmente riflessa si conserva polarizzata nello stesso piano in cui lo è la luce incidente.*

Inoltre, se il piano di polarizzazione coincide colla sezione principale del cristallo, si ha $\theta = 0$; e l'intensità I_1 della luce riflessa è:

$$I_1 = \left(\frac{1-b}{1+b}\right)^2.$$

Se il piano di polarizzazione è normale alla sezione principale, cioè: $\theta = \frac{\pi}{2}$, si ha per l'intensità I_2 della luce riflessa:

$$I_2 = \left(\frac{1-a}{1+a}\right)^2.$$

Ne consegue che, per i cristalli negativi essendo $b < a$, sarà: $I_1 > I_2$; per i cristalli positivi ($b > a$) avviene il contrario.

Quindi, se si fa cadere normalmente alla faccia parallela all'asse un raggio di luce, in modo che il piano di polarizzazione coincida colla sezione principale, e se in seguito, a partire da questa posizione, si fa girare nel suo piano di 90° la lamina riflettente, durante la rotazione l'intensità della luce riflessa va decrescendo, oppure va aumentando, secondochè il cristallo è negativo, ovvero positivo.

P. es., ritenendo per la calcite:

$$a = 0{,}6742 \qquad \text{e} \qquad b = 0{,}6045$$

siccome dànno le migliori determinazioni, si ottiene:

$$I_1 = 0{,}0607\,; \qquad I_2 = 0{,}0379\,.$$

Perciò la variazione dell'intensità luminosa riflessa durante la rotazione sovraccennata si fa nel rapporto di 1 a 0,624.

Per il quarzo secondo Rudberg si ha:

$$a = 0{,}6438\,; \qquad b = 0{,}6476\,.$$

Se ne deduce:

$$I_1 = 0{,}0457\,; \qquad I_2 = 0{,}0469\,.$$

Quindi, se si fa rotare nel suo piano una lamina di quarzo parallela all'asse, per modo che la sua sezione principale passi dalla posizione parallela alla posizione normale al piano di polarizzazione della luce incidente, l'intensità della luce riflessa aumenta soltanto nel rapporto di 1 a 1,026.

Il Socio Cav. Prof. E. D'Ovidio presenta e legge il seguente lavoro del Dott. G. Morera.

SULLE PROPRIETÀ INVARIANTIVE

DEL

SISTEMA DI UNA FORMA LINEARE

E

DI UNA FORMA BILINEARE ALTERNATA.

Lo studio delle proprietà invariantive del sistema di una forma lineare e di una forma bilineare alternata, dopo la bella applicazione fattane dal signor Frobenius al problema di Pfaff (*Crelle's J. B.* 82 — *Ueber das Pfaff'sche Problem*), ha acquistato una certa importanza.

È per questa ragione e perchè i principii della notazione simbolica, per quanto mi consta, non furono mai applicati a siffatto studio che io pubblico il presente scritto, sebbene i risultati ai quali giungo sieno, sotto altre forme, tutti noti.

Per non interrompere in seguito lo studio delle formazioni invariantive premetto (§§ 1, 2, 3) le dimostrazioni di alcune formule e proprietà, che in seguito mi occorrono. In particolare nei primi due §§ mi occupo dei determinanti gobbi rappresentati in notazione simbolica: ciò mi dà occasione (§ 2) di dimostrare *la legge di formazione di quell'espressione, il cui quadrato è eguale al determinante gobbo.*

In seguito passo a studiare le forme invariantive pel sistema di una forma lineare e di una bilineare alternata e fo vedere come esse *si possano tutte quante esprimere in funzione delle più semplici*, cioè di quelle formate con un solo determinante simbolico. Da ciò discende *un importantissimo teorema sui determinanti gobbi*, dovuto al sig. Frobenius (§ 7).

In istretto nesso collo studio delle proprietà invariantive delle due forme, lineare l'una e bilineare alternata l'altra, sarebbe la quistione della loro riduzione a forme canoniche, ma su ciò non ho che da indirizzare il lettore alla prima parte della bella memoria già ricordata di Frobenius.

§ 1.

Sia il determinante gobbo:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \dots\dots\dots & \Theta_{1,2m} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \dots\dots\dots & \Theta_{2,2m} \\ \dots & \dots & \dots\dots\dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots\dots\dots & \dots \\ \Theta_{2m,1} & \Theta_{2m,2} & \dots\dots\dots & \Theta_{2m,2m} \end{vmatrix},$$

ove $\Theta_{ik} + \Theta_{ki} = 0$, $\Theta_{ii} = 0$.

Poniamo simbolicamente:

$$\Theta_{ik} = a_i a_k' = b_i b_k' = c_i c_k' = \dots = \alpha_i \alpha_k' = \beta_i \beta_k' = \dots;$$

sarà allora:

$$2\,\Theta_{ik} = \begin{vmatrix} a_i & a_k \\ a_i' & a_k' \end{vmatrix}.$$

Chiameremo *complementari* due simboli a, a' che col loro prodotto danno un elemento effettivo.

È manifesto che se in un aggregato simbolico, di significato effettivo, si scambiano due simboli complementari, l'espressione rappresentata muterà di segno; mentre se si permutano comunque dei simboli equivalenti a, b, $c \dots f$ e si eseguisce la stessa permutazione sui rispettivi complementari a', b', $c' \dots f'$ l'espressione rimarrà inalterata.

Ciò premesso, per Δ si ottiene, con un artifizio abituale nella notazione simbolica, la rappresentazione:

$$(2m)!\,\Delta = (a\,b\,c \dots l)(a'\,b'\,c' \dots l'),$$

ove al solito con $(v^{(1)}\ v^{(2)} \ldots v^{(2m)})$ si dinota il determinante:

$$\begin{vmatrix} v_1^{(1)} & v_2^{(1)} & \ldots\ldots\ldots & v_{2m}^{(1)} \\ v_1^{(2)} & v_2^{(2)} & \ldots\ldots\ldots & v_{2m}^{(2)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ v_1^{(2m)} & v_2^{(2m)} & \ldots\ldots\ldots & v_{2m}^{(2m)} \end{vmatrix}.$$

È ben noto che ogni determinante gobbo è il quadrato di una funzione razionale intera de' suoi elementi: vediamo di dedurre questo teorema per mezzo della notazione simbolica.

A questo scopo ci occorre una formula, della quale premettiamo la dimostrazione, e che serve a trasformare un'espressione, simbolicamente rappresentata da:

$$(a a' \ldots f f' \alpha \beta \ldots \varkappa \lambda)(h h' \ldots p p' \alpha' \beta' \ldots \alpha' \lambda'),$$

in un'altra dello stesso tipo, nella quale però il numero delle coppie di simboli complementari, che figurano in ciascun determinante simbolico, è accresciuto di un'unità.

Dinotando con u_x l'espressione $u_1 x_1 + u_2 x_2 + \ldots + u_{2m} x_{2m}$ si ha identicamente:

$$0 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \ldots\ldots\ldots & a_{2m} & a_x \\ a_1' & a_2' & \ldots\ldots\ldots & a_{2m}' & a_x' \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_1 & f_2 & \ldots\ldots\ldots & f_{2m} & f_x \\ f_1' & f_2' & \ldots\ldots\ldots & f_{2m}' & f_x' \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \ldots\ldots\ldots & \alpha_{2m} & \alpha_x \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \ldots\ldots\ldots & \lambda_{2m} & \lambda_x \\ \alpha_1' & \alpha_2' & \ldots\ldots\ldots & \alpha_{2m}' & \alpha_x' \end{vmatrix}.$$

In questa identità prendiamo per $x_1 \ldots x_{2m}$ rispettivamente i sottodeterminanti complementari degli elementi $\alpha'_1 \ldots \alpha'_{2m}$ nel determinante $(h h' \ldots p p' \alpha' \beta' \ldots \varkappa' \lambda')$ e sviluppiamo secondo gli elementi dell'ultima colonna. Risulta così:

$$
\begin{aligned}
&(aa'bb'\ldots ff'\alpha\beta\gamma\ldots\varkappa\lambda)(hh'\ldots pp'\alpha'\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')\\
&+(a'bb'\ldots ff'\alpha\beta\gamma\ldots\varkappa\lambda\alpha')(hh'\ldots pp'a\,\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')\\
&-(a\,bb'\ldots ff'\alpha\beta\gamma\ldots\varkappa\lambda\alpha')(hh'\ldots pp'a'\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&-(aa'bb'\ldots\ f\alpha\beta\gamma\ldots\varkappa\lambda\alpha')(hh'\ldots pp'f'\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')\\
&+(aa'bb'\ldots ff'\beta\gamma\ldots\varkappa\lambda\alpha')(hh'\ldots pp'\alpha\,\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')\\
&-(aa\,bb'\ldots ff'\alpha\gamma\ldots\varkappa\lambda\alpha')(hh'\ldots pp'\beta\,\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')\\
&+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&-(aa'bb'\ldots ff'\alpha\beta\gamma\ldots\ \varkappa\alpha')(hh'\ldots pp'\lambda\,\beta'\lambda'\ldots\varkappa'\lambda')=0\,.
\end{aligned}
$$

Diciamo $2r$ il numero dei simboli $aa'\ldots ff'$ (che è pure quello dei simboli $hh'\ldots pp'$) ed osserviamo che $2r+2$ primi termini sono tutti fra loro eguali, perchè si possono ottenere l'uno dall'altro o con permutazioni di simboli equivalenti o per scambii di simboli complementari, cambiando in questo caso il segno per ogni scambio, e che pella stessa ragione sono tra loro eguali i rimanenti $2(m-r)-1$ termini. Sarà per ciò:

$$
\begin{aligned}
&(2r+2)(aa'\ldots ff'\alpha\beta\gamma\ldots\varkappa\lambda)(hh'\ldots pp'\alpha'\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')=\\
&(2m-2r-1)(aa'\ldots ff'\alpha\alpha'\gamma\ldots\varkappa\lambda)(hh'\ldots pp'\beta\beta'\gamma'\ldots\varkappa'\lambda')\,,
\end{aligned}
$$

e questa è la formula che risponde allo scopo prefissoci.

Applichiamola ora successivamente al caso di $r=0$, $r=1\ldots$ $\ldots r=m-1$, avremo:

$$
\begin{aligned}
&2\,(a\alpha b\beta c\gamma\ldots\ldots l\lambda)(a'\alpha'b'\beta'c'\gamma'\ \ldots\ldots l'\lambda')\\
&\qquad=(2m-1)(a\,a'b\beta c\gamma\ldots l\lambda)(\alpha\alpha'b'\beta'\ \ \ldots l'\lambda')\,,\\
&4\,(aa'b\beta c\gamma\ldots\ldots l\lambda)(\alpha\alpha'b'\beta'c'\gamma'\ \ldots\ldots l'\lambda')\\
&\qquad=(2m-3)(aa'bb'c\gamma\ldots l\lambda)(\alpha\alpha'\beta\beta'c'\gamma'\ldots l'\lambda')\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&2\,m(aa'bb'\ldots\ldots kk'l\lambda)(\alpha\alpha'\beta\beta'\ldots\ldots\varkappa\varkappa'l'\lambda')\\
&\qquad=(aa'\,bb'\ldots\ldots\ldots kk'\,ll')(\alpha\alpha'\beta\beta'\ldots\varkappa\varkappa'\lambda\lambda')\,,
\end{aligned}
$$

d'onde, moltiplicando membro a membro, si ottiene:

$$
\begin{aligned}
&2^m\,m\,!\,(a\alpha\ldots\ldots l\lambda)(a'\alpha'\ldots\ldots\ldots l'\lambda')\\
&\qquad=1\,.\,3\,.\,5\ldots(2m-1)(aa'\ldots ll')(\alpha\alpha'\ldots\lambda\lambda')\,.
\end{aligned}
$$

Ricordando ora l'espressione simbolica di Δ si ha ovviamente:

$$(2^m m!)^2 \Delta = (a a' \ldots\ldots l l')(\alpha \alpha' \ldots\ldots \lambda \lambda'),$$

d'onde si conclude che l'espressione rappresentata simbolicamente da $(a a' \ldots l l')$ differisce per un fattore numerico dalla radice quadrata di Δ.

§ 2.

Dalla formula precedente si può dedurre facilmente la legge di formazione della radice quadrata di Δ.

Infatti si ha:

$$(a a' \ldots l l') = \sum_{\alpha\beta\ldots\lambda\mu} (-1)^{I(\alpha\beta\ldots\lambda\mu)} \Theta_{\alpha\beta} \Theta_{\gamma\delta} \ldots \Theta_{\lambda\mu};$$

ove $I(\alpha\beta\ldots\lambda\mu)$ indica il numero delle inversioni presentate dalla permutazione $\alpha\beta\ldots\lambda\mu$ degli indici $1, 2 \ldots 2m$ e la somma $\sum_{\alpha\beta\ldots\lambda\mu}$ va estesa a tutte queste permutazioni. Si osservi ora che nella somma $\sum_{\alpha\beta\ldots\lambda\mu}$ uno stesso termine è ripetuto $(m!\,2^m)$ volte, sicchè sarà:

$$(a a' \ldots l l') = m!\,2^m \sum (-1)^{I(\alpha\beta\ldots\lambda\mu)} \Theta_{\alpha\beta} \Theta_{\gamma\delta} \ldots \Theta_{\lambda\mu},$$

e qui la somma $\sum$ va estesa a tutte e sole le partizioni distinte degli indici $1 . 2 \ldots 2m$ in m coppie.

Di qui risulta che $\sum (-1)^{I(\alpha\beta\ldots\lambda\mu)} \Theta_{\alpha\beta} \ldots \Theta_{\lambda\mu}$ è precisamente quell'espressione, il cui quadrato è eguale a Δ e si ha la regola seguente per formare tale espressione.

Si formino tutte le partizioni distinte degli indici $1 . 2 \ldots 2m$, *in* m *coppie; corrispondentemente a queste partizioni si considerino tutti quei prodotti di* m *elementi del determinante gobbo, in ciascuno dei quali le coppie d'indici sono le* m *coppie di una stessa partizione, e si attribuisca a ciascun prodotto il segno* $+$ *o* $-$ *secondochè i* $2m$ *indici, letti nell'ordine in cui ci figurano, presentano un numero pari o un*

numero impari di inversioni, la somma algebrica di questi $\frac{(2m)!}{2^m . m!}$ *prodotti, è l'espressione cercata.*

Notiamo inoltre che, se nel determinante $(aa' \ldots ll')$ si sopprimono r coppie di linee formate da simboli complementari e $2r$ colonne qualunque, il determinante così ottenuto avrà per quadrato, a meno di un fattore numerico, il sottodeterminante principale di Δ di grado $2(m-r)$, nel quale figurano gli stessi indici, che rimanevano in quel sottodeterminante di $(aa' \ldots ll')$. Pella dimostrazione di questo fatto non si ha manifestamente che da ricorrere alle considerazioni del § 1.

Se s'imagina che $(aa' \ldots bb')$ sia sviluppato secondo i determinanti minori di grado $2(m-r)$ di certe $m-r$ coppie di linee di simboli complementari, si vede senz'altro che esso svanisce se sono nulli tutti questi minori. Di qui si ha il teorema:

« Se in un determinante gobbo Δ svaniscono tutti i sottodeterminanti principali di un certo ordine $2r$ $\big($grado $2(m-r)\big)$, svaniranno, oltre a Δ, tutti i suoi sottodeterminanti principali di ordini inferiori a $2r$ $\big($gradi superiori a $2(m-r)\big)$ ».

Occorrerà in seguito di considerare delle rappresentazioni simboliche di determinanti gobbi, nelle quali non tutti gli elementi sono rappresentati simbolicamente. Per esempio, si ponga $\Theta_{\lambda, 2m} = u_\lambda$ e nell'espressione simbolica di $\sqrt{\Delta}$ si vogliano far comparire le u. Nell'espressione di $\sqrt{\Delta}$ sopra trovata, l'indice μ si può scegliere ad arbitrio, per ciò, preso $\mu = 2m$, avremo:

$$\sqrt{\Delta} = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=2m-1} u_\lambda \sum (-1)^{I(\alpha\beta \ldots \varepsilon\varkappa\lambda)} \Theta_{\alpha\beta} \ldots \Theta_{\varepsilon\varkappa} ,$$

ove la seconda somma $\sum$ va estesa a tutte e sole le partizioni distinte $\alpha\beta, \ldots, \varepsilon\varkappa$ degli indici: $1, 2, \ldots, \lambda-1, \lambda+1, \ldots 2m-1$ in $m-1$ coppie. Ma osservando che:

$$\begin{aligned} I(\alpha\beta \ldots \varepsilon\varkappa\lambda) &= I(\alpha\beta \ldots \varepsilon\varkappa) + I(1.2 \ldots \lambda-1, \lambda+1 \ldots 2m-1, \lambda) \\ &= I(\alpha\beta \ldots \varepsilon\varkappa) + 2m - \lambda - 1 , \end{aligned}$$

si ha:

$$\sqrt{\Delta} = \sum_{\lambda} (-1)^{2m-\lambda-1} u_\lambda \sum (-1)^{I(\alpha\beta\ldots\varepsilon\varkappa)} \Theta_{\alpha\beta} \ldots \Theta_{\varepsilon\varkappa}$$

$$= \frac{1}{(m-1)!\,2^{m-1}} \sum_{\lambda} (-1)^{2(m-1)+\lambda+1} u_\lambda \begin{vmatrix} a_1 \ldots a_{\lambda-1}\, a_{\lambda+1} \ldots a_{2m-1} \\ a_1' \ldots a'_{\lambda-1}\, a'_{\lambda+1} \ldots a'_{2m-1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ k_1 \ldots k_{\lambda-1}\, k_{\lambda+1} \ldots k_{2m-1} \\ k_1' \ldots k'_{\lambda-1}\, k'_{\lambda+1} \ldots k_{2m-1} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{(m-1)!\,2^{m-1}} (a\,a' \ldots\ldots k\,k'\,u)\,.$$

Vedremo in seguito altre rappresentazioni simboliche di determinanti gobbi e delle loro radici quadrate.

§ 3.

Stabiliremo in questo § alcune identità, che ci occorrono in seguito.

Sia un numero comunque pari od impari n^2 di elementi

$$\Theta_{ik} = a_i\, a'_k = b_i\, b'_k = \ldots\ldots \left\{ {i \atop k} \right\} = (1, 2 \ldots n),$$

pei quali, in generale, non supporremo che, come precedentemente, sia $\Theta_{ik} + \Theta_{ki} = 0$.

Useremo per brevità della notazione:

$$\left\{ {v^{(1)} \ldots v^{(k)} \atop w^{(1)} \ldots w^{(k)}} \right\} = \begin{vmatrix} \Theta_{11} \ldots & \Theta_{1n} & v_1^{(1)} \ldots & v_1^{(k)} \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \Theta_{n1} \ldots & \Theta_{nn} & v_n^{(1)} \ldots & v_n^{(k)} \\ -w_1^{(1)} \ldots & -w_n^{(1)} & 0 \ldots & 0 \\ \ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ -w_1^{(k)} \ldots & -w_n^{(k)} & 0 \ldots & 0 \end{vmatrix} \quad (k \leq n)\,.$$

Se si pongono pelle $v^{(k)}$, $w^{(k)}$ rispettivamente i simboli $a\,a'$ si ha:

$$\left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-1)} a \\ w^{(1)} \dots w^{(k-1)} a' \end{matrix}\right\} = \sum_{\lambda} \sum_{\mu} \Theta_{\lambda\mu} \frac{d}{d\Theta_{\lambda\mu}} \left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-1)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k-1)} \end{matrix}\right\} \quad (\lambda, \mu = 1.2 \dots n)$$

$$= \sum_{\lambda} \left[\left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-1)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k-1)} \end{matrix}\right\} - \sum_{\nu=1}^{\nu=k-1} v_{\lambda}^{(\nu)} \frac{d}{d v_{\lambda}^{(\nu)}} \left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-1)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k-1)} \end{matrix}\right\} \right],$$

e quindi, eseguendo la somma sull'ultimo termine, prima rispetto a λ, e poi rispetto a ν, si conclude:

$$\left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-1)} a \\ w^{(1)} \dots w^{(k-1)} a' \end{matrix}\right\} = (n-k+1) \left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-1)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k-1)} \end{matrix}\right\}.$$

Se ora si osserva che:

$$\left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(n)} \\ w^{(1)} \dots w^{(n)} \end{matrix}\right\} = (v^{(1)} \dots v^{(n)})(w^{(1)} \dots w^{(n)}),$$

si concludono successivamente le formule:

$$(a v^{(1)} \dots v^{(n-1)})(a' w^{(1)} \dots w^{(n-1)}) = \left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(n-1)} \\ w^{(1)} \dots w^{(n-1)} \end{matrix}\right\}$$

$$(a b v^{(1)} \dots v^{(n-2)})(a' b' w^{(1)} \dots w^{(n-2)}) = 1.2 \left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(n-2)} \\ w^{(1)} \dots w^{(n-2)} \end{matrix}\right\}$$

. . . . . .

$$(a b c \dots e v^{(1)} v^{(2)})(a' b' c' \dots e' w^{(1)} w^{(2)})$$

$$= 1.2 \dots\dots\dots (n-2) \left\{\begin{matrix} v^{(1)} & v^{(2)} \\ w^{(1)} & w^{(2)} \end{matrix}\right\}$$

$$(a b c \dots e f v^{(1)})(a' b' c' \dots e' f' w^{(1)})$$

$$= 1.2 \dots (n-2)(n-1) \left\{\begin{matrix} w^{(2)} \\ v^{(2)} \end{matrix}\right\}$$

$$(a b c \dots e f g)(a' b' c' \dots e' f' g') = 1.2 \dots n . \Delta,$$

ove con Δ al solito indichiamo il determinante delle Θ_{ik}.

Le funzioni $\left\{\begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k)} \end{matrix}\right\}$ si possono facilmente esprimere tutte per mezzo delle formazioni $\left\{\begin{matrix} v \\ w \end{matrix}\right\}$. Infatti si ha:

$$\left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k)} \end{matrix} \right\} = \sum_{\alpha_k} \sum_{\beta_k} v^{(k)}_{\alpha_k} w^{(k)}_{\beta_k} \frac{d}{d\Theta_{\alpha_k \beta_k}} \left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-1)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k-1)} \end{matrix} \right\}$$

$$= \sum_{\alpha_k} \sum_{\beta_k} \sum_{\alpha_{k-1}} \sum_{\beta_{k-1}} v^{(k)}_{\alpha_k} w^{(k)}_{\beta_k} v^{(k-1)}_{\alpha_{k-1}} w^{(k-1)}_{\beta_{k-1}} \frac{d^2}{d\Theta_{\alpha_k, \beta_k} d\Theta_{\alpha_{k-1}, \beta_{k-1}}} \left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k-2)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k-2)} \end{matrix} \right\}$$

$$= \dots = \sum_{\alpha_1} \sum_{\beta_1} \dots \sum_{\alpha_k} \sum_{\beta_k} v^{(1)}_{\alpha_1} w^{(1)}_{\beta_1} \dots v^{(k)}_{\alpha_k} w^{(k)}_{\beta_k} \frac{d^k \Delta}{d\Theta_{\alpha_1 \beta_1} \dots d\Theta_{\alpha_k, \beta_k}} :$$

ma siccome per una ben nota proprietà dei determinanti si ha anche:

$$\Delta^{k-1} \frac{d^k \Delta}{d\Theta_{\alpha_1, \beta_1} \dots d\Theta_{\alpha_k, \beta_k}} = \begin{vmatrix} \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_1, \beta_1}} & \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_1, \beta_2}} & \dots & \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_1, \beta_k}} \\ \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_2, \beta_1}} & \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_2, \beta_2}} & \dots & \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_2, \beta_k}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_k, \beta_1}} & \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_k, \beta_2}} & \dots & \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha_k, \beta_k}} \end{vmatrix},$$

si conclude con un'ovvia considerazione (*) che sarà:

$$\Delta^{k-1} \left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(k)} \\ w^{(1)} \dots w^{(k)} \end{matrix} \right\} = \begin{vmatrix} \left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \\ w^{(1)} \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \\ w^{(2)} \end{matrix} \right\} & \dots & \left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \\ w^{(k)} \end{matrix} \right\} \\ \left\{ \begin{matrix} v^{(2)} \\ w^{(1)} \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} v^{(2)} \\ w^{(2)} \end{matrix} \right\} & \dots & \left\{ \begin{matrix} v^{(2)} \\ w^{(k)} \end{matrix} \right\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left\{ \begin{matrix} v^{(k)} \\ w^{(1)} \end{matrix} \right\} & \left\{ \begin{matrix} v^{(k)} \\ w^{(2)} \end{matrix} \right\} & \dots & \left\{ \begin{matrix} v^{(k)} \\ w^{(k)} \end{matrix} \right\} \end{vmatrix},$$

(*) Basterà ricordare che $\left\{ \begin{matrix} v \\ w \end{matrix} \right\} = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} v_\alpha w_\beta \frac{d\Delta}{d\Theta_{\alpha\beta}}$.

§ 4.

Sia la forma lineare:

$$u = u_x$$

e la forma bilineare:

$$\Theta = \sum_i \sum_k \Theta_{ik} x_i y_k = a_x a'_y = b_x b'_y = \ldots$$
$$= \alpha_x \alpha'_y = \beta_x \beta'_y = \ldots\ldots$$

Affinchè quest' ultima forma sia alternata, cioè si abbia $\Theta_{ik} = -\Theta_{ki}$, $\Theta_{ii} = 0$, è necessario e sufficiente che si annulli identicamente il suo covariante:

$$a_x a'_x = \sum_i \sum_k \Theta_{ik} x_i x_k ;$$

dunque per qualsivoglia trasformazione lineare (*) una forma bilineare alternata si trasforma in un'altra forma bilineare pure alternata.

È noto dalla teoria generale delle forme algebriche che qualsiasi proprietà invariantiva di un sistema di forme è rappresentata dall'annullarsi di invarianti, oppure dall'annullarsi identico di covarianti, contravarianti o di forme miste.

Per avere tutte le formazioni invariantive del sistema delle forme u e Θ, oltre alle variabili *congredienti* x, y, ... dovremo considerare delle variabili *contragredienti* $v^{(1)}$, $v^{(2)}$, ... $w^{(1)}$ ..., definite come coefficienti nelle forme lineari arbitrarie:

$$v_x^{(1)},\ v_x^{(2)} \ldots\ldots\ w_x^{(1)},\ w_x^{(2)} \ldots\ldots$$

Ritenuti i soliti principii della notazione simbolica abbiamo immediatamente le seguenti formazioni invariantive, costituite da un solo determinante simbolico:

(*) Qui, come sempre intendiamo, che le x e y sieno assoggettate alla stessa trasformazione lineare, cioè, essendo $x'y'$ le nuove variabili, sia:

$$x_i = \lambda_{i1} x_1' + \ldots + \lambda_{in} x_n',\ y_i = \lambda_{i1} y_1' + \ldots + \lambda_{in} y_n' \ (i = 1, 2 \ldots n).$$

$$[\,1\,] = (a a' v^{(3)} \ldots\ldots\ldots\ldots v^{(n)}) ,$$

$$[\,\mathrm{II}\,] = (a a' u v^{(4)} \ldots\ldots\ldots v^{(n)}) ,$$

$$[\,\mathrm{III}\,] = (a a' b b' v^{(5)} \ldots\ldots\ldots v^{(n)}) ,$$

$$[\,\mathrm{IV}\,] = (a a' b b' u v^{(6)} \ldots\ldots v^{(n)}) ,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ,$$

$$[\,2r\,] = (a a' \ldots f f' u v^{(2r+2)} \ldots\ldots v^{(n)}) ;$$

$$[2r+1] = (a a' \ldots f f' g g' v^{(2r+3)} \ldots\ldots v^{(n)}) ,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

L'ultima formazione invariantiva di questa serie per n pari è l'invariante:

$$[n-1] = (a a' b b' \ldots\ldots l l') ,$$

mentre per n impari è l'invariante:

$$[n-1] = (a a' b b' \ldots\ldots l l' u) .$$

Imaginiamo che $[\,2r\,]$ sia sviluppato secondo i determinanti minori formati colle $v^{(2r+2)} \ldots\ldots v^{(n)}$, i coefficienti di questi determinanti saranno del tipo seguente:

$$\begin{vmatrix} a_1 a_2 \ldots\ldots\ldots a_{2r+1} \\ a'_1 a'_2 \ldots\ldots\ldots a'_{2r+1} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f'_1 f'_2 \ldots\ldots\ldots f'_{2r+1} \\ u_1 u_2 \ldots\ldots\ldots u_{2r+1} \end{vmatrix} .$$

Ora, per quanto vedemmo al § 2, questo determinante è, a meno di un fattor numerico, la radice quadrata del determinante gobbo:

$$\begin{vmatrix} \Theta_{11} \ldots\ldots\ldots \Theta_{1,2r+1} & u_1 \\ \Theta_{21} \ldots\ldots\ldots \Theta_{2,2r+1} & u_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ \Theta_{2r+1,1} \ldots \Theta_{2r+1,2r+1} & u_{2r+1} \\ -u_1 \ldots\ldots -u_{2r+1} & 0 \end{vmatrix} .$$

Si conclude adunque che l'annullarsi identico del contravariante $[2r]$ equivale allo svanire di tutti quei sottodeterminanti principali di grado $2r+2$ del determinante:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} \Theta_{11} & \dots\dots & \Theta_{1n} & u_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{n1} & \dots\dots & \Theta_{nn} & u_n \\ -u_1 & \dots\dots & -u_n & 0 \end{vmatrix},$$

che contengono elementi dell'ultima linea e dell'ultima colonna.

Analogamente si vede, per quanto dicemmo al § 1, che i coefficienti dei determinanti minori di $[2r+1]$, formati colle $v^{(2r+3)} \dots v^{(n)}$, sono, a meno di un fattor numerico, le radici quadrate dei sottodeterminanti principali di grado $2r+2$ nel sistema di elementi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{21} & \dots\dots & \Theta_{1n} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \dots\dots & \Theta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{n1} & \Theta_{n2} & \dots\dots & \Theta_{nn} \end{vmatrix};$$

talchè lo svanire identico del contravariante $[2r+1]$ richiede lo svanire identico di tutti questi sottodeterminanti principali.

§ 5.

Se $[2r+1]$ svanisce identicamente svaniranno pure identicamente $[2r+2]$ $[2r+3] \dots [n-1]$. Infatti basterà osservare che ponendo: $v_i^{(2r+3)} = u_i$ da $[2r+1]$ si ottiene $[2r+2]$; che ponendo $v_i^{(2r+3)} = h_i$ $v_k^{(2r+4)} = h'_k$ si ottiene $[2r+3]$, ecc.

Se invece svanisce identicamente $[2r]$ colle stesse considerazioni possiamo solo asserire che svaniscono $[2r+2]$ $[2r+4] \dots$, ma ora dimostreremo che deve anche svanire $[2r+1]$.

Le $v^{(2r+2)}$ essendo arbitrarie, potremo porre:

$$v_i^{(2r+2)} = g_i' \, g_x$$

e perciò se $[2r]$ è identicamente nullo sarà pure:

$$(a\,a' \ldots\ldots f\,f'\,u\,g'\,v^{(2r+3)} \ldots\ldots v^{(n)})\,g_x = 0 \;\ldots\ldots (a).$$

Ora abbiamo l'identità:

$$\begin{vmatrix} a_1 & \ldots\ldots & a_n & a_x \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ f_1' & \ldots\ldots & f_n' & f_x' \\ g_1 & \ldots\ldots & g_n & g_x \\ g_1' & \ldots\ldots & g_n' & g_x' \\ v_1^{(2r+3)} & \ldots\ldots & v_n^{(2r+3)} & v_x^{(2r+3)} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ v_1^{(n)} & \ldots\ldots & v_n^{(n)} & v_x^{n} \\ u_1 & \ldots\ldots & u_n & u_x \end{vmatrix} = 0 \;,$$

se svolgiamo il determinante secondo gli elementi dell'ultima colonna e teniamo conto che $[2r+2]=0$ e della (a) si deduce

$$(a\,a' \ldots\ldots f\,f'\,g\,g'\,v^{(2r+3)} \ldots\ldots v^{(n)}\,u_x = 0 \;,$$

ossia:

$$[2r+1] = 0 \;.$$

Ciò ci dà il seguente teorema sui determinanti gobbi.

« Se nel sistema di elementi Δ_u svaniscono tutti quei sottodeterminanti principali di grado $2S(=2r+2)$, che contengono elementi dell'ultima linea e dell'ultima colonna, svaniranno anche tutti i rimanenti sottodeterminanti principali di grado $2S$ (cioè quelli di Δ) ».

Riassumendo possiamo dire, *che se svanisce identicamente il contravariante* $[S]$ *svaniranno del pari tutte le successive formazioni* $[S+1]\,[S+2]\ldots[n-1]$.

Talchè osservando che tutti i sottodeterminanti principali in Δ e Δ_u di grado dispari sono nulli, il teorema precedente si può enunciare come segue:

« *Se svanisce identicamente il contravariante* $[2r]$, *ma non* $[2r-1]$, $2r$ *è il più alto grado dei sottodeterminanti principali, che non svaniscono tutti quanti in* Δ *e* Δ_u; *se in-*

vece è nullo identicamente il contravariante $[2r+1]$, *e non* $[2r]$, $2r$ *è il più alto grado di tali sottodeterminanti in* Δ, *e* $2r+2$ *quello in* Δ_u ».

Per n pari il sistema delle forme Θ e u ha l'invariante:

$$[n-1]=(a\,a'\ldots l\,l')=c\sqrt{\Delta}\,,$$

ove c designa un coefficiente numerico, e per n impari ha l'invariante:

$$[n-1]=(a\,a'\ldots k\,k'\,u)=c'\sqrt{\Delta_u}\,.$$

Si noti, che il sistema di una forma lineare e di una forma bilineare alternata non può possedere che un solo invariante. Infatti questo sistema non può possedere invarianti assoluti, poichè il numero complessivo dei coefficienti nelle due forme:

$$n+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{n(n+1)}{2}\,,$$

è sempre minore $(n>1)$ del numero n^2 dei parametri di una trasformazione lineare.

Vedremo nei tre successivi paragrafi che tutte le formazioni invariantive del sistema Θ e u si possono esprimere colle forme $[S]$.

§ 6.

Mostreremo in questo § e nel successivo che tutte le forme invariantive, costituite da due determinanti simbolici, si possono esprimere razionalmente colle forme $[S]$.

Consideriamo una formazione invariantiva, costituita da due determinanti simbolici della forma più generale, cioè:

$$(a\,a'\ldots f\,f'\alpha\beta\ldots\varkappa\lambda v^{(1)}\ldots v^{(n-r)})\,(h\,h'\ldots p\,p'\alpha'\beta'\ldots\varkappa'\lambda' w^{(1)}\ldots w^{(n-r')})\,,$$

ove $2s$ è il numero de' simboli $a\,a'\ldots f\,f'$, $2s'$ quello dei simboli $h\,h'\ldots p\,p'$, però colla condizione $r-2s=r'-2s'$.

Per trasformare opportunamente questa espressione simbolica applichiamo un procedimento, che non è che una generalizzazione di quello impiegato al § 1.

Ricorriamo alla solita identità:

$$(1) \ldots\ldots \quad \begin{vmatrix} a_1 & \ldots\ldots\ldots & a_n & a_x \\ \ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ f_1' & \ldots\ldots\ldots & f_n' & f_x' \\ \alpha_1 & \ldots\ldots\ldots & \alpha_n & \alpha_x \\ \alpha_1' & \ldots\ldots\ldots & \alpha_n' & \alpha_x' \\ \beta_1 & \ldots\ldots\ldots & \beta_n & \beta_x \\ \ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_1 & \ldots\ldots\ldots & \lambda_n & \lambda_x \\ v_1^{(1)} & \ldots\ldots\ldots & v_n^{(1)} & v_x^{(1)} \\ \ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ v_1^{(n-r)} & \ldots\ldots\ldots & v_n^{(n-r)} & v_x^{(n-r)} \end{vmatrix} = 0 .$$

prendendo pelle x i minori rispetto alle α' del determinante:

$$(hh' \ldots pp'\alpha'\beta' \ldots \varkappa'\lambda' w^{(1)} \ldots w^{(n-r')}) .$$

Sviluppiamo il determinante (1) secondo gli elementi dell'ultima colonna ed osserviamo che i primi $2s+2$ termini sono tutti eguali tra loro pella permutabilità dei simboli e che i successivi $r-2s+1$ sono eguali tra loro pella stessa ragione. Risulterà così:

$$\begin{aligned}
&(2s+2)(aa' \ldots ff'\alpha\beta \ldots \varkappa\lambda v^{(1)} \ldots v^{(n-r)})(hh' \ldots pp'\alpha'\beta' \ldots \varkappa'\lambda' \quad w^{(1)} \ldots w^{(n-r')}) \\
=&(r-2s-1)(aa' \ldots ff'\alpha\alpha'\gamma \ldots \lambda v^{(1)} \quad \ldots v^{(n-r)})(hh' \ldots pp'\beta\beta' \ldots \varkappa'\lambda' \quad w^{(1)} \ldots w^{(n-r')}) \\
&+ \quad (aa' \ldots ff'\alpha\alpha'\beta \ldots \varkappa\lambda v^{(2)} \ldots v^{(n-r)})(hh' \ldots pp'\beta' \quad \ldots \lambda' v^{(1)} \quad w^{(1)} \ldots w^{(n-r')}) \\
&- \quad (aa' \ldots ff'\alpha\alpha'\beta \ldots \varkappa\lambda v^{(1)} v^{(3)} \ldots v^{(n-r)})(hh' \ldots pp'\beta' \quad \ldots \lambda' v^{(2)} \quad w^{(1)} \ldots w^{(n-r')}) \\
&+ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&+(-1)^{n-r-1}(aa' \ldots ff'\alpha\alpha'\beta \ldots \varkappa\lambda v^{(1)} \quad \ldots v^{(n-r-1)})(hh' \ldots pp'\beta' \quad \ldots \lambda' v^{(n-r)} w^{(1)} \ldots w^{(n-r')}) .
\end{aligned}$$

Questa formula raggiunge lo scopo di trasformare il prodotto di due determinanti simbolici in una somma di prodotti di due determinanti simbolici, in ciascuno dei quali determinanti simbolici *il numero dei simboli, che non hanno il proprio simbolo complementare nel determinante stesso, è diminuito di un'unità.*

Dalla formula precedente risulta subito una conseguenza interessante. Supponiamo che le v sieno ordinatamente eguali alle w $(s=s',\ r=r')$: allora dalla (2) si ha:

$$(2s+2)(aa'\ldots ff'\alpha\beta\ldots\lambda v^{(1)}\ldots v^{(n-r)})(hh'\ldots pp'\alpha'\beta'\ldots\lambda' v^{(1)}\ldots v^{(n-r)})$$
$$=(r-2s-1)(aa'\ldots ff'\alpha\alpha'\gamma\ldots\lambda v^{(1)}\ldots v^{(n-r)})(hh'\ldots pp'\beta\beta'\gamma'\ldots\lambda' v^{(1)}\ldots v^{(n-r)}),$$

e per reiterata applicazione di questa formula si conclude che, se r è pari ed eguale a 2ρ, sarà:

$$(3)\left\{\begin{aligned}&(2s+2)(2s+4)\ldots 2\rho\,(aa'\ldots ff'\ \alpha\ \ldots\ \lambda v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho)})(hh'\ldots pp'\alpha'\ldots\lambda' v^{(1)}\ldots\\ &=(2\rho-2s-1)(2\rho-2s-3)\ldots 3.1(aa'\ldots ff'\alpha\alpha'\ldots\delta\delta' v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho)})(hh'\ldots pp'\varepsilon\varepsilon'\ldots\lambda\lambda' v^{(1)}\ldots\\ &=1.3.5\ldots(2\rho-2s-1)[2\rho-1]^2.\end{aligned}\right.$$

Invece, se r è dispari, si riconosce facilmente che l'espressione simbolica svanisce identicamente. Infatti, allora il numero dei simboli $\alpha\beta\ldots\lambda$ è dispari, epperò scambiando ognuno di questi col suo complementare l'espressione dovrebbe mutare di segno. Ma per tale scambio l'espressione non muta: dunque essa è nulla.

Ricordando le formule stabilite al § 3 si ha dalla formula (3)

$$(2\rho)!\,2.4\ldots 2\rho\left\{\begin{matrix}v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho)}\\ v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho)}\end{matrix}\right\}=1.3.5(2\rho-1)[2\rho-1]^2,$$

ossia:

$$[2\rho-1]^2=(\rho!\,2^\rho)^2\left\{\begin{matrix}v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho)}\\ v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho)}\end{matrix}\right\}.$$

Se in quest'ultima relazione si pongono per $v^{(n-2\rho)}$ la u risulterà:

$$[2\rho]^2=(\rho!\,2^\rho)^2\left\{\begin{matrix}v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho-1)}u\\ v^{(1)}\ldots v^{(n-2\rho-1)}u\end{matrix}\right\};$$

Si vede adunque che il quadrato di una qualunque delle formazioni $[S]$ è eguale, a meno di un fattore numerico, ad un determinante gobbo. Questo risultato comprende come casi particolari quelli dei §§ 1 e 2.

§ 7.

Per successiva applicazione della formula (2) del precedente § si intende agevolmente, come tutte le formazioni invariantive, costituite da due determinanti simbolici, si possano esprimere in funzione delle forme $[S]$, e che quindi, in particolare, siano esprimibili in tal modo le formazioni invariantive del tipo considerato al § 3:

$$\left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(n-k)} \\ w^{(1)} \dots w^{(n-k)} \end{matrix} \right\} = k!\,(a\,b \dots f\,g\,v^{(1)} \dots v^{(n-k)})\,(a'b' \dots f'g'w^{(1)} \dots w^{(n-k)}).$$

Questo fatto conduce ad una conseguenza molto rimarchevole e perciò merita di essere considerato con un po' d'attenzione.

Supponiamo dapprima k pari ed eguale a 2ρ.

Allora, pella detta formula (2), avremo un risultato che sarà manifestamente della forma:

$$\left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \dots v^{(n-2\rho)} \\ w^{(1)} \dots w^{(n-2\rho)} \end{matrix} \right\} = c_1 [2\rho-1]_v [2\rho-1]_w + \sum c_2 [2\rho+1][2\rho-3]$$
$$+ \sum c_3 [2\rho+3][2\rho-5] + \dots \quad (^*),$$

ove $c_1\, c_2\, c_3 \dots$ sono dei coefficienti numerici, $[2\rho-1]_v$ differisce da $[2\rho-1]_w$ perchè nel primo figurano le variabili v e nel secondo w e le somme si estendono a termini analoghi a quelli scritti, che differiscono tra loro solo pelle variabili v, w. Fra le funzioni $[S]$, che compariscono al 2° membro della formula precedente, vi potranno anche essere di quelle dinotate col simbolo $[O]$, con ciò naturalmente si intende un determinante formato colle sole variabili v e w per esempio $(v^{(1)} \dots v^{(\lambda)}\, w^{(1)} \dots w^{(n-\lambda)})$.

Supponiamo ora che $[2\rho-1]$ svanisca identicamente; allora, come notammo al § 5, svaniscono identicamente $[2\rho+1][2\rho+3]\dots$ e quindi si conclude che anche

(*) In particolare si ottiene facilmente:

$$\left\{ \begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \right\} = \frac{1}{(m-1)!\,2^{m-1}} (a\,a' \dots l\,l')\,(a\,a' \dots f\,f'\,u\,v).$$

$$\left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \ldots\ldots\ldots v^{(n-2\rho)} \\ w^{(1)} \ldots\ldots\ldots w^{(n-2\rho)} \end{matrix} \right\}$$

svanisce identicamente. Ma se si ricorda l'espressione effettiva di questa formazione data al § 3, si vede che l'annullarsi identico di essa implica lo svanire di tutti i sottodeterminanti di Δ di grado 2ρ, mentre l'annullarsi identico di $[2\rho-1]$ richiede (§ 4) lo svanire dei soli sottodeterminanti principali. E con ciò siamo giunti al seguente teorema sui determinanti gobbi: *Se in un determinante gobbo svaniscono tutti i sottodeterminanti principali di grado 2ρ, svaniranno necessariamente anche i rimanenti sottodeterminanti dello stesso grado.*

Consideriamo invece la formazione:

$$\left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \ldots\ldots\ldots v^{(n-2\rho+1)} \\ w^{(1)} \ldots\ldots\ldots w^{(n-2\rho+1)} \end{matrix} \right\}$$

ed esprimiamola, per successive applicazioni della formula (2), in funzione delle $[S]$.

È chiaro che giungeremo ad un risultato della forma:

$$\left\{ \begin{matrix} w^{(1)} \ldots v^{(n-2\rho+1)} \\ v^{(1)} \ldots w^{(n-2\rho+1)} \end{matrix} \right\} = \sum c_1 [2\rho-1][2\rho-3] + \sum c_2 [2\rho+1][2\rho-5]$$

$$+ \sum c_3 [2\rho+3][2\rho-7] + \ldots\ldots$$

Di qui si conclude che, se svanisce identicamente $[2\rho-1]$, svanisce pure identicamente $\left\{ \begin{matrix} v^{(1)} \ldots v^{(n-2\rho+1)} \\ w^{(1)} \ldots w^{(n-2\rho+1)} \end{matrix} \right\}$ e quindi, per considerazioni analoghe alle precedenti, abbiamo il seguente importantissimo teorema dovuto a Frobenius (Mem. cit. pag. 244):

Se in un determinante gobbo svaniscono tutti i sottodeterminanti principali di grado 2ρ, svaniscono pure tutti i sottodeterminanti di grado $2\rho-1$. Questo teorema comprende manifestamente anche il precedente.

§ 8.

Mi rimane a far vedere come ogni formazione invariantiva si possa sempre esprimere colle forme fondamentali Θ e u e colle forme invariantive $[S]$. Spero a questo punto che il lettore imaginerà agevolmente da sè il procedimento da tenersi per tal dimostrazione, sicchè mi limiterò ad accennarlo rapidamente.

Ogni formazione invariantiva è costituita da forme del tipo seguente:

$$J = \Pi\,(a\,a' \ldots f f' \alpha \beta \ldots \varkappa \lambda v^{(1)} \ldots v^{(n-r)})\,\Pi\,\alpha'_x\,,$$

ove tra le v può figurare u.

Allora applicando opportunamente l'identità (1) del § 6 al prodotto di due determinanti simbolici, in cui figurano *separatamente* dei simboli complementari $\alpha\alpha'$, $\beta\beta'$, . . ., oppure al prodotto di un determinante simbolico, in cui figuri un simbolo α per un fattore del tipo α'_x, si riuscirà sempre ad esprimere J per mezzo di altre formazioni, nelle quali ciascuno di quei simboli è riunito col proprio complementare in un determinante simbolico, senza però separare i simboli che primitivamente erano riuniti coi loro complementari.

Continuando collo stesso processo si arriverà definitivamente ad esprimere ciascuna formazione invariantiva colle forme Θ, u, $[S]$, v_x, w_y . . .

Di qui si conclude che *tutte le proprietà invariantive del sistema di una forma bilineare alternata e di una forma lineare sono espresse dall'annullarsi identicamente di una delle forme* $[S]$, cioè, per quanto dicemmo ai §§ 4 e 5: o $(S = 2r)$ dall'annullarsi di tutti i sottodeterminanti principali del grado $2r+2$, e non dei gradi minori, nei determinanti Δ e Δ_u; oppure $(S = 2r+1)$ dall'annullarsi di tutti i sottodeterminanti principali di grado $2r+2$ e non dei gradi inferiori in Δ e di quelli del grado $2r+4$ e non dei gradi inferiori in Δ_u.

Nel 1° caso $\big([2r] = 0\big)$ il sistema delle due forme si dice *della classe* $2r$, nel 2° $\big([2r+1] = 0\big)$ si dice *della classe*

$2r+1$, sicchè, ricordando quanto vedemmo ai §§ 5 e 7, possiamo dire, *che il sistema è di classe* $2r$, *se* $2r$ *è il massimo grado dei sottodeterminanti, che non svaniscono tutti, in* Δ *e* Δ_u *e che invece è di classe* $2r+1$ *se* $2r$ *è il massimo grado di tali sottodeterminanti in* Δ *e* $2r+2$ *quello in* Δ_u.

Per un sistema adunque di due forme, lineare l'una e bilineare alternata l'altra, *la classe definisce completamente le proprietà invariantive.*

Pisa, Febbraio 1883.

Il Socio Comm. Ing. G. Berruti presenta e legge il seguente lavoro de' Dottori G. Piolti ed A. Portis:

IL CALCARE

DEL

MONTE TABOR (Piemonte).

La strada che da Bardonecchia, passando per *Les Arnauds* e *Mélézet*, conduce al colle *des Échelles*, si biforca di fronte a quest'ultimo e sbocca a destra in una valle, che per la ristrettezza del suo *thalweg* venne denominata *Valle stretta*. Una serie di punte la dividono dalla vicina valle della Ro, alla cui estremità trovasi il colle omonimo che conduce a Modane. Il fondo di *Valle stretta* è come chiuso dalla massa tondeggiante del monte Tabor, che s'erge maestoso ed imponente.

Percorrendo la valle, scorgesi che nella sua parte inferiore predominano le quarziti, cui sovrasta, poco lungi dalla vetta del Tabor, un banco di gesso; e finalmente la cima sulla quale sta la Cappella di *Nôtre Dame du Mont Tabor*, è costituita da uno strato di calcare, un vero lembo, poichè la piramide del segnale, a poche diecine di metri dalla Cappella suddetta, riposa già sulle quarziti.

Il calcare della vetta, che fu scopo del nostro studio, ha un aspetto così curioso che anche coloro i quali non s'occupano di scienze naturali ne rimasero colpiti e di fatti in qualche Guida alpina è precisamente accennata la strana struttura della roccia di cui discorriamo.

Fin dal 1839 il Prof. Angelo Sismonda aveva menzionato e sommariamente descritto il calcare del Tabor colle seguenti parole: « il monte Tabor è composto di scisti argillosi verdi coperti di quarzite, che inclinano all'E. 30° S. Alla vetta

affatto del medesimo havvi un calcare schistoso compatto, nero venato e intarsiato di giallo. Compariscono alla superficie noduli lunghi, capricciosamente tra loro avvolti ed intralciati, i quali potrebbero essere spoglie di corpi organici, ma il loro cattivo stato e la bizzarra maniera con cui sono imprigionati nel calcare impediscono un esatto giudizio . . . . Sì fatto calcare conserva molta analogia col calcare detto *Portlandien* (i Francesi lo chiamano anche *de la porte de France*). Sarebbe dunque il terreno più moderno della formazione oolitica delle Alpi, il quale corrisponde alle roccie di cui in generale sono costituite le più alte cime della catena del Giura » (1).

La tavola qui unita spiega, meglio di qualsiasi descrizione, la curiosa disposizione dei noduli suddetti, i quali furono da uno di noi riconosciuti per fossili vegetali appartenenti al gen. *Cylindrites* (2) - (I più salienti sono indicati nella figura colla lettera *a*).

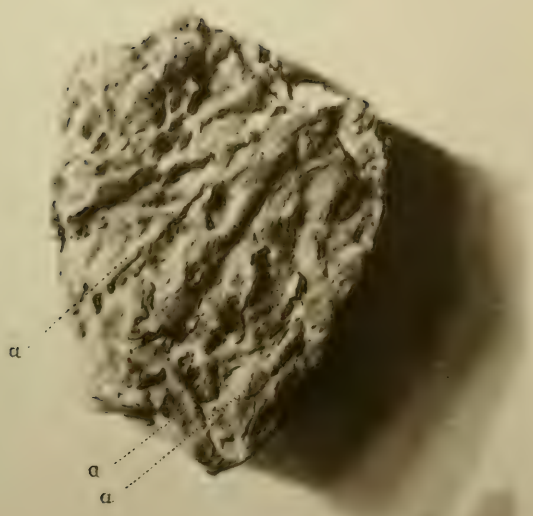
Questo genere, secondo il Schimper (3), venne stabilito dal Goeppert per quei corpi fossili più o meno regolarmente cilindrici, semplici o poco ramificati, lunghi, diritti o serpeggianti, od avvolti a spirale, di dimensioni variabili fra un mezzo e due centimetri, che si ammette abbiano appartenuto ad alghe. Tali corpi paiono aver avuta una certa consistenza; il loro interno doveva essere vuoto o ripieno di tessuto cellulare assai leggiero. La loro forma non è sempre regolare, bensì a tratti or ristretta ed or rigonfiata, la loro superficie è liscia o granosa, talor presentante pieghe irregolari trasversali, talora piccole fessure o solchi longitudinali.

---

(1) Memorie dell'Accademia delle Scienze di Torino, serie 2ª, tomo III, pag. 39.

(2) Per la storia di questi fossili crediamo opportuno di notare che il Lory (Charles Lory, *Description géologique du Dauphiné*, 1ère partie, p. 552) nel 1860, parlando del calcare del Tabor, diceva: « ces calcaires ont une structure un peu feuilletée et noduleuse; ils contiennent des encrines et des coquilles fortement empâtées...». Tale opinione venne corretta dallo stesso Lory (*Bulletin de la Société géologique de France*, 3ème série, tome 1er, 1873, p. 271), dicendo che questi fossili sono indeterminabili, ma li paragona però alle lumachelle ad *Avicula contorta*.

(3) Zittel und Schimper, *Handbuch der Palaeontologie*, II Bd., I Heft, München 1879, p. 58.


a
a
a

I fossili che sono stati finora attribuiti al gen. *Cylindrites* rappresentano frammenti di grandissime specie d'alghe, delle quali non possiamo, come piante complete, farci ancora un'esatta idea. Talune possono essere state i fusti di specie gigantesche, tali altre invece possono aver appartenuto a specie ricordanti l'aspetto di coralli cespitosi. È poi certo che nel genere di cui discorriamo sono finora compresi elementi disparatissimi, i quali, allorchè saranno meglio conosciuti, dovranno essere collocati in altri generi noti o da crearsi. Così pure la limitazione delle specie non è ancora stata fatta che basandosi sopra dettagli insignificantissimi, quali sono quelli di dimensione o di varia curvatura, dettagli che possono variare nella stessa specie e nello stesso individuo, secondochè se ne considerino piuttosto alcune parti che altre.

Sono state descritte cilindriti scoperte in tutti i terreni, dal Siluriano inferiore al Flisch; quelle più caratteristiche però provengono dal Giura superiore e recentemente uno di noi ne trovò in grandissima quantità nel calcare ad ippuriti delle Alpi marittime. Pare tuttavia che le cilindriti del monte Tabor abbiano una più grande analogia con quelle che si osservano numerosissime a Solothurn e che al volgere dell'epoca giurassica formavano una densa prateria sottomarina servente di ricovero ad un'infinità di animali appartenenti ai tipi zoologici i più svariati.

Fra le cilindriti sta interposto un talco alterato, per lo più giallastro, roseo, talora anche verdognolo, che separa uno dall'altro gli straterelli dei fossili vegetali costituenti la massa; facendo un taglio perpendicolare agli straterelli suddetti, si scorge che i fossili presentano qua e là degli ingrossamenti, per cui le linee del talco interposto descrivono serie di curve, vere sinussoidi.

Nelle varie preparazioni microscopiche sono visibili agglomerazioni nerastre di sostanza carboniosa aventi una forma sferoidale, nelle quali non si può rintracciare alcun segno di struttura. Si vede che la roccia fu talmente metamorfizzata da venir distrutta la forma propria d'una grande quantità d'organismi che componevano la roccia stessa; ma quelli lasciarono però la loro sostanza carboniosa. Alcune soltanto delle dette agglomerazioni, e le più piccole, potrebbero essere attribuite a coccoliti.

In un solo preparato è nettamente riconoscibile una sezione d'una piccolissima conchiglia (diametro massimo = mill. 1, 5), che abbiamo riferito ad un brachiopode del genere *Magas* Sow. Il taglio incontra le due valve ed una parte dell'apparato brachiale

ed è diretto dal fronte al tergo, quasi parallelamente al piano mediano. Dell'apparato brachiale non scorgesi più che parte del setto mediano trasformato in calcite (avente quindi una tinta più chiara) e porzione d'uno dei cornetti inferiori.

Noi non ci saremmo arrischiati a dare una denominazione generica a questo fossile minuscolo, se in un' altra preparazione, che sventuratamente andò distrutta prima di poter essere trasportata da un vetro all'altro, non avessimo riscontrato un altro esemplare appartenente al medesimo genere, nel qual esemplare era molto meglio visibile quasi tutto l'apparato brachiale visto di fronte.

Il gen. *Magas*, per quanto finora se ne sa, è comparso solo dopo il chiudersi dell'epoca giurassica; quindi la presenza di questo fossile eminentemente cretaceo ci autorizzerebbe fin d'ora ad ascrivere il calcare del Tabor al periodo cretaceo. Ma prima di esporre le nostre conclusioni a tale riguardo, crediamo opportuno di aggiungere alcune osservazioni riferentisi allo studio petrografico della roccia.

In alcuni preparati riuscimmo a porre in evidenza sezioni trasversali dei tubi delle cilindriti, tubi che veggonsi parzialmente riempiti di limonite e di romboedri di calcite, di cui varî hanno un diametro massimo d'un millimetro. Attorno ai tubi trovansi isolati alcuni altri romboedri di calcite aventi nel loro interno un nucleo di sostanza carboniosa.

Crediamo di non andar errati nel ritenere che i cristalli di calcite i quali circondano i tubi siano di formazione pre-primaria, intendendo con questo appellativo di significare che tali cristalli si formarono durante la deposizione della massa calcarea della roccia o forse prima, essendosene lo sviluppo determinato dalla nota proprietà che hanno le sostanze organiche in decomposizione di accumulare intorno ad esse il materiale inorganico disciolto nel liquido che le avviluppa, in modo da dar luogo alla formazione di specie minerali; mentre i cristalli che riempiono i tubi possono derivare dalla individualizzazione cristallina di quella parte di sostanza calcarea stata assimilata dagli organismi.

Nella massa della roccia vedonsi sparsi alcuni minuti cristalli di pirite trasformata parzialmente in limonite, aventi un diametro massimo di mezzo millimetro: in alcuni di essi l'interno ha ancora l'aspetto lucente ed il colore proprio della pirite. Per lo più questi cristallini sono deformati; alcuni rari mostrano

riconoscibili le faccie del pentagono dodecaedro, colle relative caratteristiche striature.

Fra le varie preparazioni microscopiche predominano quelle con struttura microcristallina e tale che solo con un forte ingrandimento si rende manifesta quella specie di reticolatura dipendente dall'unione dei varî cristalli, che qui sono schiacciati gli uni contro gli altri, deformati in modo da non potersi distinguere individui cristallini ben definiti nella massa generale, eccezione fatta per quelli suaccennati posti attorno e dentro alle cilindriti. In una sola preparazione riconoscemmo, colla luce polarizzata, striature dipendenti dalle caratteristiche geminazioni della calcite.

Polverizzando finamente pezzetti di cilindriti, lasciando la polvere nell'acqua distillata, poscia togliendo goccie del miscuglio e ponendole su varî vetri, dopo diversi intervalli di tempo di sospensione della polvere nell'acqua ed esaminando il residuo ottenuto per evaporazione al microscopio, scorgemmo bellissimi cristalli, alcuni cubici, altri cubottaedrici, d una sostanza che riconoscemmo con sicurezza non essere altro che cloruro di sodio.

La presenza del sodio nelle alghe marine fu già constatata dal Contejean (1) ed il cloruro di sodio fu incontrato in quantità eccessivamente variabili in moltissimi terreni appartenenti a tutti i piani della serie stratigrafica; per conseguenza se l'aver trovato la sostanza suddetta nel calcare del monte Tabor non è un fatto molto importante per sè, avvalora però la nostra opinione secondo cui gli organismi componenti la quasi totalità della roccia possono essere considerati come frammenti di alghe marine.

Isolando, per quanto è possibile, il calcare dalla sostanza talcosa involgente e sciogliendo quello nell acido cloridrico diluito, si ottiene un residuo di 7,71 per cento di materie insolubili. Ma questo risultato non ha un valore assoluto, perchè è impossibile l'isolare perfettamente la parte calcarea dalla parte talcosa. La soluzione, oltre alla calce, contiene ferro ed una piccolissima quantità di magnesia. Il talco poi contiene un po' di ferro proveniente probabilmente dalla pirite sparsa nel calcare, traccie d'acido solforico d'analoga derivazione, traccie di calce e d allumina.

---

(1) Ch. Contejean, *La soude dans le sol et dans les végétaux*, Revue des Sciences Naturelles, Septembre 1879.

5 Marzo — *Tempo Astronomico.*

Ore	9 0	740. 5	Ore	14 0	738. 1	Ore	19 0	733. 6
»	10	40. 5	»	10	38. 1	»	10	33. 3
»	20	40. 5	»	20	37. 8	»	20	33. 1
»	30	40. 6	»	30	37. 5	»	30	32. 9
»	40	40. 6	»	40	37. 2	»	40	32. 9
»	50	40. 6	»	50	37. 2	»	50	32. 5
Ore	10 0	40. 6	Ore	15 0	36. 9	Ore	20 0	32. 5
»	10	40. 5	»	10	36. 7	»	10	32. 5
»	20	40. 5	»	20	36. 6	»	20	32. 4
»	30	40. 4	»	30	36. 6	»	30	32. 2
	40	40. 4	»	40	36. 5	»	40	32. 2
»	50	40. 3	»	50	36. 2	»	50	32. 0
Ore	11 0	40. 2	Ore	16 0	36. 2	Ore	21 0	31. 4
»	10	40. 0	»	10	36. 2	»	10	31. 4
»	20	39. 9	»	20	35. 9	»	20	31. 4
»	30	39. 7	»	30	35. 9	»	30	31. 4
»	40	39. 5	»	40	35. 8	»	40	31. 2
»	50	39. 6	»	50	35. 6	»	50	31. 1
Ore	12 0	39. 5	Ore	17 0	35. 5	Ore	22 0	30. 9
»	10	39. 4	»	10	35. 3	»	10	30. 6
»	20	39. 3	»	20	35. 2	»	20	30. 5
»	30	39. 3	»	30	35. 0	»	30	30. 4
»	40	39. 3	»	40	35. 0	»	40	30. 2
»	50	39. 2	»	50	34. 7	»	50	30. 0
Ore	13 0	39. 1	Ore	18 0	34. 6	Ore	23 0	29. 8
»	10	39. 0	»	10	34. 4	»	10	29. 7
»	20	38. 7	»	20	34. 4	»	20	29 4
»	30	38. 6	»	30	34. 3	»	30	29. 3
»	40	38. 5	»	40	33. 9	»	40	29. 1
»	50	38. 2	»	50	33. 7	»	50	29. 1

6 Marzo.

Ore	0 0	728. 8	Ore	2 10	725. 0	Ore	4 20	722. 6
»	10	28. 4	»	20	25. 0	»	30	22. 5
»	20	28. 0	»	30	24. 7	»	40	22. 4
»	30	27. 7	»	40	24. 6	»	50	22. 4
»	40	27. 6	»	50	24. 4	Ore	5 0	22. 4
»	50	27. 3	Ore	3 0	23. 9	»	10	22. 3
Ore	1 0	27. 1	»	10	23. 8	»	20	22. 2
»	10	26. 9	»	20	23. 7	»	30	22. 2
»	20	26. 6	»	30	23. 4	»	40	22. 1
»	30	26. 3	»	40	23. 1	»	50	22. 2
»	40	26. 0	»	50	23. 1	Ore	6 0	22. 3
»	50	25. 7	Ore	4 0	22. 9			
Ore	2 0	25. 4	»	10	22. 7			

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSI UNITE

CLASSI UNITE

Adunanza del 4 Marzo 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Vice-Presidente Comm. P. Richelmy legge la seguente notizia commemorativa del compianto Presidente E. Ricotti:

Onorevoli Colleghi,

Il 17 di Marzo del 1878 io vi radunava in seduta straordinaria a Classi unite per commemorare in mezzo a voi l'illustre ed eccellentissimo uomo Conte Federigo Sclopis, morto pochi giorni innanzi; non sono ancora passati cinque anni ed eccomi di nuovo costretto ad una non meno pietosa ma pur sempre tristissima uguale funzione per la morte del successore di lui Commendatore Ercole Ricotti, Senatore del Regno, ed insignito di molti ben meritati onori! Ma ahimè che gli onori tutti quasi scompaiono all'aprirsi della tomba. Oh Ricotti, amico mio carissimo e venerato Presidente nostro, ahi quanto presto questa tomba si spalancò ad ingoiarti! Io rammento, e parmi ieri, il giorno 26 Giugno 1881 quando, chiuso colla ultima estiva seduta l'anno accademico, venisti accompagnato da altri nostri pietosi Colleghi a visitare me infermo, ed interessandoti al mio ristabilimento, credesti ben fatto suggerire quei farmaci che avevi visto adoprati felicemente con altri e che ti parevano indicati dal mio stato di salute! Chi sa se chi era presente a quel nostro colloquio non avrà pensato che fra non molto tu verso di me avresti dovuto compiere quel triste ufficio al quale io mi vedo in oggi chiamato a tuo riguardo? La salute di questo nostro Collega fu invero sempre assai meschina, delicata la sua complessione, ma

tuttavia con le cure di una amantissima sorella, col riposo che da tre anni si era procurato, lasciava pur sperare che la vita non gli sarebbe venuta meno sì presto. Vana speranza! Da parecchi mesi a questa parte la sua salute andò di continuo deperendo, nè fuvvi più fraterna cura nè scienza medica che la abbia potuto ripristinare, talchè l'infausta sera del 24 ora scorso mese ce lo ha tolto affatto, lasciando a noi il solo conforto di ricordare le esimie sue doti e di emulare le sue rare virtù.

Vi ho ricordato in principio il predecessore del Ricotti, ciò non a caso, imperciocchè parmi di trovare fra questi due nostri ultimi Presidenti più punti di contatto, i quali mi piace di qui rilevare. Quantunque collocati dalla Provvidenza in condizioni diverse di salute, di fortuna, di casta, quantunque chiamati a percorrere distinte carriere, tuttavia entrambi furono da natura favoriti di acuto ingegno e di forte tenacità di propositi; entrambi rivolsero quell'ingegno e questa buona voglia all'amor della patria ed alle elucubrazioni della scienza; entrambi servirono con affetto il loro paese sia cogli impieghi amministrativi, giudiziari o magistrali, che or l'uno or l'altro copersero, sia col soccorso della parola e dei buoni consigli che l'uno e l'altro somministrarono quando ciascun di loro appartenne ad uno dei Corpi legislativi prima come Deputato poi come Senatore del Regno; entrambi coltivarono gli studî storici e perciò furono oltre della nostra Accademia anche successivamente a capo della Regia Deputazione di Storia patria; entrambi, memori della religiosa educazione ricevuta nei primi loro anni, chiusero cristianamente una vita consecrata, come già ho detto, a benefizio del loro paese e ad illustrazione della scienza; entrambi ricevettero sì in vita che in morte, vogliasi dal Governo, vogliasi e soprattutto da ogni ordine dei loro concittadini, i più lusinghieri segni di affetto sincero e di profonda stima; entrambi infine lasciarono dopo di sè larga e preziosa eredità di lavori e di memorie utili non solo alla presente, ma eziandio alle future generazioni.

Del quanto abbia operato il Conte Sclopis già si parlò a suo tempo non da me solamente, ma da moltissimi altri, fra i quali piacemi far menzione particolare del suo biografo presso di noi il Conte Carlo Boncompagni, il quale con le notizie intorno alla vita ed alle opere dello Sclopis chiuse la serie delle Memorie che presentò alla nostra Accademia. Ora verrò dicendovi alcune parole intorno al Commendatore Ricotti, alle sue azioni ed a pa-

recchi suoi scritti; non intendo di tesservi qui una biografia di lui, tale còmpito lascio ad un altro dei nostri Colleghi, il quale più di me versato negli studî che RICOTTI coltivò, potrà assai meglio soddisfare alla giusta aspettazione vostra ed al merito dell'illustre estinto. Io mi contento di accennarvi le principali congiunture della sua vita, e di dirvi il titolo delle opere che gli acquistarono maggior fama.

Nato in Voghera il 12 Ottobre 1816 dal Dottore in medicina Mauro, compiva in brevi anni gli studî secondari nella città nativa; venne quindi in Torino e vi intraprese la carriera matematica dove allora insegnavano i due luminari di questa scienza Giovanni Plana e Giorgio Bidone. Oltre alla fortuna di essere allievo di sì fatti maestri, un' altra ne ebbe la quale per quegli anni in cui pochi si addicevano al corso di ingegneria non era punto spregievole: ebbe cioè a compagni di scuola parecchi giovani tutti dotati come lui di volontà ferrea e di ingegno più che mediocre. Fra questi mi limito a citarne essenzialmente tre: Agostino Porino, che fu poi Colonnello nel Corpo dello Stato Maggiore e che avrebbe certamente lasciato fama di sè, se una morte prematura non fosse venuta a troncarne rapidamente i giorni; Severino Grattoni, del quale il nome e le opere sono note a ciascuno di voi; l'ingegnere Luigi Ranco, tuttora in vita, presentemente Senatore del Regno, e che egli pure è, almeno di nome, conosciuto da quasi tutti gli Italiani per la luminosa parte che prese ai lavori di strade ferrate, compiutisi in Italia da 40 anni in poi. Con simili compagni di scuola, collo spirito e coll'ardore del RICOTTI non poteva egli a meno di progredire con molta lode, e di fatti non aveva ancora compiuto il ventesimo anno di età che già era Ingegnere idraulico, ed avrebbe certamente in tale qualità dimostrato grandissimo valore, se altri studî a lui più omogenei non lo avessero diretto per altra via. Devo ciò nondimeno ancora notare che uscito appena dai banchi della scuola era entrato dapprima nel Corpo del Genio Civile, poi in quello del Genio Militare, e che sì nell'uno come nell'altro aveva dato belle prove di sè. Ma come testè avvertii, altri studî lo distolsero dalle cose di ingegneria.

Questa nostra Accademia delle Scienze aveva proposto per un premio il tema: « Dell'origine dei progressi e delle principali fazioni delle compagnie di ventura in Italia ». Il RICOTTI concorse e vinse il premio, e la sua opera venne poi pubblicata

poco dopo col titolo di: *Storia delle compagnie di ventura*. Dopo questa un'altra Memoria col titolo di: *Uso delle prime milizie mercenarie in Italia*, inserì nella raccolta di quelle edite dalla Regia Deputazione di Storia patria, quindi una terza notevole monografia: *Sulle milizie dei Comuni italiani*. Questi lavori compilati con lode degli intelligenti, ed in brevissimo tempo gli valsero l'onore di essere aggregato alla citata Deputazione Regia di Storia patria, poi alla nostra Accademia delle Scienze, non meno che quello di avere giovanissimo la croce del Merito Civile.

Intanto nel 1846 Re Carlo Alberto sulla proposta del Marchese Cesare Alfieri di Sostegno, in allora Capo del Magistrato della Riforma sopra gli studî, fondò nella Università di Torino una nuova cattedra di storia moderna e fu tosto il Ricotti chiamato a coprirla. Nel Novembre di quello stesso anno cominciò le sue lezioni e le continuò fino a tre anni or sono, assai troppo, mi sia lecito il dirlo, poichè, se ultimamente non si fosse così stancato forse avremmo la fortuna di vederlo ancora fra noi. Quanto il primo Professore di Storia moderna nell'Università di Torino sia ben riuscito nel suo insegnamento, quanto questo sia diventato gradito ed attraente pel pubblico non è mestieri ch' io il dica. Giammai folla di uditori liberi si accalcò alle lezioni di nessun Professore Universitario quanto quella che interveniva ad udire il Ricotti. Nell'anno 1847 il nostro Collega ricevette pure l'incarico *gratuito* d'insegnare Geografia e Statistica, e così lo continuò per più anni, ma nel 1857 gli si diede il titolo di Professore effettivo anche di queste materie, egli tuttavia vi rinunziò due anni dopo.

A malgrado della fatica che esigevano da lui gli insegnamenti universitari di cui era incaricato, il Ricotti continuava tuttavia a far parte del Corpo del Genio Militare, ed in questa qualità si portò anch'egli alle prime fazioni della guerra dell'Indipendenza, e finì per esser fatto prigioniero dagli Austriaci nel recare ordini da Milano a Novara poche ore prima che si sottoscrivesse il così detto Armistizio Salasco. Si ritirò dappoi dall'Armata conservando il grado di Maggiore nel Regio Esercito.

Oltre alla cattedra o meglio alle cattedre che copriva nell'Università di Torino ebbe ancora parecchie incumbenze la più parte gratuite, ma tuttavia assai onorifiche. Le verrò per sommi capi rapidamente enumerando: nel 1847 fece parte della Commissione superiore di Revisione; dal 1852 al 1856 fu membro

straordinario del Consiglio superiore di Pubblica Istruzione; fra il 1862 e il 1865 fu Rettore dell'Università di Torino; fu Deputato di Voghera nel 1848, di Ventimiglia fra il 1849 e il 1853; in fine Senatore del Regno dall'anno 1862 in poi.

Ritornando ora alle sue pubblicazioni citerò ancora fra quelle di maggior rilievo il suo libro intitolato: *Della vita e degli scritti di Cesare Balbo*, poi la *Storia della Monarchia piemontese*, e la *Storia della Costituzione inglese;* fra le opere scolastiche il suo *Corso di lezioni sopra la Storia d'Italia dal Basso Impero ai Comuni*, e la *Breve Storia d'Europa e specialmente d'Italia*. Tralascio di enumerare le molte Memorie, Note, Notizie biografiche e simili che venne man mano inserendo nei nostri volumi ed in quelli editi dalla Regia Deputazione di Storia patria, e qui pongo fine a questi cenni, i quali essendo una semplice commemorazione che verrà poi seguita da più lunga e completa biografia, non voglio rendere troppo prolissi, sebbene ora mi incresca come incresce, ne son certo, a ciascuno di Voi lo staccarci da un ben compianto Collega.

Addio, caro amico e venerato nostro Presidente, la tua memoria rimane imperitura nella nostra mente, il tuo affetto nel nostro cuore. Rammenteremo pur sempre le parole che tu morente volesti farci ripetere da quello di noi che ancora vedesti negli ultimi giorni della tua vita: « Tutti i miei Colleghi ho sempre amato, giammai scientemente ho fatto male ad alcuno ».

Gli Accademici Segretari { Ascanio SOBRERO
Gaspare GORRESIO.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

BASSO — Sopra un caso particolare di riflessione cristallina ..... *Pag.* 261

MORERA — Sulle proprietà invariantive del sistema di una forma lineare e di una forma bilineare alternata . . . . . » 267

PIOLTI e PORTIS — Il calcare del Monte Tabor (Piemonte) . . . . » 287

DORNA — Lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino . . . . . » 293

Classi Unite.

RICHELMY — Commemorazione del fu Presidente della R. Accademia delle Scienze di Torino Comm. Ercole RICOTTI . . . . . » 299

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVIII, DISP. 5ª (*Aprile* 1883)

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Aprile

1883.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 1° Aprile 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. F. Siacci presenta e legge la seguente Memoria del sig. Dott. G. Peano

SULLA

INTEGRABILITÀ DELLE FUNZIONI.

L'esistenza dell'integrale delle funzioni d'una variabile non è dimostrata sempre con rigore e semplicità desiderabili in tale questione. Invero spesso si ricorre a considerazioni geometriche; ma parmi che il modo di ragionare dei principali trattatisti non sia soddisfacente. Le dimostrazioni analitiche sono generalmente lunghe e complicate; in esse inoltre s'introducono condizioni o troppo restrittive, od in parte inutili. Io mi propongo nella presente nota di dimostrare l'esistenza dell'integrale, introducendo una semplicissima condizione d'integrabilità. Il ragionamento sarà analitico, ma si può in ogni sua parte interpretare geometricamente.

§ 1.

Sia $y=f(x)$ una funzione di x data in un intervallo ab; si suppongono a e b quantità finite, ed i limiti superiore ed inferiore dei valori di y in questo intervallo pure finiti, e li diremo A e B.

Si divida l'intervallo ab in parti $h_1\ h_2 \ldots h_n$, tutte del

segno di $b-a$; detto y_s un valore qualunque assunto da y quando x varia nell'intervallo h_s, si faccia la somma

$$u = h_1 y_1 + h_2 y_2 + \ldots + h_n y_n = \Sigma h_s y_s .$$

Se, col diminuire indefinitamente di tutte le h, u tende verso un limite S (*), la funzione dicesi *integrabile* nell' intervallo ab, e questo limite chiamasi il valore dell'integrale

$$\int_a^b f(x)\, dx .$$

§ 2.

Siano p_s e q_s i limiti superiore ed inferiore di y_s, cioè dei valori assunti da y nell'intervallo h_s; pongasi

$$P = \Sigma h_s p_s , \quad Q = \Sigma h_s q_s .$$

Siccome $A > p_s > y_s > q_s > B$, moltiplicando per h_s e sommando si ha che le quantità

$$A(b-a) , \quad P, \; u, \; Q, \quad B(b-a)$$

sono ordinate secondo la loro grandezza (decrescenti se le h sono > 0, ossia $a < b$, crescenti se $a > b$); P e Q sono i limiti superiore ed inferiore dei valori che può assumere u corrispondenti a quella divisione di $b-a$.

Variando la divisione di ab, variano P e Q, in modo però che se $a < b$ ogni valore di P è maggiore d'ogni valore di Q. Infatti siano $h_1\ h_2 \ldots h_n$, $h_1'\ h_2' \ldots h'_{n'}$, due divisioni di ab; $P = \sum_{r=1}^{r=n} h_r p_r$, $Q' = \sum_{s=1}^{s=n'} h_s' q_s'$; si immagini la divisione formata dalla sovrapposizione delle due precedenti, e sia $k_1\ k_2 \ldots k_m$; ogni intervallo k_α sarà contenuto in un h_β ed in un h_γ', ed ogni intervallo h, ed ogni h' è eguale ad uno, o alla somma di più intervalli k; onde sostituendo:

$$P = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=m} k_\alpha p_\beta , \qquad Q' = \sum_{\alpha=1}^{\alpha=m} k_\alpha q_\gamma' ,$$

(*) Col che si intende, che, fissata una quantità piccola quanto si vuole ε, se ne possa trovare un' altra σ tale che per ogni divisione di ab per cui ogni intervallo h sia $< \sigma$, e per ogni scelta delle y_s negli intervalli, sia sempre in valore assoluto $S - u < \varepsilon$.

e $P - Q' = \sum_{\alpha} k_\alpha (p_\beta - q_\gamma')$; ma p_β è il limite superiore dei valori di y nell'intervallo h_β che contiene k_α; q_γ' è il limite inferiore dei valori di y nell'intervallo h_γ' che contiene k_α, onde

$$p_\beta > q_\gamma', \quad P - Q' > 0, \quad \text{e } P > Q', \quad c.v.d.$$

Se $a > b$, ogni valore assunto da P è minore di ogni valore assunto da Q.

Quindi si deduce che, se $a < b$, le quantità P, tutte finite, ammettono un limite inferiore, che diremo M; e le quantità Q un limite superiore N, e sarà

$$P \geqq M \geqq N \geqq Q.$$

Se invece $a > b$, detto M il limite superiore dei valori di P, ed N il limite inferiore dei valori di Q, sarà

$$P \leqq M \leqq N \leqq Q.$$

§ 3.

Se $f(x)$ è integrabile, preso piccolo ad arbitrio ε, si potrà fissare una quantità σ tale che per ogni divisione di ab, per cui ogni $h < \sigma$, u è sempre compreso fra $S + \varepsilon$ ed $S - \varepsilon$; anche i valori di P e Q corrispondenti a queste divisioni sono compresi fra $S + \varepsilon$ ed $S - \varepsilon$, perchè u può assumere valori tanto prossimi quanto si vuole ad ogni valore di P e di Q; e M ed N, quantità comprese fra P e Q, saranno anche comprese fra $S + \varepsilon$ ed $S - \varepsilon$, ossia sarà $M = N = S$, perchè M, N, S sono quantità costanti, ed ε è tanto piccolo quanto si vuole; quindi:

« Se la funzione $f(x)$ è integrabile,

1° Le quantità M ed N sono eguali, ed il loro valore comune è eguale al valore dell'integrale;

2° Le quantità P e Q tendono verso S col diminuire degli intervalli;

3° La differenza fra due valori che possono assumere P e Q corrispondenti alla stessa divisione, o a divisioni diverse di ab si può rendere tanto piccola quanto si vuole col prendere sufficientemente piccoli gli intervalli delle due divisioni ».

Se in quest'ultima proposizione si suppongono P e Q corrispondenti ad una stessa divisione, posto $p_s - q_s = d_s$ (oscillazione di y nell'intervallo h_s) e $D = \Sigma h_s d_s$, sarà

$$P - Q = \Sigma h_s (p_s - q_s) = D ;$$

onde:

« Se $f(x)$ è integrabile, D ha per limite zero, col diminuire indefinitamente degli intervalli h ».

Le condizioni precedenti, necessarie per l'integrabilità, non sono fra loro indipendenti, come dimostra il seguente semplicissimo teorema.

§ 4.

Teorema. — La funzione $f(x)$ è integrabile nell'intervallo ab, se $M = N$; ed il loro valore comune S è il valore dell'integrale.

Suppongasi p. es. $a < b$; facciasi una divisione qualunque di ab, $h_1\ h_2 \ldots h_n$, tale però che ogni h sia $< \sigma$, quantità a determinarsi; e sia $u = \Sigma h_s y_s$.

Essendo S il limite inferiore dei valori di P, preso ad arbitrio ε, si potrà fare una divisione $h_1'\ h_2' \ldots h'_{n'}$ di ab, per cui, posto $P' = \Sigma h_s' p_s'$, sia $P' - S < \varepsilon$. Si immagini la divisione di ab proveniente dalla sovrapposizione delle precedenti; e un intervallo k_α di questa sia compreso in h_β ed in h_γ'; sarà $P' = \sum\limits_\alpha k_\alpha p_\gamma'$, $u = \sum\limits_\alpha k_\alpha y_\beta$, e $P' - u = \Sigma k_\alpha (p_\gamma' - y_\beta)$. Ora degli intervalli h_β alcuni possono essere contenuti in qualche intervallo h_γ'; sarà per essi $p_\gamma' > y_\beta$, ed i termini corrispondenti in $P' - u$ positivi; gli altri intervalli h_β contengono qualche punto della seconda divisione; essi sono in numero $< n'$, e, siccome $h_\beta < \sigma$, la loro ampiezza totale $< n'\sigma$; a questi intervalli possono corrispondere in $P' - u$ termini negativi, ma, poichè $p_\gamma' - y_\beta < A - B$, sarà la loro somma minore numericamente di $n'\sigma(A - B)$, onde:

$$P' - u > -n'\sigma(A - B) ,$$

ossia

$$S + \varepsilon + n'\sigma(A - B) > u .$$

Analogamente, essendo S il limite superiore dei valori di Q, si potrà trovare una divisione $h_1''\ h_2'' \ldots h''_{n''}$ per cui, posto

$Q'' = \Sigma h'' q''$, sarà $S - Q'' < \varepsilon$; e, considerando la quantità $u - Q''$, si dimostra nello stesso modo:

$$u > S - \varepsilon - n'' \sigma (A - B).$$

Ora, preso ad arbitrio piccolo α, potremo nel ragionamento che precede, supporre $\varepsilon < \frac{\alpha}{2}$, e $n' \sigma (A - B)$ ed $n'' \sigma (A - B)$ minori di $\frac{\alpha}{2}$, perchè basterà prendere $\sigma < \frac{\alpha}{2 n' (A - B)}$, e $< \frac{\alpha}{2 n'' (A - B)}$; allora

$$S + \alpha > u > S - \alpha,$$

ossia, fissata una quantità piccola quanto si vuole α, si può determinare σ tale che per ogni divisione di ab per cui ogni $h < \sigma$, e per qualunque sistema di valori delle y_s, si ha sempre $S - u < \alpha$, e quindi u tende verso il limite S col decrescere indefinitamente delle h, *c. v. d.*

§ 5.

Dal teorema precedente si deduce quest'altra condizione d'integrabilità:

Teorema. — « $f(x)$ è integrabile, se, fissato piccolo ad arbitrio ε, si può trovare un valore di P ed un valore di Q (corrispondenti, o no, alla stessa divisione di ab), la cui differenza sia $< \varepsilon$; e fra questi due valori è compreso il valore dell'integrale ».

Invero, essendo M ed N compresi fra P e Q, la cui differenza è $< \varepsilon$, sarà $M = N$, come nell'ipotesi del teorema precedente; ed è pure vera la proposizione inversa, come si è visto al § 3.

Se nell'enunciato di quest'ultimo teorema si fa l'ipotesi *inutile* che P e Q corrispondono ad una stessa divisione di ab, ricordando che $P - Q = D$, si ha:

Teorema. — « $f(x)$ è integrabile se il limite inferiore dei valori assoluti di D è zero » (*).

(*) Il semplice criterio d'integrabilità enunciato in questo teorema trovasi già dimostrato nei *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili*

Per completare la trattazione che precede, darò ancora i seguenti teoremi:

Teorema. — « Ogni funzione continua è integrabile ».

Invero, supposto $a < b$, fissato ε piccolo ad arbitrio, si potrà determinare una quantità h_1 tale che per ogni valore di x compreso fra a ed $a + h_1 = a_1$ sia $f(a) - f(x) < \varepsilon$ in valor assoluto; poi una quantità h_2 tale che per ogni valore di x compreso fra a_1 ed $a_1 + h_2 = a_2$ sia $f(a_1) - f(x) < \varepsilon$, e così di seguito. Si avrà in tal modo una serie di quantità a, a_1, a_2, .. crescenti; dico che possono crescere in modo da raggiungere b: infatti, ove ciò non avvenisse, esse tendono verso un limite $c \leqq b$; essendo $f(x)$ continua anche per $x = c$, potrò determinare un intervallo $c - \alpha$, c, tale che per ogni valore di x in esso sia $f(x) - f(c) < \frac{\varepsilon}{2}$; ed essendo c il limite superiore delle a a_1 a_2 ... esisterà una quantità di queste serie a_i, dove i è finito, compresa nell'intervallo $c - \alpha$, c; onde $f(a_i) - f(c) < \frac{\varepsilon}{2}$, e supposto x compreso nell'intervallo a_i, c, e quindi anche nell'intervallo $c - \alpha$, c, sarà $f(x) - f(c) < \frac{\varepsilon}{2}$, e $f(a_i) - f(x) < \varepsilon$; onde si può assumere $a_{i+1} = c$, vale a dire il valore c può essere raggiunto, e poi superato dalla serie delle a a_1 a_2 ..., ossia questa serie di quantità può effettivamente raggiungere b. Sia a a_1 a_2 ... a_{n-1} b una serie di quantità tali che in ogni intervallo $h_s = a_s - a_{s-1}$ sia $f(a_{s-1}) - f(x) < \varepsilon$; sarà $p_s - q_s < 2\varepsilon$, $D < 2\varepsilon(b - a)$, e quindi D si può rendere, tanto piccolo quanto si vuole, perchè ε si può prendere piccolo ad arbitrio, e la funzione è integrabile (*).

---

reali, di U. Dini; ma esso è dedotto come conseguenza di lunghi ragionamenti, che non possono ritenersi come elementari; invero l'illustre A. lo deduce da quest'altro criterio « $f(x)$ è integrabile se lim $D = 0$ col decrescere di tutte le h », nel quale sono inclusi concetti inutili (come quello del limite); e nelle *Lezioni di Analisi infinitesimale*, Pisa 1877-78, il Dini si limita a dimostrare quest'ultimo criterio; e ad esso si limita pure il Pasch *Einleitung in die Differential und Integralrechnung*, Leipzig 1882, a pag. 95.

Dai criterii precedenti si deduce con tutta facilità quello enunciato dal Riemann *Ges. Math. Werke*, Leipzig 1876, a pag. 226.

(*) Il Lipschitz nel *Differential und Integralrechnung*, Bonn 1880, a pag. 91, per dimostrare l'esistenza dell'integrale, suppone subito $f(x)$ continua; ed inoltre a pag. 97 fa una *nuova* ipotesi equivalente alla continuità

Teorema. — « Ogni funzione (compresa fra limiti finiti) discontinua per un numero finito di valori di x nell'intervallo ab è integrabile ».

Invero, se $f(x)$ diventasse discontinua per $x=c$ compreso fra a e b, si divida l'intervallo a, $c-\varepsilon$, entro cui la funzione è continua, in parti in modo che il valore di D corrispondente sia $<\alpha$, e l'intervallo $c+\varepsilon'$, b in parti in modo che il valore corrispondente di D sia $<\beta$; anche ab risulterà decomposto in parti, ed il valore di D corrispondente a questa divisione sarà

$$D<\alpha+\beta+(\varepsilon+\varepsilon')(A-B)$$

e siccome ε, ε', α e β si possono prendere tanto piccoli quanto si vuole, il limite inferiore dei valori di D è lo zero, e la funzione è integrabile.

Ecc. Ecc.

Molti autori dimostrano l'esistenza dell'integrale con considerazioni geometriche; ma, oltre all'escludere dalla considerazione funzioni integrabili, i ragionamenti non sono del tutto soddisfacenti. Invero in essi si suol considerare l'area della figura senza definirla; e parmi che l'area, considerata come quantità, d'una figura piana curvilinea sia appunto una di quelle grandezze geometriche, che, come la lunghezza d'un arco di curva, ecc., spesso la nostra mente concepisce, o crede concepire, chiaramente, ma che hanno bisogno, prima d'essere introdotte in analisi, d'essere ben definite (*); e parmi questo più importante per l'area, perchè sul suo concetto si sogliono nei trattati elementari basare altre dimostrazioni.

---

equabile, la quale è evidentemente inutile. Egli dice invero « Gegenwärtig fügen wir noch die Voraussetzung hinzu, dass jedes innerhalb der Werthe a und b liegende Paar von Werthen x und $x+h$, sobald der numerische Werth von h unter eine gewisse kleine Grösse δ herabsinkt, kleiner bleibe als eine beliebig kleine Grösse λ ».

(*) « ... Je compte parmi ces points défectueux (della geometria) l'obscurité qui règne sur les premières notions des grandeurs géométriques, et sur la manière dont on se représente la mesure de ces grandeurs ... ». LOBATSCHEWSCKY, *Théorie des parallèles*, trad. par HOÜEL.

Ora, avendosi una figura di forma semplice, il metodo più naturale per concepirne la sua area è d'immaginare dei poligoni, i quali racchiudono nel loro interno la data figura, e dei poligoni, contenuti nell'interno della data figura; le aree dei primi ammettono un limite inferiore, e le aree dei secondi un limite superiore; se questi limiti coincidono, il loro valore comune è l'area della figura data, quantità ben definita, che si può calcolare coll'approssimazione che si vuole; se invece quei due limiti potessero non essere eguali, sarebbe ad escludersi in questo caso il concetto di area. Quindi, per parlare dell'area d'una figura è necessario che si verifichi prima l'eguaglianza di quei due limiti, il che non è altro che la condizione d'integrabilità precedente.

Il Serret dimostra appunto la loro eguaglianza nel suo « *Cours de Calcul différentiel et intégral*, Paris 1879 » al N. 10, dove comparisce l'area limitata dalla curva $y=f(x)$, da due ordinate, e dall'asse delle x; ma in questa dimostrazione si debbono anzitutto fare l'ipotesi che $f(x)$ sia continua (pag. 12, linea 16), e che non faccia infinite oscillazioni nell'intervallo considerato (pag. 13, prime linee), le quali ipotesi non fa il Serret, il quale definisce più tardi la continuità delle funzioni; oltre a ciò la dimostrazione non può ritenersi esatta. Invero in essa si ricorre al principio del N. 9, il quale è enunciato e dimostrato in termini vaghi ed indeterminati; nè pare facile, colle poche definizioni e proposizioni premesse dall'autore, rendere rigorosi i ragionamenti dei numeri 9 e 10; ad ogni modo è certo che vi si considerano come infinitesime delle quantità della forma $f(x+h)-f(x)$, ove sono variabili ad un tempo x ed h; in altre parole si ammette nella dimostrazione che si possa, fissato ad arbitrio ε, determinare una quantità σ tale che per ogni valore di $h<\sigma$, e per ogni valore di x nell'intervallo considerato sia sempre $f(x+h)-f(x)<\varepsilon$; ed è vero che se si suppone $f(x)$ continua, essa soddisfa alla condizione precedente (della continuità equabile), ma questo è un teorema che ha bisogno d'essere dimostrato.

Il Socio Comm. Prof. G. Curioni, facendo seguito ad altri suoi lavori sulla resistenza dei materiali da costruzioni, comunica alla Classe i seguenti

RISULTATI DI ESPERIENZE

SULLE

RESISTENZE DEI MATERIALI

NOTA 3ª

Resistenze alla pressione di mattoni pieni di diverse provenienze.

1. Facendo seguito alla nota seconda, nella quale si sono esposti i risultati di alcune esperienze e di alcuni studi sulla resistenza alla pressione di mattoni pieni provenienti dallo stabilimento esercìto dal signor Ingegnere Chinaglia Giuseppe in Borgo Po presso la cinta daziaria della città di Torino, si espongono i risultati di altre esperienze state in seguito instituite su mattoni pieni di provenienze diverse.

Si operò seguendo le norme state indicate nella citata nota seconda, operando cioè su mattoni intieri posti fra due pezzi di lamiera di piombo, su mattoni intieri colle facce compresse regolarizzate con malta composta per parti eguali di cemento di Casale Monferrato e di sabbia fina del fiume Po, e sopra pilastrini di mattoni intieri sovrapposti coi giunti e colle facce compresse regolarizzate colla stessa malta.

2. *Risultati di esperienze su mattoni fabbricati a mano.* — Tutte le esperienze sono state instituite col produrre la pressione in senso perpendicolare alle facce maggiori dei saggi sottoposti ad esperimento, e si ottennero i risultati contenuti nella seguente tavola:

PROVENIENZE DEI MATERIALI	INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coeff. di rottura $R''=T'':\Omega$ per 1.mmq.	Coeff. medi di rottura R''_m per 1.mmq.
			mmq.	Cg.	Cg.	Cg.
I. Mattoni di color rosso, dello stabilimento dell'Ingegnere Chinaglia Giuseppe in Borgo Po presso la cinta daziaria della città di Torino, fabbricati con argilla della collina, aventi mediamente: quelli comuni, la lunghezza di 229, la larghezza di 115 e la grossezza di 57 millimetri; quelli da paramento, la lunghezza di 251, la larghezza di 133 e la grossezza di 60 millimetri.	Mattoni comuni posti fra due pezzi di lamiera di piombo.	1	26300	30000	1,14	1,06
		2	26300	25800	0,98	
	Mattoni comuni colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	26329	38900	1,48	1,49
		2	26329	39800	1,51	
	Pilastrini fatti con due mattoni comuni, sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	26329	19400	0,74	0,76
		2	26329	20400	0,77	
	Mattoni da paramento posti fra due pezzi di lamiera di piombo.	1	33600	39200	1,17	1,16
		2	33600	39000	1,16	
	Mattoni da paramento colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	32851	43400	1,32	1,24
		2	33649	39000	1,16	
	Pilastrini fatti con due mattoni da paramento sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	33649	22400	0,67	0,67
		2	33649	22400	0,67	
II. Mattoni comuni di Marianopoli (Sicilia) inviati dall'Ingegnere Chinaglia Giuseppe, di color rosso ed aventi mediamente la lunghezza di 260, la larghezza di 128 e la grossezza di 62 millimetri.	Mattoni posti fra due pezzi di lamiera di piombo.	1	34176	21000	0,61	0,61
		2	31250	19400	0,62	
	Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	34450	48000	1,36	1,31
		2	34584	44000	1,27	
	Pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	33020	29000	0,88	0,82
		2	32768	25000	0,76	

PROVENIENZE DEI MATERIALI	INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coeff. di rottura $R''=T'':\Omega$ per 1.mmq.	Coeff. medi di rottura R''_m per 1.mmq.
			mmq.	Cg.	Cg.	Cg.
III. Mattoni comuni di Marianopoli (Sicilia) inviati dalla Direzione tecnica governativa delle Ferrovie Calabro-Sicule, di color rosso ed aventi mediamente la lunghezza di 259, la larghezza di 128 e la grossezza di 60 millimetri.	Mattoni posti fra due pezzi di lamiera di piombo.	1	33920	35500	1,05	1,03
		2	34450	35000	1,02	
	Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	33150	59500	1,79	1,80
		2	33150	60000	1,81	
	Pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	32766	35500	1,08	1,05
		2	32130	33000	1,03	
IV. Mattoni comuni di Marianopoli (Sicilia) inviati dalla Direzione tecnica governativa delle Ferrovie Calabro-Sicule, di color biancastro ed aventi mediamente la lunghezza di 269, la larghezza di 140 e la grossezza di 59 millimetri.	Mattoni posti fra due pezzi di lamiera di piombo.	1	37530	40000	1,07	1,07
		2	36974	40000	1,08	
	Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	37800	70000	1,85	1,85
		2	37800	70000	1,85	
	Pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	37530	42000	1,12	1,12
		2	37800	42500	1,12	
V. Mattoni comuni di color rosso, fabbricati nella regione detta Sciarizzi in territorio di Vallelunga (Sicilia) dall'impresa P. Neri e C.a pei lavori della Ferrovia di Vallelunga, inviati dalla Direzione tecnica governativa delle Ferrovie Calabro-Sicule, ed aventi mediamente la lunghezza di 263, la larghezza di 133 e la grossezza di 60 millimetri.	Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	35400	46600	1,32	1,32
		2	34800	47000	1,35	
		3	33900	48000	1,41	
		4	35500	50000	1,41	
		5	35500	44600	1,26	
	Pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	35400	22300	0,63	0,60
		2	35400	21000	0,59	
		3	35100	20000	0,57	
		4	34600	19850	0,57	
		5	34600	23000	0,66	

PROVENIENZE DEI MATERIALI	INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coeff. di rottura $R'' = T'' : \Omega$ per 1.mmq.	Coeff. medi di rottura R''_m per 1.mmq.
			mmq.	Cg.	Cg.	Cg.
VI. Mattoni comuni fabbricati dall'impresa P. Neri e C.ª pei lavori della Ferrovia di Vallelunga in Sicilia, inviati dall'Ingegnere Giovanni Fantoli, ed aventi mediamente la lunghezza di 261, la larghezza di 134 e la grossezza di 60 millimetri.	Mattoni di color rosso dell'accampamento Sciarizzi, colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	35100	34600	0,98	1,11
		2	35100	44000	1,25	
		3	35376	39200	1,11	
	Mattoni di color biancastro dell'accampamento Sciarizzi, colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	35100	54500	1,55	1,39
		2	35100	43600	1,24	
	Mattoni di color biancastro di Vallelunga, colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	35235	51500	1,46	1,62
		2	35376	63200	1,79	
	Mattoni di color rosso dell'accampamento del Pozzo n° 4, colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	33540	64500	1,92	1,99
		2	33800	70000	2,07	
	Mattoni di color biancastro dell'accampamento Mucini, colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	35370	75000	2,12	1,97
		2	35894	66400	1,82	
VII. Mattoni comuni di color rosso pallido dello stabilimento dei fratelli Cocchi in Quercia presso Aulla, aventi mediamente la lunghezza di 258, la larghezza di 127 e la grossezza di 59 millimetri.	Mattoni posti fra due pezzi di lamiera di piombo.	1	32766	60000	1,82	1,83
		2	32766	60000	1,82	
		3	32766	60000	1,82	
		4	32766	60000	1,82	
		5	32766	61000	1,86	
		6	32766	60000	1,82	

PROVENIENZE DEI MATERIALI	INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coeff. di rottura $R''=T''\cdot\Omega$ per 1.mmq.	Coeff. medi di rottura R''_m per 1.mmq.
			mmq.	Cg.	Cg.	Cg.
	Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	32766	85000	2,59	2,76
		2	32766	90000	2,75	
		3	32893	90800	2,76	
		4	32125	90300	2,87	
		5	32893	92000	2,79	
		6	32375	90000	2,78	
	Pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	32766	42000	1,28	1,33
		2	32766	47000	1,43	
		3	32766	34900	1,06	
		4	32766	48000	1,46	
		5	32756	42900	1,31	
		6	32766	48000	1,46	
VIII. Mattoni ricavati da una raglia posta a mezzodì della rte antica del Castello del Vatino, aventi mediamente la lunezza di 271, la larghezza di 3 e la grossezza di 67 millimetri.	Mattoni comuni di color rosso colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	37675	45800	1,22	1,34
		2	34443	50400	1,46	
IX. Mattoni inviati dal signor Bria, Ingegnere della Sezione Ivrea, della Ferrovia Ivreasta, della fabbrica Chioggia in rrazza, ed aventi mediamente la ghezza di 249, la larghezza di 9 e la grossezza di 59 millimetri.	Mattoni comuni di color rosso colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	28322	84000	2,97	3,41
		2	29601	105000	3,54	
		3	29760	106000	3,56	
		4	30420	109000	3,58	

Si fa notare che i medii intervalli di tempo, fra le esperienze e l'applicazione delle malte di cemento per la regolarizzazione delle facce compresse e per la formazione dei pilastrini, sono stati:

di 36 giorni pei mattoni dello stabilimento dell'Ingegnere Chinaglia, indicati al numero I; di 41 giorni pei mattoni di Marianopoli stati mandati dallo stesso Ingegnere Chinaglia, indicati al numero II; di 41 giorni pei mattoni di Marianopoli stati mandati dalla Direzione tecnica governativa delle Ferrovie Calabro-Sicule, indicati ai numeri III e IV; di 15 giorni pei mattoni fabbricati dall'impresa P. Neri e C.ª, stati mandati dalla stessa Direzione tecnica e dall'Ingegnere Fantoli, indicati ai numeri V e VI; di 12 giorni pei mattoni dello stabilimento dei fratelli Cocchi, indicati al numero VII; di 14 giorni pei mattoni vecchi del castello del Valentino, indicati al numero VIII; e di 15 giorni pei mattoni della fabbrica Chioggia in Torrazza, indicati al numero IX del riportato casellario.

I fenomeni, verificatisi nella rottura dei mattoni e dei pilastrini stati esperimentati, si presentarono generalmente con modalità quasi identiche a quelle di cui è cenno nel numero 2 della precedente nota intitolata: *Studi sulla resistenza alla pressione dei mattoni pieni* (*Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, Vol. XVII), nel qual numero si sono presentati i risultamenti di altre esperienze su mattoni fabbricati a mano.

I risultati delle esperienze sui mattoni dell'Ingegnere Chinaglia, di cui al numero I del casellario, portano a conchiudere: che il coefficiente di rottura pei mattoni comuni posti fra due pezzi di lamiera di piombo è minore del coefficiente di rottura pei mattoni da paramento esperimentati nella stessa condizione; e che per contro i coefficienti di rottura dei mattoni comuni e dei pilastrini degli stessi mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta sono maggiori di quelli degli analoghi saggi fatti con mattoni da paramento. Si potrebbe forse dire che sui risultati ottenuti ha influito la diversità di cottura dei mattoni esperimentati. Ma l'anomalia può anche essere spiegata coll'osservare: che essendo le facce maggiori dei mattoni comuni meno regolari di quelle dei mattoni da paramento, non c'è da maravigliarsi se, ponendo e questi e quelli fra due lamiere di piombo, i primi si sono mostrati meno resistenti dei secondi; che, regolarizzandosi con malta le facce da comprimersi e distruggendo così le irregolarità delle facce stesse tanto nei mattoni comuni quanto in quelli da paramento, non c'è neppure da maravigliarsi se i primi, per essere meno grossi dei secondi ed anche per la maggior com-

pressione data forse alle terre nello stampo coll'usare della mano, anzichè di un cilindro o di una stecca per pareggiare le facce superiori, si sono mostrati di qualche poco più resistenti degli altri. Di più deve aver influito sull'accennata anomalia il fatto di essersi posto nell'impasto delle terre pei mattoni da paramento un po' di sabbia per dimagrarle e per rendere con tal mezzo i mattoni stessi, quantunque di dimensioni un po' grandi, atti ad asciugare ed a cuocere senza fenditure e senza deformazioni.

3. *Risultati di esperienze su mattoni fabbricati con macchine.* — Anche queste esperienze sono state instituite col produrre la pressione in senso perpendicolare alle facce maggiori dei saggi sottoposti ad esperimento; e, operando su mattoni di color rosso pallido dello stabilimento dei fratelli Cocchi in Quercia presso Aulla, aventi mediamente la lunghezza di 261, la larghezza di 132 e la grossezza di 65 millimetri, si sono ottenuti i risultati contenuti nella tavola che segue:

INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Superficie resistenti Ω	Carichi di rottura T''	Coefficienti di rottura $R''=T'':\Omega$ per 1.mmq.	Coefficienti medi di rottura R''_m per 1.mmq.
		mmq.	Cg.	Cg.	Cg.
Mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	34452	100000	2,90	2,80
	2	34452	100000	2,90	
	3	34452	97000	2,82	
	4	34060	87900	2,58	
Pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	34584	60000	1,73	1,81
	2	34846	62700	1,80	
	3	34846	64300	1,85	
	4	34584	64000	1,85	
Pilastrini fatti con tre mattoni sovrapposti colle facce compresse regolarizzate mediante malta.	1	34060	40500	1,19	1,34
	2	34584	53000	1,53	
	3	34584	50000	1,45	
	4	34584	41200	1,19	

Le esperienze sono state instituite 50 giorni dopo la preparazione dei mattoni e dopo la fabbricazione dei pilastrini mediante malta di cemento e sabbia.

I fenomeni, verificatisi nella rottura dei mattoni e dei pilastrini, furono in tutto analoghi a quelli già stati dichiarati nel numero 3 della citata nota seconda, nel qual numero sono riportati i risultamenti di altre esperienze su mattoni fabbricati con macchine.

4. *Conclusioni risultanti dalle esperienze state instituite sui mattoni pieni.* — Le esperienze, di cui si sono riportati i risultamenti in questa nota, hanno pienamente confermato le prime cinque conclusioni che si sono dedotte al numero 5 della nota precedente; e, tenendo conto dei risultati contenuti in ambedue le note, si può tentare di dedurre il valore medio del rapporto fra i coefficienti di resistenza alla rottura per pressione dei pilastrini di due mattoni sovrapposti uniti e colle facce compresse regolarizzate mediante malta e dei mattoni colle loro facce compresse analogamente regolarizzate.

Le instituite esperienze sui mattoni fabbricati a mano hanno condotto ai seguenti valori dell'accennato rapporto:

Pei mattoni dello stabilimento dell'Ingegnere Chinaglia presso Torino, considerati nella nota 2ª . . . . . 1,56 : 2,60 = 0,60;

Pei mattoni dello stesso stabilimento, considerati in questa nota . . . . . 0,76 : 1,49 = 0,51;

Pei mattoni da paramento dello stesso stabilimento, pure considerati in questa nota . . . . . 0,67 : 1,24 = 0,54;

Pei mattoni rossi di Marianopoli, provenienti da uno stabilimento del detto Ingegnere Chinaglia . . . . . 0,82 : 1,31 = 0,63;

Per altri mattoni di Marianopoli di color rosso . . . . . 1,05 : 1,80 = 0,58;

Pei mattoni di Marianopoli di color biancastro . . . . . 1,12 : 1,85 = 0,61;

Pei mattoni di color rosso della regione Sciarizzi in territorio di Vallelunga . . 0,60 : 1,32 = 0,45;

Pei mattoni dello stabilimento dei fratelli Cocchi in Quercia presso Aulla . . . . 1,33 : 2,76 = 0,48,

e il rapporto medio fra gli otto trovati risulta eguale a 0,55.

Le esperienze, ancora poco numerose, sui mattoni fabbricati con macchine hanno condotto a questi altri valori del cercato rapporto:

Pei mattoni dello stabilimento dell'Ingegnere Chinaglia presso Torino, detti del primo modello nella nota 2ª . . . . . 1,64 : 3,09 = 0,53;

Pei mattoni dello stesso stabilimento, detti del secondo modello pure nella nota 2ª 1,56 : 2,31 = 0,68;

Pei mattoni dello stabilimento dei fratelli Cocchi in Quercia presso Aulla . . . 1,81 : 2,20 = 0,65;

e il rapporto medio fra i tre trovati risulta eguale a 0,62.

Gli ottenuti rapporti medi porterebbero a conchiudere: che la minor resistenza dei pilastrini formati con due mattoni sovrapposti, uniti e colle facce compresse regolarizzate mediante malta, per rapporto a quella dei soli mattoni colle facce compresse regolarizzate pure con malta, è più pronunciata nei mattoni fabbricati a mano che non in quelli fabbricati con macchine; che i pilastrini di due mattoni fabbricati a mano e di due mattoni fabbricati con macchine, colle facce compresse regolarizzate mediante malta, presentano rispettivamente resistenze che in via di approssimazione si possono ritenere eguali ai 0,55 e ai 0,62 di quelle dei soli mattoni pure colle facce compresse regolarizzate mediante malta.

La prima conclusione è spiegabile colla maggior regolarità che i mattoni fabbricati con macchine presentano su tutte le loro facce. Ma i valori dei rapporti medi riferiti nella seconda conclusione non sono ancora da ritenersi come definitivi, e può darsi che nuove e numerose esperienze, precedute da preparazioni, per quanto si può, accurate dei saggi, principalmente di quelli fatti con due mattoni sovrapposti, portino a qualche leggiera modificazione.

Torino, 1° Aprile 1883.

Il Socio Cav. Prof. L. Bellardi, condeputato col Socio Comm. Prof. M. Lessona ad esaminare una Memoria del signor Dott. A. Portis, legge la seguente Relazione:

L'Accademia ha dato ai sottoscritti l'onorevole incarico di esaminare la Memoria presentatale dal sig. Dott. Alessandro Portis, la quale ha per titolo: *Nuovi studi sulle tracce attribuite all'uomo pliocenico.* I Commissarii si sono fatto un dovere di compiere il mandato ricevuto e si pregiano di riferire all'Accademia il risultato dell'esame che hanno fatto del manoscritto loro affidato.

Il sig. Dott. Portis, del quale l'Accademia ebbe già altre volte a constatare l'attività, lo spirito di osservazione, e la esatta conoscenza degli argomenti che tratta, descrive in questo suo lavoro molte ferite che ebbe occasione di osservare su ossa di Cetacei dei terreni terziarii del Piemonte, della Liguria e di qualche altra regione italiana, esistenti nelle Collezioni paleontologiche del R. Museo di Geologia di questa città.

Lo scritto del sig. Portis si può dividere in due parti: in una l'autore descrive numerosi e nuovi esempi di ferite da esso osservate su molte ossa di Cetacei delle precitate località, simili a quelle già precedentemente descritte da alcuni paleontologi e da essi credute attribuibili ad armi artificiali; cosicchè si volle da queste ferite arguire la contemporaneità dell'uomo con quegli animali che ne furono lesi; nell'altra parte, la più importante, annunzia e descrive la scoperta di un fatto che ebbe la buona sorte di osservare e che gli diede la prova indubbia della qualità dell'arma che produsse una di quelle ferite.

Il Dott. Portis nel liberare una vertebra di *Halitherium*, proveniente dal terreno miocenico del Vicentino dallo strato di roccia che la ricopriva in parte, pose allo scoperto una profonda ferita eguale per i suoi caratteri generali alle altre descritte, nella quale era rimasta impigliata l'arma che l'aveva prodotta,

e che vi si ruppe a motivo della notevole profondità a cui era penetrata nell'osso: quest'arma era un dente di Squalo di specie nota nel terreno miocenico il *Carcarias angustidens* Ag. La forma della ferita, la sua profondità e la natura de' suoi margini corrispondono esattamente alle dimensioni ed alla qualità dei margini del dente che l'ha prodotta. Qui la natura è stata presa sul fatto; non c'è dubbio in questo caso sulla qualità dell'arma dalla quale il Cetaceo fu assalito.

Sarebbe di certo imprudente volere da questo fatto e da altri affini dedurre che tutte le ferite finora osservate sulle ossa di Cetacei fossili si debbano attribuire ad armi analoghe, ma è per lo meno presumibile che le ferite simili a queste di cui si tratta, per forma, per natura di superficie, per posizione e per acutezza dei margini siano state prodotte dai nemici naturali dei Cetacei, gli Squali, anzi che dall'uomo.

Sarebbe d'altronde strano, che mentre l'uomo quaternario non aveva che armi di pietra rozze, coi margini e colle superficie irregolari, incapaci di produrre lesioni così ben definite quali sono le suaccennate, l'uomo terziario avesse già armi metalliche, robuste, sottili, ed affilate quali hanno dovuto essere quelle che offesero le ossa dei Cetacei e quali sono appunto i denti degli Squali.

La Commissione, avuto riguardo alle quantità dei fatti nuovi descritti, alla loro importanza scientifica ed alla maniera colla quale l'argomento è trattato ed esposto dall'Autore, crede che la Memoria del sig. Dott. Portis sia meritevole di essere presa in considerazione dall'Accademia, e, siccome il manoscritto, sia per sè, sia per le due tavole che lo accompagnano, non esce dai confini determinati dai regolamenti dell'Accademia, per gli scritti che aspirano ad essere inserti nei volumi delle *Memorie*, così ne propone la lettura alla Classe.

Michele Lessona.
Prof. L. Bellardi, *Relatore*.

Il Socio Comm. Prof. M. Lessona presenta e legge la seguente Memoria del signor Dott. Prof. L. Camerano:

RICERCHE

INTORNO

ALLE ABERRAZIONI DI FORMA NEGLI ANIMALI

ED

AL LORO DIVENTARE CARATTERI SPECIFICI.

La questione intricatissima della classificazione delle forme vegetali ed animali dipende in massima parte dal modo di valutare i vari caratteri che le forme stesse presentano.

La subordinazione, o diremo meglio, la classificazione dei caratteri di un organismo diventa tanto più intricata e difficile a mano a mano che si sale dagli organismi inferiori a quelli di struttura più complessa.

È cosa evidente che le categorie di caratteri che si debbono considerare nello studio degli esseri organizzati saranno più numerose in quelli aventi una struttura più complessa che non in quelli aventi struttura semplicissima.

Le considerazioni che seguono riguardano soltanto gli animali superiori, lasciando io in disparte gli organismi più semplici pei quali, come ebbi già a dire in vari altri lavori (1), è d'uopo seguire altre norme.

La teoria moderna della evoluzione importa naturalmente un movimento continuo più o meno rapido nelle forme e nei caratteri degli esseri organizzati.

Di tempo in tempo in qualunque gruppo di organismi si vanno formando nuovi caratteri, mentre quelli già esistenti si modificano o scompaiono interamente.

(1) *Sur les variations de la* Rana esculenta *et du* Bufo viridis, *etc.* Assoc. Scient. franc. 1881-82. — *Monografia degli anfibi anuri italiani.* Mem. della R. Accad. delle Scienze di Torino, Ser. II, vol. XXXV — 1883.

Sopra queste idee generali sono oramai d'accordo i naturalisti. Dove invece è grande la discordanza, e dove sono vive le discussioni si è sulle cause che inducono l'apparizione dei nuovi caratteri e la scomparsa di quelli già esistenti.

Queste cause sono molte, e molto complesse.

L'uso ed il non uso degli organi e lo sterminato gruppo di fenomeni compresi colla denominazione generale di fenomeni di adattamento sono certamente le cause principali del mutarsi delle forme e dei caratteri dei viventi.

Queste cause non sono tuttavia le sole ed è d'uopo ammettere che molte modificazioni delle forme degli animali hanno una origine puramente accidentale.

Ben inteso che la parola accidentale non deve esser presa in senso assoluto e che molti fenomeni ci appaiono come tali, poichè non conosciamo le leggi che li regolano.

Le modificazioni che noi diciamo accidentali che si vanno facendo continuamente negli esseri organizzati e su di una scala molto più vasta di quello che generalmente non si creda, cadono immediatamente sotto l'azione di una legge generale ed inesorabile, la *scelta naturale*, la quale le conserverà e forse le accrescerà, ovvero le farà poco a poco scomparire.

Così, che mentre da una parte abbiamo negli esseri organizzati una attitudine grandissima a variare, a modificare continuamente la loro forma dall'altra, vi è una legge generale che sceglie, per dir così, quelle modificazioni che per le circostanze in cui il vivente si trova sono utili al vivente stesso ed impedisce l'ulteriore sviluppo, facendole spesso scomparire totalmente, di quelle che non solo sono al tutto inutili al vivente, ma possono anche riuscirgli nocevoli.

Il Darwin, il Wallace, e in generale tutti gli autori che si sono occupati della teoria della evoluzione e della legge della *scelta naturale*, hanno discusso ampiamente l'azione di quest'ultima, mentre si sono fermati poco sopra alle *modificazioni accidentali* che avvengono nelle forme, pur ritenendole come fatti di prima importanza, per la spiegazione della teoria stessa dell'evoluzione.

Gli autori, dice il Darwin (1), che ammettono essere una legge naturale, che ogni individuo differisca alcun poco da tutti gli altri, possono con ragione sostenere che il fatto è vero, non

(1) *Variazione degli animali e delle piante allo stato domestico.* Traduzione di G. Canestrini.

soltanto per gli animali domestici e per le piante coltivate, ma anche per tutti gli esseri organizzati allo stato di natura . . .

. . . . . .

La dissomiglianza fra i fratelli e le sorelle di una stessa famiglia e fra le piante sorte dai semi della stessa cassula, può in parte essere spiegata dall'ineguale fusione dei caratteri dei due genitori e della riversione più o meno completa a caratteri appartenenti ai progenitori delle due linee; ma con ciò non si fa che allontanare la difficoltà nel tempo, poichè si domanda, chi ha reso i genitori o i primogenitori differenti? Perciò sembra a prima vista probabile l'opinione che all'infuori delle condizioni esterne, esista una tendenza ingenita alla variabilità. Ma perfino i semi nutriti nella medesima cassula non si trovano in condizioni completamente uniformi, poichè essi ricevono il loro nutrimento da punti diversi, e noi vedremo in seguito, come basti questa differenza per modificare spesso profondamente i caratteri della futura pianta. La somiglianza meno grande dei membri successivi d'una stessa famiglia, a differenza dei gemelli che spesso si somigliano in un modo così straordinario per il loro aspetto esterno, per le doti di mente e la costituzione, sembra provare che lo stato dei genitori nel momento stesso della concezione, o la natura del susseguente sviluppo embrionale, esercitino una influenza diretta e possente sui caratteri del prodotto. Tuttavia, se riflettiamo alle differenze individuali che esistono fra gli esseri organizzati allo stato di natura, come lo dimostra il fatto, che ogni animale selvaggio riconosce la sua femmina, come alla diversità infinita delle numerose nostre varietà domestiche, possiamo essere tentati, quantunque secondo me a torto, a considerare la variabilità come un fatto necessariamente connesso colla riproduzione.

Gli Autori che adottano questa ultima opinione, non vorranno probabilmente ammettere, che ogni variazione distinta abbia la sua causa determinante propria. E tuttavia, quantunque non possiamo che raramente stabilire i rapporti di causa ed effetto, le considerazioni che noi andiamo presentando, sembrano indurci a conchiudere che ogni modificazione debba avere la propria causa distinta e non sia il risultato di ciò che nella nostra ignoranza chiamiamo accidente ».

Ricorderò ancora a questo proposito le parole seguenti del Wallace (1).

(1) The natural selection.

« Il più piccolo grado di variazione delle specie che noi consideriamo spesso come cosa puramente accidentale, anormale, o troppo insignificante per meritare la nostra attenzione, è tuttavia il fondamento di tutte quelle analogie meravigliose che hanno tanta importanza nell'economia della natura . . . . . La rapidità delle riproduzioni, il continuarsi delle variazioni anche le più leggiere e la sopravvivenza dei più adatti e dei più forti, ecco le leggi che terranno sempre il mondo organizzato in armonia con se stesso e col mondo inorganico ».

La via da tenersi, a mio avviso, per giungere a determinare le leggi della variabilità si è quella dello studio delle differenze individuali di un grande numero di individui della stessa specie i quali si trovino nelle stesse condizioni di esistenza.

Questo studio, naturalmente molto lungo e complesso, non deve limitarsi a constatare le differenze di forma: ma deve anche riguardare i rapporti che possono esistere fra le variazioni stesse e le condizioni di esistenza.

Così ad esempio è un fatto, che è stato verificato in varii casi, che certe località danno un facies speciale alla fauna ed alla flora. In queste località cioè, forme animali o vegetali appartenenti a gruppi molto lontani e diversi fra loro tendono tuttavia a variare nella stessa maniera.

È un fatto pure che le varie specie di un genere tendono a variare in una direzione piuttosto che non in un'altra.

Studiando minutamente i caratteri individuali di un gruppo di animali, l'osservatore incontra frequentemente delle speciali conformazioni che scostandosi troppo dalla forma generale si indicano col nome molto comprensivo di *aberrazioni* o di *anomalie di struttura* o *di mostruosità*.

È utile stabilire bene fin d'ora il significato preciso di queste denominazioni.

Dopo il noto e classico lavoro del G. St-Hilaire, intorno alle anomalie di struttura ed intorno alle mostruosità, i naturalisti si occuparono su vasta scala dello studio di questi fenomeni: ma la maggior parte di questi naturalisti si occupò solo di quelle anomalie di struttura che interessano profondamente gli organi più o meno essenziali degli animali.

Pochi si sono occupati di quelle piccole aberrazioni di forma che sono assai frequenti negli animali, ma che per lo più non riguardano direttamente gli organi fondamentali dell'animale stesso.

Io lascio in disparte in queste considerazioni le aberrazioni o mostruosità della prima categoria ora menzionata. Io non considero qui che quelle numerosissime aberrazioni, le quali non impediscono in modo assoluto la vita dell'individuo.

Non è d'uopo, dopo le parole del Darwin e del Wallace sopra riferite, che io dimostri l'importanza dello studio di queste sorta di anomalie dal punto di vista del modificarsi delle forme e della selezione naturale.

Molto probabilmente molte forme specifiche attuali devono la loro origine a qualche aberrazione accidentale.

Io chiamo aberrazione accidentale quel carattere che appare, per dir così, ad un tratto in un individuo o in alcuni individui e che può essere o non trasmesso alla discendenza degli individui stessi.

Credo che si possono stabilire delle aberrazioni, intese nel modo sopra detto, le seguenti categorie principali.

A — *Aberrazioni di forma:*

1. Aberrazioni per *nanismo*
2. » » *gigantismo*
3. » » *simmetriche*
4. » » *assimmetriche.*

B — *Aberrazioni di colore:*

1. Aberrazioni per *acroismo*
2. » » *ipercroismo*
3. » » *simmetriche*
4. » » *assimmetriche.*

Riassumiamo brevemente queste varie categorie di aberrazioni.

Aberrazioni per nanismo e per gigantismo:

Questa sorta di aberrazioni è certamente la più frequente in tutte le categorie di animali. Essa consiste in una diminuzione o in un aumento della dimensione media di alcuni individui di una specie.

Ora questo variare della mole di un animale, contrariamente a quanto in generale si crede, è molto importante poichè induce, per l'azione correlativa dello sviluppo delle parti, modificazioni

notevolissime in certi determinati organi, e quindi fa variare profondamente molti caratteri attualmente considerati come specifici.

Citerò, per chiarire meglio questo concetto, alcuni esempi. Gli insetti e soprattutto i coleotteri si prestano molto bene a queste ricerche.

In molti coleotteri, come è noto, vi sono differenze sessuali secondarie spiccatissime. Or bene, si è appunto sopra a queste che agisce principalmente il variare o l'aumentare delle dimensioni dell'animale (1).

Nei Geotrupedi, in cui sono frequentissimi i casi di nanismo, ciò si può vedere molto bene. Riferisco qualche misura comparativa di varii individui.

Geotrupes hiostius ♂.

Lunghezza totale	Lunghezza delle corna laterali del protorace	Lunghezza del corno mediano del protorace
1° m. 0,020	m. 0,005	m. 0,003
2° » 0,017	» 0,004	» 0,001
3° » 0,013	» 0,002	» 0,0005
4° » 0,011	» 0,001	» 0,0005

Geotrupes momus ♂.

1° m. 0,017	m. 0,006	m. 0,001
2° » 0,015	» 0,004	» 0,0025
3° » 0,011	» 0,001	» 0,0005

Geotrupes momus ♂.

1° m. 0,019	Le piccole prominenze del capo e del protorace sono bene spiccate.
2° m. 0,013	Le prominenze del capo e del protorace mancano intieramente.

Come si vede, il ridursi della mole porta una grande modificazione nelle appendici corniformi. Anzi nelle femmine, in questo ed in molti altri casi, esso determina la presenza o la mancanza delle appendici stesse.

Le stesse cose si osservano in maniera molto spiccata in molte altre specie: come ad esempio nelle seguenti:

---

(1) Si veda a questo proposito L. Camerano, *La scelta sessuale ed i caratteri sessuali secondari nei coleotteri.* Torino, E. Loescher, 1880.

Onthophagus harpax ♂.

Lunghezza totale	Lunghezza del corno cefalico (1)
1° m. 0,013	m. 0,007
2° » 0,012	» 0,004
3° » 0,011	» 0,002
4° » 0,009	» 0,001.

Onthophagus furcicollis ♂.

1° m. 0,018	m. 0,005
2° » 0,015	» 0,002.

Onthophagus bonasus ♂.

1° m. 0,015	m. 0,005
2° » 0,014	» 0,003
3° » 0,012	» 0,002.

Onthophagus gracilicornis ♂.

1° m. 0,007	m. 0,005
2° » 0,0065	» 0,004
3° » 0,0055	» 0,003
4° » 0,005	» 0,003.

Nell'*Onthophagus harpax* si vede che a piccole diminuzioni di mole corrispondono grandi diminuzioni nello sviluppo delle appendici corniformi. Anche nell'*O. gracilicornis*, in cui il diminuire delle appendici corniformi è meno rapido, esso è tuttavia sempre maggiore di quello corrispondente delle dimensioni del corpo.

Nella famiglia dei Lucanidi in cui le differenze sessuali secondarie, come è noto, sono spiccatissime, troviamo molti fatti che ci interessano soprattutto dal punto di vista della correlazione che sta fra l'aumento e la diminuzione della mole e la forma e lo sviluppo delle mandibole.

Nelle tavole seguenti ho riunito per maggior chiarezza le dimensioni e le osservazioni relative a molti individui appartenenti a varie specie.

(1) Le prominenze del protorace seguono lo sviluppo del corno cefalico.

Lunghezza totale	Lunghezza massima del capo	Larghezza relativa del capo	Lunghezza m delle mand
			Lu
1° m. 0, 08	m. 0, 023	Supera di poco la massima larghezza del corpo.	m. 0, 0
2° m. 0, 065	m. 0, 018	Idem.	m. 0, 0
3° m. 0, 058	m. 0, 015	Idem.	m. 0, 0
4° m. 0, 055	m. 0, 016	Il capo è un po' meno largo della massima larghezza del corpo.	m. 0, 0
5° m. 0, 042	m. 0, 012	Il capo è di un quinto più stretto della larghezza massima del corpo.	m. 0, 0
6° m. 0, 032	m. 0, 009	Idem.	m. 0, 0
			Lu
1° m. 0, 044			m. 0, 0
2° m. 0, 040			m. 0, 0
3° m. 0, 040			m. 0, 0
			Chiasogn
1° m. 0, 082			m. 0, 0

ghezza relativa elle mandibole	OSSERVAZIONI GENERALI
♂	
dibole sono contenute nella lunghezza totale .	Le creste del capo sono sviluppatissime; lo stesso si dica dei denti delle mandibole.
dibole sono contenute eno di due volte nella del corpo.	Le creste del capo e dei denti sono un po' meno sviluppati che non nel caso precedente. Le mandibole sono un po' più lunghe proporzionatamente di quelle del caso precedente, ma sono anche più strette e meno robuste. Vi è qui una sorta di compenso di sviluppo.
dibole sono contenute ù di due volte nella del corpo.	Le creste del capo e i denti delle mandibole sono un po' meno sviluppati che non nel caso precedente.
dibole sono contenute e mezzo nella lun- tale del corpo.	I denti e le creste sono poco sviluppati. Le mandibole di questo maschio sono proporzionatamente meno sviluppate che non nel caso precedente.
dibole sono contenute volte nella lunghezza .	Le creste del capo sono appena visibili: i denti delle mandibole sono molto piccoli e in minor numero che non nei casi precedenti.
libole sono contenute di quattro volte nella del corpo.	Le creste del capo mancano intieramente. I denti delle mandibole sono pochissimo sviluppati; l'ultimo dente inferiore manca quasi intieramente in modo che le mandibole non sono bifide come negli esemplari più grossi.
?	
libole sono contenute e un terzo nella lun- corpo.	
Idem.	
Idem.	
♂	
libole sono un po' li due volte la lun- corpo.	

Lunghezza totale	Lunghezza massima del capo	Larghezza relativa del capo	Lunghezza n delle man
			Chiaso
2° m. 0, 047			m. 0,
			Ph
1° m. 0, 035			m. 0,
2° m. 0, 023			m. 0,
1° m. 0, 030			m. 0,
2° m. 0, 017			m. 0,

Nella tavola unita, fig. 5-6-7-8-9-10-11, a questo lavoro ho disegnato colla grandezza naturale alcune delle differenze più notevoli, che sono in rapporto col variare della grandezza.

Da queste figure si vede come diminuendo la mole, non solo diminuisca la dimensione delle mandibole, ma come varii anche la forma delle mandibole stesse, e inoltre si vede come il modo in cui variano queste parti, sia lo stesso anche in specie diverse.

Questo variare non si limita solamente alle mandibole, ma si estende anche al capo, come si può vedere dalle figure 5 e 6 del *Lucanus cervus*.

Si possono citare moltissimi esempi analoghi a questi non solo fra gli insetti, ma anche fra animali appartenenti ad altri tipi.

unghezza relativa delle mandibole	OSSERVAZIONI GENERALI
i ♂	
andibole sono contenute lta e mezza nella lun- del corpo.	In questo caso la diminuzione della mole del corpo ha portato una diminuzione molto più grande delle mandibole.
ldtii ♂	
andibole sono contenute meno di due volte nella zza totale del corpo.	Vale anche per questo caso l'osservazione già fatta per la specie precedente.
andibole sono contenute più di due volte nella zza del corpo.	
on ♂	
andibole sono contenute iù di cinque volte nella zza del corpo.	
andibole sono contenute lte circa nella lunghezza po.	I denti delle mandibole sono rudimentali.

Ciò premesso, quali possono essere le cause che fanno variare la mole degli animali.

Queste cause non sono fino ad ora intieramente note; ma è certo tuttavia, che la qualità e la quantità del nutrimento che è a disposizione dell'animale esercita a questo proposito una azione grandissima.

È cosa certa pure che in generale non tutti gli individui di una stessa specie possono nutrirsi in egual maniera. Ne verrà quindi una diversa statura nei varii individui stessi, la quale cosa condurrà ad un polimorfismo più o meno spiccato.

Questo polimorfismo sarà da principio poco stabile essendo poco stabile il variare della mole: ma è evidente che se i figli di quegli individui in cui la mole si diminuì, si troveranno nelle

stesse condizioni dei parenti, la mole sarà prevalentemente piccola e quindi il mutamento delle forme sarà pure spiccato. Continuando le stesse condizioni, a poco a poco la diminuzione di mole e le corrispondenti mutazioni piglieranno carattere di maggiore stabilità ed ecco formarsi una *varietà*, o specie che chiamar si voglia, pel fissarsi di caratteri dipendenti da un primitivo ed accidentale variare di mole in alcuni individui.

La specie o varietà così formata potrà essere molto diversa dalla specie da cui deriva come dimostrano le figure 9 e 11 e le figure 7 e 8 della tavola sopra menzionata.

Data ora una di queste specie formatasi per diminuzione di statura, potrà tuttavia accadere, che negli individui che la costituiscono, si osservino fatti di *gigantismo*.

Questi individui, per un certo tempo, riprodurranno in una maniera più o meno spiccata i caratteri della specie madre.

Ho detto per un certo tempo, poichè pare che nelle specie si stabilisca a poco a poco una sorta di equilibrio, rimanendo costanti le condizioni esterne, o meglio si venga determinando una speciale direzione nel modo di variare degli organi. Così, ad esempio, vi sono specie di insetti in cui varia molto la forma del torace, o delle elitre, o delle zampe, o delle mandibole, ecc.; mentre la forma delle antenne è costantissima; in altre, anche appartenenti allo stesso gruppo, le antenne sono invece variabilissime, mentre è costante la forma del torace, ed il sistema di colorazione; in altre ancora, il sistema di colorazione è variabilissimo, mentre le forme sono molto costanti.

È d'uopo un certo sforzo per rompere la direzione sopra menzionata.

Questo fatto è stato del resto constatato ripetutamente nelle coltivazioni e negli allevamenti artificiali.

Darwin, nel suo libro sulla variazione degli animali e delle piante, dice a questo proposito:

« Noi abbiamo buone ragioni per credere che l'azione dei cangiamenti delle condizioni esterne si accumuli, di modo che nessun effetto si manifesti in una specie prima che essa abbia subìto per più generazioni una coltura o un addomesticamento continuato. L'esperienza universale ci mostra che, quando s'introducono nuovi fiori nei nostri giardini, essi non variano punto da principio, ma poi, tolte rarissime eccezioni, essi finiscono tutti per modificarsi in diverso grado. Secondo il Salter (*The Chry-*

santhemum its History etc.); la principale difficoltà sta nel romperla colla forma e col colore primitivo della specie, e conviene spiare ogni variazione naturale del seme o dei rami; poichè, ottenuto questo punto, per quanto sia leggero il cambiamento, tutto il resto dipende dall'orticultore ».

Io credo che in questi fatti si possa trovare la spiegazione del perchè fra le specie di un dato genere viventi anche nelle stesse condizioni, le une siano più, le altre siano meno variabili.

Una volta rotto in natura per una causa qualsiasi, che per lo più sarà primitivamente accidentale e comincerà coll'essere una semplice aberrazione, quella sorta di *equilibrio* momentaneo che induce la specie a modificarsi solo in una data direzione od anche a rimanere fissa, questa specie diventa molto plastica, e le variazioni si succedono e sono svariatissime.

La scelta naturale interviene allora, e non lascia sopravvivere che quelle modificazioni, le quali sono utili o almeno non sono nocevoli alla specie stessa.

Aberrazioni simmetriche. — Nelle specie degli animali s'incontrano talvolta degli individui i quali presentano modificazioni anormali in certe parti, modificazioni tuttavia che non rompono la simmetria propria dell'animale stesso.

La scienza possiede varii casi di queste aberrazioni, le quali vengono descritte dagli autori col nome di mostruosità. Io credo sia meglio toglierle dalla categoria della mostruosità propriamente dette, provenendo esse molto probabilmente da cause al tutto diverse.

Osservai un fatto di questo genere in un esemplare ♂ di *Cetonia floricola* Herb. var. *metallica* Fab. Gory. (1), che io raccolsi nel Luglio del 1880 alle falde del Monte Musinè in principio di Val di Susa. L'individuo in questione è lungo dieci millimetri e misura la massima larghezza di sette millimetri circa. Il corsaletto nella sua parte posteriore è costituito normalmente; nella sua parte anteriore invece, e precisamente dietro il capo, è profondamente infossato; il margine anteriore è pure profondamente incavato, tanto incavato anzi che tutto il capo rimane così scoperto, mentre, come è noto, negli individui normali la parte posteriore del capo rimane nascosta nella parte anteriore del corsaletto. Le altre parti del corpo non presentano nulla di anormale.

---

(1) Bull. Soc. Ent. Ital. 1880.

Un altro caso di aberrazione analogo al precedente l'osservai in un esemplare di *Megasoma Theseus* del Museo di Torino, preso dal signor Truqui nel Brasile. L'aberrazione consiste, come si può vedere dalle figure 12 e 13, nella anormale ripiegatura delle appendici corniformi le quali sono regolarmente sviluppate ed in tutto somiglianti a quelle degli individui normali. Questa aberrazione proviene, molto probabilmente, da qualche pressione che l'animale subì nello stadio di ninfa.

Questa aberrazione è tuttavia, a mio avviso, importante, poichè viene a dare un po' di luce intorno alla probabile produzione di molte strane strutture delle appendici corniformi di molti insetti, modificazioni, che divenute costanti, sono buoni caratteri specifici.

Ricorderò ancora una aberrazione simmetrica che osservai in un esemplare di *Broscus politus* Dej., pure del R. Museo Zoologico di Torino (1).

L'aberrazione consiste in un anormale intrecciarsi, simmetrico nelle due elitre, delle strie che solcano longitudinalmente le elitre degli individui di questa specie. La figura 14 fa vedere la modificazione in discorso.

In un *Athous niger* L. del Museo Zoologico di Torino si osserva superiormente in mezzo al corsaletto uno spazio di forma ovale di color giallo rossiccio chiaro che spicca fortemente sul colore bruno rosso del resto del corsaletto. In questo spazio chiaro vi ha una impressione molto spiccata di color nero a mo' di ferro di cavallo. Nulla vi è di anormale nelle altre parti dell'animale, fig. 15.

Ultimamente il signor M. Girard fece conoscere alcune aberrazioni simmetriche osservate in Attacidi asiatici allevati in Europa (2).

Queste aberrazioni riguardano l'*Attacus Yama-mai*, e l'*Attacus Pernyi* e consistono in intaccature numerose, profonde e, quello che più importa, perfettamente simmetriche che si presentarono nel margine esterno delle ali superiori e delle ali inferiori sia in individui maschi, sia in individui femmine come

---

(1) *Atti della R. Accademia delle Scienze*, Vol. XIV, 1878.

(2) *Note sur des aberrations observées chez des Attaciens Asiatiques élevés en Europe.* — Bulletin de la Soc. d'Acclimatation de France. — 3 sér., vol. IX — 1882.

mostra la figura 16 che io tolgo dal lavoro del Girard: « Les aberrations d'*Attacus Pernyi*, egli dice, ont été obtenues à Paris par M. A. Clément dans une éducation de seconde génération; où les chenilles furent nourries avec des feuilles de prunier au lieu de feuilles de chêne ».

È probabile che il cambiamento di nutrimento abbia avuto in queste aberrazioni una qualche parte. Sarebbe utile che gli allevatori di farfalle ripetessero gli esperimenti.

Anche nei vertebrati si possono trovare numerosi esempi di strutture originatesi molto probabilmente da aberrazioni simmetriche. Sarebbero in questo caso molte forme di becco degli uccelli, molte forme di code, di ciuffi, di penne, ecc.; molte forme di appendici dermiche nei pesci, negli anfibi, nei rettili, ecc.

Da tutti i fatti di aberrazioni simmetriche da me citati, e dagli altri molti che si potrebbero citare, si vede che mentre le aberrazioni stesse non interessano organi essenziali per la vita dell'animale, esse fanno cambiare tuttavia abbastanza profondamente l'aspetto generale, il *facies* dell'animale.

Queste aberrazioni vengono più o meno trasmesse ai discendenti degli individui in cui sono primitivamente apparse e a poco a poco possono dar luogo a forme notevolmente diverse dalle prime.

Se queste aberrazioni sono utili od anche solo indifferenti per l'animale, come certamente molte lo sono, esse si conserveranno e su di esse avrà poca azione la scelta naturale. Se invece esse saranno nocevoli a poco a poco scompariranno.

Un fatto notevole che si osserva in queste aberrazioni simmetriche si è che esse riproducono generalmente modificazioni che si trovano in altre specie del genere o del gruppo a cui appartiene la specie aberrante. Le aberrazioni degli *Attacus* sopra menzionati ne sono una prova evidente.

Aberrazioni assimetriche. — Gli animali presentano, più frequentemente di quanto non si creda generalmente, aberrazioni nella forma delle loro parti le quali rompono la simmetria delle parti stesse.

Anche queste aberrazioni passano spesso allo stato di carattere specifico; anche queste aberrazioni hanno per lo più una causa accidentale.

Fra gli uccelli è nota a tutti la *Loxia curvirostra* per il suo curiosissimo becco. Ora questo carattere che nella *Loxia* è

carattere specifico, costante, si incontra talvolta come aberrazione in altre specie di uccelli, come ha fatto vedere anche ultimamente il Parona (1) da cui tolgo le figure 17, 18 della tavola qui unita.

È molto probabile che anche la nota assimetria bilaterale dei Pleurorettidi fra i pesci abbia avuto origine da una aberrazione assimetrica ed accidentale.

Negli Artropodi i casi di assimetrie, passate allo stato di caratteri specifici, sono frequentissime, soprattutto nei crostacei e negli insetti.

Ricorderò fra i coleotteri il *Taphroderes distortus*, in cui il maschio ha normalmente la mandibola sinistra molto allungata, cosicchè la bocca viene a contorcersi grandemente. Nella femmina le cose sono normali.

Nell'*Oxysternus maxillaris* Fabr., di Cayenna, coleottero appartenente al gruppo degli *Hister*, la mandibola sinistra è normalmente molto più grossa e robusta della destra.

Nei *Psalicerus* e negli altri Lucanidi sopra menzionati abbiamo pure numerosi esempi di assimetrie nella forma delle mandibole (come si può vedere dalla tavola qui unita) le quali sono ora caratteri specifici costanti.

La stessa origine hanno molto probabilmente le strane ed assimetriche forme delle mandibole dei maschi della *Clytra senegalensis*, fig. 22, e le antenne non meno strane ed irregolari delle Cerocome, fig. 20-21.

Anche negli insetti, come sopra si è visto negli uccelli, si incontrano talvolta delle aberrazioni analoghe a quelle ora menzionate in qualche individuo di specie in cui ciò non è la regola.

Nella fig. 19 ho disegnato il capo di un individuo di *Ocypus similis* Fabr., in cui la mandibola destra invece di essere allungata, sottile ed arcuata, è corta, molto grossa ed appiattita. La sua forma è perciò molto diversa di quella della mandibola sinistra.

Le chele dei Crostacei presentano frequentissimamente assimetrie molto spiccate nel loro sviluppo.

---

(1) *Due casi di deviazione nella mascella inferiore degli uccelli* Columba ivia *e* Parus major. Atti Soc. Ital. di Scienze nat., vol. XXIII, 1880.

Queste assimetrie si originano accidentalmente e spesso per rottura, per ferite o per altro.

Una prova della accidentalità dell'originarsi di queste assimetrie, si è il fatto che esse sono disegnalmente distribuite nelle specie appartenenti indubbiamente allo stesso genere.

Sopra a questo genere di aberrazioni la *scelta naturale* ha maggiore azione, come si comprende facilmente, che non su quelle della categoria precedente, e si può dire con sicurezza, che se qualcuna di queste aberrazioni si è fissata nella specie, è segno che l'animale ricava un qualche utile da essa.

È più difficile che queste aberrazioni possano essere solamente indifferenti.

Aberrazione di colore. — Frequentissime pure sono le aberrazioni di colore, soprattutto quelle che portano ad un aumento o ad una diminuzione della intensità della colorazione generale dell'animale.

Gli animali variano generalmente molto nel colore, ed è molto probabile che certe colorazioni ora passate allo stato costante in certe specie si siano anch'esse originate accidentalmente.

Esaminando infatti un gruppo intiero di animali, ad esempio, di uccelli, di rettili, di insetti, ecc., in cui vi siano colorazioni spiccate, si osserva che vi è nel gruppo una gamma dominante, e che spesso i varii colori hanno nelle varie forme del gruppo tutti gli stadi di sviluppo, dal costituire cioè da soli l'intera colorazione all'essere rindotti allo stato di semplici macchie.

Ora, spesso fra gli individui di una stessa specie, si osserva un variare della colorazione che ricorda assai bene il variare di quella di tutte le specie del gruppo.

Non mi pare quindi troppo azzardoso l'ammettere che nel diffondersi degli individui policroici di una data specie si facciano a poco a poco fissi nei discendenti di questi individui certi caratteri di colorazione, i quali si troveranno in rapporto colle circostanze in cui gli individui vivono.

Per quanto riguarda la colorazione, la *scelta naturale* ha una azione vivissima e più pronta forse che non per le forme. Essa tende ad eliminare rapidamente tutte le colorazioni nocevoli, ed a fare sviluppare quelle utili.

Ciò del resto si comprende facilmente essendo molte volte la colorazione di molti animali condizione essenziale per la loro

esistenza, e riponendo essi spesso ogni loro mezzo di difesa ed anche di offesa nei colori *mimetici*.

Questa azione attivissima esercitata dalla scelta naturale mi pare spieghi in parte la scarsità delle aberrazioni assimetriche di colorazione non solo passate allo stato di carattere costante, ma anche accidentali.

Si osserva in generale che anche nei casi di aberrazioni assimetriche di forma la colorazione non perde la sua assimmetria.

Non sono rari invece i casi di aberrazioni simmetriche di colorazione, le quali si manifestano per lo più colla fusione di macchie, distinte in una sola più grande, e colla divisione di grandi macchie in altre più piccole, colla mancanza o colla presenza delle macchie stesse, col variare della forma delle macchie, della loro intensità di colorazione, ecc. Tutti i gruppi di animali possono presentare esempi di tale sorta di aberrazioni, e, ciò che più importa per noi, in quasi tutti i gruppi si osserva che quella speciale colorazione che si osserva accidentalmente in qualche individuo di una specie è per lo più di molto affine a qualche colorazione costante di altre specie o dello stesso genere o dello stesso gruppo.

Negli animali, dirò in ultimo, i quali hanno in alto grado il potere di modificarsi, si vengono formando continuamente dei nuovi caratteri per cause puramente accidentali, che frequentemente si indicano col nome di aberrazioni, perchè si scostano bruscamente dai caratteri proprii della specie.

Questi caratteri, che gli individui che li posseggono trasmettono spesso, cadono sotto il dominio della scelta naturale. Questa li conserverà modificandoli o li farà scomparire. Nel primo caso i caratteri o le aberrazioni diventeranno in un tempo più o meno lungo costanti per un grande numero di individui e spesso per una determinata località, e quindi si potranno considerare come caratteri specifici. Nel secondo caso invece rimarranno più o meno isolati e rari.

In poche parole si può dire che le aberrazioni che succedono negli animali possono essere:

utili all'animale nelle condizioni in cui vive;

utili all'animale nelle nuove condizioni in cui accidentalmente fosse portato a vivere;

indifferenti all'animale;

nocive all'animale.

Le aberrazioni utili e le indifferenti possono passare nella maggior parte dei casi al grado di caratteri specifici.

Si può dire in fine che non vi è essenzialmente grande differenza, salvo nella fissità, fra i caratteri specifici e le aberrazioni intese nella maniera sopra indicata.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. *Geotrupes hiostius*, capo e protorace ♂ (ingrandito).
» 2. *Onthophagus, bonasus* » »
» 3. » *gerstäkei* » »
» 4. » *rangifer* » »
» 5. *Lucanus cervus* ♂
» 6. » » ♂
» 7. *Psalicerus triangularis* ♂
» 8. » » ♂
» 9. *Psalicerus femoratus* ♂
» 10. » » ♂
» 11. » » ♂
» 12. *Megasoma Theseus* ♂ ingrandito (normale).
» 13. » » » » (aberrante).
» 14. *Broscus politus* (aberrante).
» 15. *Athous niger* (aberrante).
» 16. Ali di *Attacus Perny* aberranti simmetricamente. Gli individui normali hanno il margine dell'ala intiero.
» 17. Testa di Cingallegra aberrante (Da Parona).
» 18. Testa di Piccione » »
» 19. Capo di *Ocypus similis* aberrante (ingrandito).
» 20-21. Antenne di maschi di *Cerocome* (ingrandite).
» 22. Capo e mandibole di maschio di *Clytra senegalensis* (ingrandite).

Torino Lit. F.lli Doyen.

Il Socio Comm. Prof. Alfonso Cossa presenta e legge il seguente lavoro del signor Dott. G. Mazzara,

SOPRA UN NUOVO COMPOSTO

DI

CHININA COL CLORALIO.

Ai composti che si ottengono per l'azione del cloralio sull'acqua, sull'idrogeno solforato, sugli alcoli grassi, sui mercaptani, sull'anidridride e sull'acido acetico, sul cloruro di acetile, sugli acidi solforico, cianidrico, cianico, ecc., devo aggiungere un nuovo composto di clorale con chinina, che forma l'oggetto della presente nota.

Questo composto, credo, che per diversi riguardi sarà degno dell'attenzione dei chimici, sia perchè esso può essere considerato come il tipo di una nuova ed importante serie di composti di cloralio con alcaloidi vegetali, sia perchè spero che interesserà la medicina, per le applicazioni terapeutiche, di cui esso può essere l'oggetto.

Se ad una soluzione cloroformica di chinina, si aggiunge la quantità equimolecolare (dieci parti in peso di chinina, sopra cinque e mezzo di clorale) di cloralio anidro, si produce un innalzamento di temperatura. Versando il miscuglio in una capsula, e facendolo spontaneamente evaporare in un'atmosfera secca, si ottiene un residuo giallastro, trasparente, di consistenza gelatinosa. Detto residuo si scioglie a freddo nell'etere, ma sottoponendo a leggiero riscaldamento la soluzione eterea, non tarda tantosto a separarsi una sostanza bianca, di struttura cristallina-mammellonare, la quale invade subito tutto il liquido, trasformandolo in una poltiglia.

Questo fenomeno si manifesta pure, operando col seguente metodo, che ci fornisce in modo più facile e più breve il nuovo composto:

Si scioglie della chinina nel cloroformio, si diluisce la soluzione con etere anidro e vi si aggiunge una quantità equimolecolare di cloralio: si riscalda poscia in un pallone, che viene unito ad un apparecchio a ricadere. Tosto si vedono sulle pareti del pallone apparire dei piccoli cristalli mammellonari, i quali aumentano man mano, tanto da costituire una poltiglia: si filtra, si lava con etere e si dissecca nel vuoto sull'acido solforico.

La sostanza, così ottenuta, si presenta sotto forma d'una massa, apparentemente amorfa, perfettamente bianca, molto leggiera, di gusto, dapprima insipido, poscia leggiermente amarognolo: fonde, annerendosi, a 149° (temperatura non corretta), all'aria secca non si altera menomamente.

All'analisi, ha dato i seguenti risultati:

Grammi 0,3660 di sostanza, diedero grammi 0,3305 di cloruro d'argento:

Grammi 0,3159 di sostanza, bruciati con ossido di rame, in presenza di rame e di argento, fornirono grammi 0,6503 di anidride carbonica, e grammi 0,1732 di acqua.

Vale a dire in rapporto centesimale:

Cloro	22,34
Carbonio	56,10
Idrogeno	6,00.

La teoria per la formola:

$$C^{20}H^{24}N^{2}O^{2}\,.\,CCl^{3}\,.\,COH$$

richiederebbe per cento:

Cloro	22,58
Carbonio	55,99
Idrogeno	5,30.

La sostanza è difficilmente solubile nell'alcool a freddo, insolubile nella benzina, si scioglie nell'alcool caldo e collo svaporamento si deposita gelatinosa. La soluzione alcoolica, trattata con acqua, fornisce un precipitato bianco, il quale separato per

filtrazione dal liquido ed asciugato, fonde da 75°-105° ed all'analisi diede il 13 per cento di cloro. Il punto di fusione, non che la quantità trovata di cloro, indicano che il precipitato è un miscuglio di chinina e di cloral-chinina.

La cloral-chinina si scioglie nell'acqua, debolmente acidulata con acido solforico, nitrico, acetico, ecc., ed imparte alle soluzioni una fluorescenza eguale a quella notissima delle soluzioni dei sali di chinina. Le soluzioni di cloral-chinina nell'acqua acidulata dànno coll'acqua di cloro e col ferrocianuro potassico le stesse reazioni dei sali di chinina. La cloral-chinina, sciolta nell'acqua, leggiermente acidulata con acido acetico, e trattata con una soluzione di bicarbonato sodico, fornisce un precipitato, quasi esente di cloro. — Da queste reazioni dobbiamo dedurre, che l'acqua parzialmente, e gli acidi completamente, decompongono la sostanza.

Io sono attualmente occupato a preparare i derivati della cloral-chinina, come pure di estendere questa reazione agli altri alcaloidi vegetali.

L'azione dell'aldeide sugli alcaloidi vegetali solidi è stata studiata dal Prof. Ugo Schiff (1), dal punto di vista dei prodotti di addizione con eliminazione di acqua ed ha ottenuto risultati negativi. Io, facendo agire la chinina sopra le aldeidi benzoica, nitrobenzoica, ed anisica son riuscito ad ottenere dei nuovi composti, di addizione simili a quelli del cloralio colla chinina, poco solubili nell'etere e nella benzina, molto solubili nell'alcool e nel cloroformio, decomponibili coll'acqua acidulata in sale di chinina e nell'aldeide. Il composto della chinina coll'aldeide nitrobenzoica si rammollisce verso 100° e fonde a 113°-118°.

All'analisi ha dato i seguenti risultati:

Grammi 0,3595 di sostanza bruciati con ossido di rame in presenza di rame, diedero grammi 0,9188 di anidride carbonica e grammi 0,2252 di acqua.

Vale a dire in rapporto centesimale:

Carbonio	69,77
Idrogeno	6,33.

La teoria per la formola:

(1) *Gazz. Chim. Ital.*, Tomo VIII, pag. 189.

$$C^{20} H^{24} N^2 O^2 . C^6 H^4 \left\{ \begin{matrix} N O^2 \\ C O H \end{matrix} \right.$$

richiede su 100 parti

Carbonio	70,31
Idrogeno	6,10.

Il composto della chinina coll'aldeide benzoica fonde da 136°-140°; quello dell'aldeide anisica dà 145°-149°.

Come mi risulta dalla letteratura chimica, i fenoli non si addizionano col clorale, ma in presenza di sostanze disidratanti, dànno dei prodotti, con eliminazione di acqua; così come il fenol ed il timol, dànno col cloralio il *diossifeniltricloretano* ed il *ditimittricloretano*. Io invece sono riuscito ad ottenere per l'azione del clorale sul paracresolo e sul timolo (naturale) senza l'intervento dell'acido solforico, due prodotti di addizione, cioè il: *Paracresol-clorale* ed il *Timol-clorale*.

Mi limito per ora a dare di questi composti solamente un cenno, tanto per pigliarne data, riservandomi a pubblicare fra breve il metodo di preparazione e le proprietà.

Il *Paracresol-clorale* è stato ottenuto in piccoli aghetti, fusibili da 52°-56°; ed all'analisi diede i seguenti risultati:

Grammi 0,3700 di sostanza diedero grammi 0,6000 di cloruro d'argento:

Grammi 0,3268 di sostanza diedero grammi 0,5050 di anidride carbonica e grammi 0,1251 di acqua.

Vale a dire in rapporto centesimale:

Cloro	41,09
Carbonio	41,83
Idrogeno	3,63.

La teoria per la formola:

$$C^6 H^4 \left\{ \begin{matrix} O H \\ C H^3 \end{matrix} \right. C C l^3 . C O H$$

richiederebbe per cento:

Cloro	41,68
Carbonio	42,27
Idrogeno	3,52.

Il *Timol-clorale* fonde da 130°-134°, ed all'analisi diede i seguenti risultati:

Grammi 0,3576 di sostanza diedero grammi 0,5141 di cloruro d'argento.

Grammi 0,2370 di sostanza diedero grammi 0,4128 di anidride carbonica e grammi 0,1275 di acqua.

Vale a dire in rapporto centesimale:

Cloro	35,57
Carbonio	47,47
Idrogeno	5,58.

La teoria per la formola:

$$C^6H^3 \left\{ \begin{array}{l} OH \\ CH^3 \; CCl^3 \, . \; COH \\ C^3H^7 \end{array} \right.$$

richiederebbe:

Cloro	35,77
Carbonio	48,35
Idrogeno	5,04 (*).

(*) Sebbene la scarsezza dei mezzi di questo Laboratorio, dotato di sole 200 lire annue, non mi permettono di lavorare con quella celerità che siffatti lavori meriterebbero, mi sforzerò tuttavia di por termine in breve a questi miei lavori intrapresi.

Il Socio Alfonso Cossa presenta alla Classe un pezzo di quell'areolite che il 16 febbraio scorso cadde ad Alfianello nel Bresciano, rimarchevole per la sua mole straordinaria e pel suo peso. Egli discorre della natura di questo meteorite, accennando a quanto in esso gli fu dato di scoprire con ricerche chimiche e microscopiche.

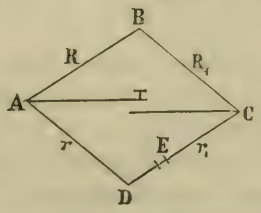
Adunanza del 15 Aprile 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. A. Naccari presenta e legge la seguente Nota del signor Dott. G. Guglielmo

SULLA DETERMINAZIONE DELLA FORZA ELETTROMOTRICE E DELLA RESISTENZA DELLE COPPIE E DELLA FORZA ELETTROMOTRICE DI POLARIZZAZIONE NEL CASO DI CORRENTI INTENSE.

Descrissi tempo fa un metodo assai semplice e comodo per determinare la forza elettromotrice delle coppie a circuito chiuso (1). Se nel noto sistema di reofori indicato dalla figura ove in r_1



trovasi una forza elettromotrice, si pongono i punti B e D in comunicazione colle coppie di quadranti d'un elettrometro, la differenza di potenziale di questi punti quando è $r : r_1 = R : R_1$ (nel qual caso, come è noto, essa deve rimanere costante quando si fa variare mediante la chiusura d'un tasto la resistenza di AC da ∞ a 0) è in relazione assai semplice colla forza elettromotrice, giacchè è: $D : E = (R + r) : (R + R_1 + r + r_1)$ e se $R = R_1$ sarà $E = 2\,D$.

(1) *Atti della R. Accad. delle Scienze*, XVI, 1881.

Siccome nella chiusura del tasto, essendo variata la resistenza del circuito, varierà in generale la forza elettromotrice e quindi l'elettrometro indicherebbe una deviazione anche quando l'anzidetta condizione si verifica, conviene per difendersi da questa perturbazione, seguendo l'indicazione di Lodge (1), separare l'elettrometro non appena chiuso il tasto, ciò che si ottiene facilmente con un'apposita disposizione di esso tasto. Nelle molte esperienze, che ebbi occasione di eseguire, trovai inoltre opportuno d'usare una disposizione, descritta in seguito, che permettesse inoltre di interrompere lo stesso reoforo $A\,C$ non appena separato l'elettrometro, in modo che esso rimanga chiuso per un tempo brevissimo, e così essendo minima la perturbazione prodotta nella coppia, si possa ripetere l'operazione parecchie volte, e così o seguire le variazioni d'una forza elettromotrice, o ottenere una media di parecchi valori di essa.

Un vantaggio non piccolo di questo metodo, oltre alla semplicità e facilità con cui si ottiene con una sola operazione la forza elettromotrice e la resistenza della coppia, è quello di dare queste quantità quali esse sono realmente nelle condizioni variabilissime in cui comunemente si adoperano e non in uno stato speciale, unico, come è quello di circuito aperto, nel qual caso la forza elettromotrice e la resistenza hanno valori senza alcuna relazione semplice nè determinata con quelli a circuito chiuso, sebbene nelle coppie più costanti la differenza non sia grandissima.

Questo metodo potrebbe anche applicarsi, per esplorare la forza elettromotrice di una o più coppie, che agissero per un qualsiasi scopo, giacchè usando R ed R_1 sufficientemente grandi si potrebbe senza turbare sensibilmente l'azione della coppia porre questa in comunicazione colle resistenze r, R ed R_1 e far la determinazione nel modo solito.

Il Wiedemann, nel suo trattato (2), rimprovera a vari metodi, fra i quali quello di Mance, di sottoporre la coppia a correnti di intensità grande e variabile, che producendo bolle di gaz o depositi alterano la resistenza da misurare; tuttavia da esperienze da me eseguite sulla determinazione della resistenza dei liquidi col metodo di Mance o più comodamente con quello di Wheat-

(1) *Philosophical Magazine*, 1877.
(2) Wiedemann, *Galvan.*, 1, 484.

stone e colle correnti ordinarie delle pile risulta, bensì nel caso di resistenze relativamente assai grandi, che perturbazioni di simil genere non hanno influenza sensibile sul valore della resistenza che si misura, neppure quando la sensibilità è superiore ad $^1/_{1000}$; quindi si può supporre, che, anche nel nostro caso, la perturbazione non sia superiore alle variazioni di resistenza inevitabili in una pila.

Cercai in seguito di applicare questo metodo alla determinazione delle forze elettromotrici di polarizzazione, sia formando coppie con lamine grandi di zinco amalgamato in soluzione neutre di solfato di zinco (la cui polarizzazione supponevo nulla), e il metallo da studiare nel liquido opportuno (1), sia aggiungendo inoltre delle coppie, la cui forza elettromotrice separavo da quella dell'apparecchio di polarizzazione portando questo o quelle da r_1 in r, cosicchè la deviazione relativa prodotta nell'elettrometro cambiava segno, e quindi avendo la somma e la differenza delle forze elettromotrici, potevo calcolare il valore di ciascuna di esse (2).

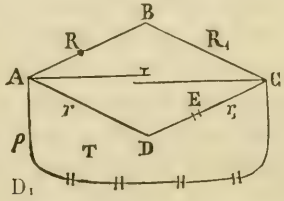
Trovai così nel primo modo per la forza elettromotrice della Smée, quando il platino ha piccolissima superficie e quindi la densità della corrente in essa è molto grande, il valore di 0,48 D e nel secondo per la polarizzazione dello zinco per l'idrogeno nell'acido solforico diluito, nel caso pure di grande densità di corrente il valore notevole di 0,45 D, mentre ordinariamente si ammette nulla, e per la polarizzazione dello zinco amalgamato nella soluzione neutra di solfato di zinco soltanto 0,034 D.

Feci inoltre esperienze variate (3) per dimostrare come i risultati ottenuti col metodo di Fuchs, molto soddisfacenti quando gli elettrodi hanno grandi superficie e la corrente non sia troppo intensa, diventano assolutamente erronei quando queste condizioni siano insoddisfatte, giacchè vedesi *a priori* e risultò dalle esperienze essere allora impossibile (almeno nelle condizioni presenti del metodo) di sottrarsi all'influenza grandissima del pendio del potenziale pel passaggio della corrente. Devesi attribuire a ciò la piccolezza del valore ottenuto da Fromme (4) per la forza

(1) *Rivista scientifico-industriale*, XIII, 282, 1881, 1.
(2) *Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino*, XVII, 1882.
(3) *Riv. scient. ind.*, l. c.
(4) WIEDEMANN, *Annalen der Physik*, XII, 399.

elettromotrice della Smée (0,025 D) quando il platino ha una superficie piccolissima ed è trascurabile la resistenza esterna; ed è pure a tale influenza che devesi probabilmente il valore, certo straordinario (quasi 5 D), ottenuto dallo Streintz (1) per la polarizzazione del platino per l'idrogeno nel caso di correnti intense, valore che le mie esperienze, come si vedrà in seguito, non confermano punto.

Trovai però qualche difficoltà non piccola anche quando volli applicare il mio metodo al caso di elettrodi piccolissimi, e di correnti intense. — La resistenza dell'apparecchio di polarizzazione diviene in tal caso molto grande e molto variabile ed irregolare in causa della formazione di numerose bolle di gaz, o depositi, conduttori o no; dimodochè anche aggiungendo delle coppie per rimediare alla resistenza aumentata, ponendo il voltametro in R che per la sensibilità, è bene abbia una resistenza grande rispetto ad r, tuttavia l'intensità della corrente in un circuito di resistenza 2 $(R + r)$ è piccola, è difficile stabilire, quando si abbia la condizione $r = r_1$ che è ad ogni mo-



mento distrutta, ed inoltre il dover fare due determinazioni per separare la forza elettromotrice delle coppie da quella di polarizzazione rende ancora più incerte e laboriose le determinazioni.

Una piccola modificazione in questo metodo permette di evitare questi inconvenienti. Aggiungiamo al solito sistema di reofori, un reoforo ρ in cui collocheremo una pila sufficientemente intensa, essendo sempre la coppia o l'apparecchio di polarizzazione, di cui si vuol determinare la forza elettromotrice, in r_1; se prendiamo R ed R_1 abbastanza grandi, la corrente della pila passerà quasi esclusivamente per r ed r_1 e noi potremo aumentando il numero delle coppie in ρ, diminuendone la resistenza ottenere in r_1 una corrente dell'intensità voluta. — Prendendo R

(1) Wiedemann, *Annalen der Physik.*, vol. XVII, pag. 841.

minore di R_1 p. es. $^1/_4$ di esso, dovrebbe essere anche r $^1/_4$ di r_1 e quindi diminuirebbe la resistenza totale, ma è da notare che si perde in sensibilità quanto più ci si allontana dalla condizione $R = R_1$. —

L'operazione procede nel modo solito. In virtù del principio di Hehlmoltz sulla sovrapposizione delle correnti (1) possiamo considerare separatamente l'effetto della pila e quello della forza elettromotrice da studiare che chiamerò E. Per la corrente prodotta dalla sola pila, la differenza di potenziale dei punti B e D è nulla tanto prima che dopo la chiusura del tasto se si ha $R : R_1 = r : r_1$ ed è quindi in tal caso senza effetto sull'elettrometro: per effetto della corrente prodotta dalla sola E la differenza di potenziale deve rimanere costante se è verificata tale condizione ed è facile vedere che nonostante l'aggiunta del circuito ρ si mantiene la relazione fra essa e la forza elettromotrice. Di fatti, facendo astrazione come si è detto, dall'effetto già considerato della pila, il potenziale dovrà prendere da A a C tanto in ρ che in $R + R_1$ gli stessi valori che prenderebbe in un conduttore unico equivalente. —

Se non è verificata l'anzidetta condizione, al chiudere del tasto s'avrà una deviazione così per la pila, come per la E e considerando il valore che prendono i potenziali prima e dopo la chiusura del tasto si vede facilmente che le deviazioni sono dello stesso segno se la pila e la coppia sono nello stesso senso.

Le condizioni di sensibilità si ottengono facilmente continuando a considerare separatamente l'effetto della pila e quello della E; vedesi che si avrà un massimo a parità delle altre condizioni per $R = R_1$, per $\rho = 0$; la grandezza di R e di R_1 rispetto ad r ed r_1 è favorevole alla sensibilità; aumentando l'intensità della corrente, la differenza di potenziale dei punti B, D varia notevolmente per piccole variazioni di r rispetto ad r_1 ma quindi cresce anche la sensibilità con cui è indicata l'uguaglianza di r ed r_1.

Possiamo dunque ottenere così, e con una sola operazione la forza elettromotrice e la resistenza sia d'una coppia, sia d'una coppia di elettrodi; possiamo però anche ottenere la polarizzazione di ciascun elettrodo senza ricorrere all'uso d'un elettrodo

---

(1) WIEDEMANN, *Die Lehre der Galvanismus*, t. I, pag. 373.

non polarizzabile, metodo poco sicuro, sia perchè la non polarizzabilità non è mai assoluta, sia perchè richiede l'uso di due liquidi, che, mescolandosi anche in piccola parte, possono condurre a risultati erronei.

Per ottenere la polarizzazione di ciascun elettrodo bisogna portare il filo $D\,T$ fra i due elettrodi, ossia immergerlo nel liquido; ciò introduce una nuova forza elettromotrice e quindi conviene con opportune e facili disposizioni e scegliendo la natura del metallo far sì che essa sia costante e ben nota. In tal modo uno degli elettrodi è passato da r_1 in r, e quindi la deviazione corrispondente alla sua forza elettromotrice ha cambiato segno e la differenza di potenziale osservata nell'elettrometro, diminuita di quella che corrisponde alla forza elettromotrice del filo $T\,D$ nel liquido in cui è immerso, ci dà la differenza delle due polarizzazioni, e poichè conoscevamo già la somma, abbiamo facilmente il valore di ciascuna di esse. Si vedrà in seguito la disposizione pratica seguita per portare $T\,D$ fra i due elettrodi.

Finalmente, portando il filo $T\,D$ da D in D' nel reoforo ρ possiamo determinare nel modo solito la forza elettromotrice e la resistenza della pila, e quindi l'intensità della corrente. È da notare che anzichè aggiungere resistenze in $D'A$ finchè esse siano uguali alla resistenza della pila; ciò che complica e richiede un altro reostato, ed inoltre variando la resistenza del circuito potrebbe causare una variazione nella forza elettromotrice e resistenza della pila, è più conveniente portare l'estremità del reostato R da A verso D finchè la resistenza di $A'A\,D'$ sia uguale a quella di $D'\,C$, poichè così la resistenza totale del circuito rimane quasi assolutamente la stessa, come risulta dal calcolo di questa resistenza. —

Per provare questo metodo l'ho applicato prima ad un caso semplice, ed ho determinato la forza elettromotrice d'una Daniell percorsa da correnti di varia intensità dirette o inverse.

Siccome i reostati comuni avrebbero potuto ricevere danno specialmente se posti in r o r_1 per l'intensità delle correnti, costruii io stesso i reostati che dovetti adoperare. — R ed R_1 erano uguali e costituiti ciascuno da circa 25 metri di filo di pakfong di $^1/_{10}$ di mm. ricoperto di seta impregnata di paraffina, avvolto sopra un tubo di vetro per metà in un senso per metà in senso contrario per evitare possibilmente la produzione d'estracorrente; siccome la seta non ricopriva troppo bene il metallo,

le spire, sebbene vicinissime non si toccavano mai; la corrente in due spire successive andava in direzioni contrarie. r era formato da fili di pakfong ben ricoperti di seta, di 0,6 mm. di diametro, ripiegati per metà ed avvolti su tubi di vetro chiusi in fondo ove poteva porsi dell'acqua per impedire il soverchio riscaldamento del filo. Essi formavano le resistenze 5 *u. S.* 2, 1, 1, 0,5, 0,2, 0,2, 0,1, *u. S;* determinai col ponte di Wheatstone, e per sostituzione ad un campione di unità Siemens le resistenze 1, 1 e 0,5 + 0,2 + 0,2 + 0,1 quindi per sostituzione ad 1 + 1 la resistenza 2 e così di seguito, cosicchè potevo essere abbastanza certo del valore di esse resistenze.

Le differenze di potenziale erano misurate da un elettrometro di Mascart costruito da Carpentier, una coppia di quadranti essendo in comunicazione col punto B, l'altra col punto D e col suolo T per mezzo dei tubi del gas e dell'acqua. L'ago era caricato da una pila secca di Zamboni di 300 elementi, di cui un polo comunicava col suolo; la sua sospensione bifilare era, nelle condizioni di minore sensibilità, ed una Daniell campione, vi produceva una deviazione di circa 52 divisioni. Caricando l'ago con 9 Bunsen ottenni una deviazione di 5,7 per cui la forza elettromotrice della pila secca poteva ritenersi di circa 80 Bunsen. La lettura si faceva mediante cannocchiale e scala distanti circa 1,5 m. dallo specchietto dell'elettrometro e circa $^1/_2$ metro dell'immagine alla scala formata dallo specchietto che è concavo.

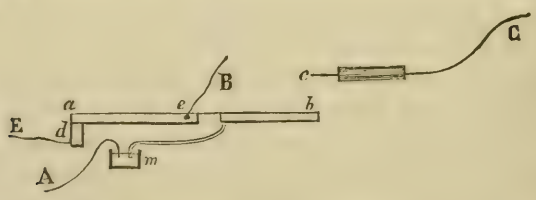
L'elettrometro era stato regolato nel modo solito, in modo da non esser deviato per la carica dell'ago, quando i due quadranti erano in comunicazione fra loro e col suolo; tuttavia le deviazioni prodotte dalla Daniell nei due sensi differivano di circa due divisioni, forse per irregolarità nella sospensione bifilare, o nell'asse di rotazione dell'ago; anche lo zero variava di qualche decimo di divisione dal principio alla fine dell'esperienza, e fu fatta l'opportuna riduzione e correzione.

Anche in queste esperienze ho trovato molto opportuno di aumentare la capacità dei quadranti, ponendo le due coppie in comunicazione colle armature di un condensatore. Senza questo, essendo i fili di comunicazione scoperti, ed i quadranti isolati, bastava lo spostamento d'una mano perchè l'ago deviasse per effetto d'induzione; inoltre l'azione meccanica di chiudere il tasto bastava per produrre elettricità sufficiente per deviare l'ago di una o due divisioni. Questi inconvenienti sparivano coll'uso del conden-

satore che aveva la capacità totale di un microfarad, ma che agiva bene anche con $^1/_{20}$ di detta capacità.

Ho continuato a servirmi dell'elettrometro che aveva già adoperato molte volte in tali ricerche, credo però che si potrebbe usare ugualmente un galvanometro a riflessione, di gran resistenza, che è d'un uso più comune. Non ho fatto prove in tal modo; un inconveniente si ha in ciò che la deviazione alla chiusura del tasto quando non è ancora $R : R_1 = r : r_1$ varia colla durata dell'intervallo fra la chiusura del circuito $A\ C$ e la separazione dell'elettrometro, che quindi dovrebbero essere prodotte non più a mano; è da notare inoltre che coll'elettrometro tale intervallo può essere brevissimo, e l'elettrometro accusa permanentemente la variazione di potenziale avvenuta, mentre col galvanometro, diminuendo la durata di tale intervallo diminuisce anche la quantità di elettricità che attraversa il galvanometro e quindi anche lo spostamento dell'ago.

Per chiudere il reoforo $A\ C$, separare immediatamente dopo l'elettrometro ed immediatamente dopo interrompere nuovamente il reoforo $A\ C$, perchè non avvengano perturbazioni nella coppia usai la seguente forma di tasto rappresentato schematicamente nella figura



Un braccio di rame a d'un bilanciere riposando sopra una colonnetta di rame d isolata ed in comunicazione con una coppia di quadranti pone questa, per mezzo dell'asse di rotazione e, in comunicazione col punto B del circuito; l'altro braccio pure di rame b del bilanciere, isolato dal primo, comunica col punto A. Battendo su questo braccio con una astina di rame c con manico isolante, ed in comunicazione col punto C si chiude il reoforo $A\ C$ e quasi simultaneamente si stacca il braccio a dalla colonnetta e l'elettrometro rimane isolato. Perchè il reoforo $A\ C$ sia interrotto subito dopo, la comunicazione del braccio b con A si fa mediante un prolungamento di esso braccio che pesca in un pozzetto con mercurio m direttamente comunicante con A; regolando

la quantità di mercurio, nella rotazione del bilanciere il prolungamento di b si stacca dal mercurio ed il reoforo è interrotto.

In principio ed in fine d'ogni esperienza osservavo la posizione dello zero: m'assicurai parecchie volte facendo esperienze con sole resistenze metalliche in R, R_1, r, r_1 e colla pila in ρ, che non vi fossero deviazioni irregolari al chiudere del tasto quando era verificata la solita condizione $r = r_1$. — Facevo quindi una determinazione colla coppia da studiare nel circuito, ma senza il reoforo ρ e quindi quasi a circuito aperto a causa della gran resistenza di R ed R_1 quindi ponevo i poli della pila in comunicazione coi punti A e C. Ho fatto esperienze prima con una sola Bunsen in ρ acciocchè apparissero meglio le irregolarità, ove vi fossero, e quindi con 9 Bunsen. Prendendo come ascisse le deviazioni osservate nell'elettrometro, e come ordinate le variazioni nella posizione dell'ago alla chiusura del tasto, si hanno, quando si fa variare r, vari punti parte sopra, parte sotto l'asse delle ascisse, che si scostano assai poco da una retta, la cui intersezione con questo asse ci dà la deviazione cercata per la quale l'ago sta fermo al chiudere del tasto. In tal modo si utilizzano con facilità tutte le osservazioni e si scorgono quelle erronee. Ecco i risultati ottenuti con una Daniell comune, ma caricata con soluzione diluita di solfato di zinco neutro, e soluzione concentrata di solfato di rame puro. La coppia veniva caricata alcune ore prima, e tenuta a circuito chiuso con 20 *u. S.* di resistenza esterna; nella prima delle esperienze con 9 Bunsen il solfato di rame era di quello del commercio. La durata del passaggio della corrente fu di circa 45′, sia per la diretta che per l'inversa. I numeri riportati sono le deviazioni osservate e rappresentano la semi-forza elettromotrice essendo 52 quella totale della Daniell.

	1 Bunsen		9 Bunsen		9 Bunsen		9 Bunsen	
	E	r	E	r	E	r	E	r
Senza le B	26,3	7,1	25,5	6,7	25,4	5,7	25,3	7,7
B dirette	27,5	7,2	24,0	6,7	26	7,3	25,0	7,8
B inverse	25,8	7,2	25,2	2,6	25	5,5	26,2	7,1

Si può osservare talora in questi risultati un aumento nella forza elettromotrice quando la coppia è percorsa da una forte

corrente diretta ed una diminuzione quando la corrente è inversa: siccome però tale fatto non si è presentato costantemente, non avendo fatto uno studio speciale su ciò, ma solo delle prove per l'applicazione del metodo, è probabile che esso dipenda da qualche causa affatto speciale, come p. es.: il contenere il solfato di zinco adoperato altre volte, delle traccie di solfato di rame, come indicava il principio di annerimento degli zinchi. — La resistenza invece decrebbe manifestamente e grandemente e per molto tempo quando la Daniell è percorsa da una forte corrente inversa; interrotta questa e lasciata la coppia per un'intera notte col circuito chiuso da R, R_1 ed r si ebbero i risultati segnati nell'ultima delle esperienze con 9 Bunsen e come si vede la resistenza era di nuovo cresciuta, e nuovamente decrebbe pel passaggio della corrente inversa, che interruppi dopo i pochi minuti occorrenti alla determinazione; ciò è dovuto probabilmente al solfato di rame, che, trasportato dalla corrente, penetra più profondamente che nelle condizioni normali nel vaso poroso e lo rende più conduttore. Nella terza esperienza la determinazione senza le Bunsen fu fatta dopo il passaggio della corrente inversa.

Ho eseguito anche delle esperienze su una Daniell caricata con acqua acidulata, e con solfato di rame del commercio ed ecco i risultati ottenuti:

	Con 4 Bunsen		Con 9 Bunsen	
	E	r	E	r
Senza le B	26,3	2,9	26,3	2,7
Con le B dirette	22,6	2,6	21,0	1,3
» inverse	28,3	2,9	28,6	2,9

Da questi risulta una forte diminuzione della forza elettromotrice quando la coppia è percorsa da una forte corrente diretta ed un aumento quando la corrente è inversa; in questo caso la resistenza parrebbe aumentare per il passaggio della corrente inversa, diminuire per quello della diretta, ciò che sarebbe d'accordo con la spiegazione indicata precedentemente.

Volli fare anche delle esperienze sulla Bunsen ed ecco i valori ottenuti prima su una Bunsen con liquidi nuovi e quindi con una

Bunsen il cui acido aveva una densità di 1,24. La pila in ρ fu sempre di 9 Bunsen il cui acido aveva una densità di 1,27

	Bunsen con liquidi nuovi		Bunsen con liquidi usati	
Senza le *B*	46,0	0,15	42,4	0,15
Con le *B* dirette	45,7	»	42,6	»
» inverse	54,7	»	—	—

Vedesi che anche in questi due casi la forza elettromotrice rimane prossimamente costante; solo quando l'acido nitrico è un po' esausto, la forza elettromotrice è diminuita sensibilmente anche per correnti debolissime. Da questi risultati si può avere una idea della intensità della corrente nelle varie esperienze. —

Finalmente eseguii delle esperienze sulla polarizzazione del platino per l'idrogeno e per l'ossigeno nell'acqua acidulata con acido solforico. Streintz (1) usando fili di platino di $^1/_2$ mm. di diametro, 23 mm. di lunghezza immersi nello stesso vaso alla distanza di 17,5 mm. ottenne col metodo di Fuchs per la polarizzazione del platino per l'idrogeno il valore di 4,7 Daniell quando la corrente era prodotta da 6 Bunsen senza alcuna resistenza accessoria, e di 3,7 *D* quando nel circuito v'era inoltre una resistenza di 5 *u. S.*

Ora, se noi consideriamo la distribuzione locale del potenziale, troviamo passando dal platino negativo al liquido un grande aumento improvviso di potenziale dovuto alla forza elettromotrice del platino polarizzato, indi il potenziale cresce dapprima molto rapidamente (giacchè la resistenza degli strati che avvolgono immediatamente il filo è grande in causa della piccola sezione), quindi più lentamente e regolarmente nella parte mediana fra gli elettrodi, quindi cresce con rapidità crescente fino al platino positivo ove si presenterà una variazione improvvisa di potenziale, ecc. — Ora, per quanto vicino si ponga il sifone all'elettrodo, il sifone e quindi il liquido in cui s'immerge il filo di platino con cui si paragona l'elettrodo hanno

(1) Wiedemann, *Ann.*, XVII, 841.

un potenziale notevolmente più alto del liquido immediatamente a contatto coll'elettrodo, e la differenza di potenziale fra l'elettrodo negativo e il filo campione è uguale alla forza elettromotrice di polarizzazione aumentata dalla differenza di potenziale dovuta al pendìo. — Tale causa d'errore quando gli elettrodi hanno piccola superficie non è evitata neppure quando i due elettrodi sono in due vasi diversi, comunicanti con un sifone, come nelle altre esperienze di Streintz, a meno che la resistenza del sifone non sia tanto grande da rendere trascurabile quella non piccola dalla superficie dell'elettrodo agli strati del liquido più lontani. Le mie esperienze già pubblicate (1) provano infatti che spostando il sifone, varia la differenza di potenziale osservata.

Lo Streintz non indica alcuna precauzione nel porre il sifone, quindi supponendo che si trovasse all'incirca equidistante dai due elettrodi, considerando che la resistenza delle Bunsen è assai piccola e quindi probabilmente assai minore di quella del voltametro, tenendo conto anche della polarizzazione che va sottratta, si può ritenere che la differenza di potenziale dovuta al pendìo fosse da un elettrodo all'altro di circa quattro Bunsen e quindi dall'elettrodo al sifone di due Bunsen, che aumentate del valore ordinario della polarizzazione dànno abbastanza prossimamente (anche con così pochi dati) il valore trovato dallo Streintz.

In un modo analogo si potrebbe calcolare con sufficiente esattezza la forza elettromotrice di polarizzazione vera, nel caso che la pila avesse una forza elettromotrice nota ed una resistenza trascurabile (o in rapporto noto) rispetto a quella fra gli elettrodi.

Io sperimentai col mio metodo, nelle stesse condizioni dello Streintz; l'acido solforico era puro, proveniente dalla casa Trommsdorf. Un vasetto contenente una lamina di zinco amalgamato, in una soluzione di solfato di zinco comunicava colla coppia secondaria mediante un sifone pieno d'acqua acidulata chiuso con carta pergamena dalla parte immersa nel solfato di zinco. — Questa lamina serviva per portare nel modo accennato uno degli elettrodi da r_1 in r; ho creduto conveniente adoperare lo zinco amalgamato invece del platino, la cui forza elettromotrice nel liquido è molto soggetta a variazioni per assorbimento di idrogeno o altre cause. Ponendo nel sifone dell'acqua pura dell'acqua

(1) *Rivista scientifico-industriale*, l. c. —

acidulata, forse per la sua grande resistenza la sensibilità mi parve quasi totalmente annullata.

Usai come pila 9 Bunsen invece di 6 che ne usò Streintz, perchè io aveva in più nel circuito la resistenza r che era prossimamente di 4,5 *u. S.* Le coppie avevano liquidi quasi nuovi, la densità dell'acido nitrico dopo le esperienze essendo di 1,30.

Determinai prima la f. e. della coppia Zn, SO_4 $Zn \mid SO_4$ H_2, Pt che risultò uguale a 72,3 in divisioni della scala, quindi fatta passare la corrente delle Bunsen determinai nel modo solito la resistenza e la forza elettromotrice della coppia secondaria, essendo l'elettrodo negativo in comunicazione col suolo: la prima fu uguale a circa 10 *u. S.* in principio decrescente fino a 4,5 *u. S.* pel riscaldamento del liquido; la semiforza elettromotrice $^1/_2(Pt_H + Pt_O)$ risultò uguale a 48,2 decrescente probabilmente per effetto del riscaldamento fino a 45,2. Posta in comunicazione col suolo la lamina di zinco amalgamato, ossia portando in r l'elettrodo negativo, osservai nel modo solito la deviazione che rimaneva costante alla chiusura del tasto; essa risultò di 74,0 decrescente col tempo fino a 71; diminuita di 72,3 f. e. della coppia Zn, Pt nei rispettivi liquidi essa ci dà: 1,7 e — 1,3 valore di $^1/_2(-Pt_H + Pt_O)$ da cui ricaviamo $Pt_H = 46,5$ ossia riferendo alla Daniell campione 0,894 D, e $Pt_O = 49,9$ decrescenti fino a 43,9, ossia in Daniell 0,96 e 0,844 D. Quando la lamina di zinco è in comunicazione col suolo trovasi in r una metà della coppia secondaria, in r_1 l'altra metà, e quindi non occorre alcuna resistenza addizionale; aggiungendo 5 unità in r e 5 in r_1 la deviazione parve aumentare di due o tre divisioni. — Il liquido si riscaldava fortemente pel passaggio della corrente (usando come pila una sola Bunsen la resistenza era superiore a 25 *u. S.*, colle 9 *B.* la resistenza diminuiva nonostante la produzione di numerose bolle di gas fino a 10 e finalmente 4,5 *u. S.*) e dopo circa tre quarti d'ora attorno ai fili si produceva quasi una vera ebullizione; i primi valori riportati si riferiscono sia per la somma che per la differenza delle polarizzazioni a quando il liquido era ancor freddo. Da esperienze sulla Smée, con correnti meno intense, ma con elettrodi di superficie assai minore, avevo già ottenuto, per la polarizzazione del platino per l'idrogeno, un valore maggiore, ossia di circa 1 D.

Ripeterò che queste esperienze furono eseguite solo come saggio d'applicazione del metodo e per verificare almeno all'in-

grosso il risultato ottenuto da Streintz, e non per determinare il vero valore della polarizzazione del platino, pel quale scopo non feci sufficienti esperienze, nè mi sarei trovato in condizioni favorevoli, mancandomi il tempo opportuno. In esperienze preliminari eseguite due giorni prima, forse perchè le pile con acidi affatto nuovi davano una corrente più intensa avrei ottenuto $^1/_2$ $(P\,t_{\text{H}}+P\,t_0)=56,5$ $(-P\,t_{\text{H}}+P\,t_0)=-19$; quindi $P\,t_{\text{H}}=75$ e $P\,t_0=37$, però nelle esperienze avvennero irregolarità, il sifone non funzionava, e dovetti porre lo zinco nello stesso vaso degli elettrodi.

Esperienze per determinare la polarizzazione degli elettrodi di diversa natura e di superficie piccola in liquidi diversi intrapresi tempo fa, e pubblicai i risultati ottenuti per lo zinco; le sospesi poi dubitando che alcuni valori notevoli fossero dovuti al liquido attorno all'elettrodo non polarizzabile, che nonostante i molti diaframmi interposti giungesse per endosmosi elettrica fino all'elettrodo polarizzabile, e decomponendosi a causa della grande densità della corrente deponesse sull'elettrodo metalli estranei; col metodo presente tale inconveniente essendo evitato, riprenderò possibilmente tali esperienze.

Riguardo alle possibili cause d'errore a cui potrebbe essere attribuita la differenza fra i valori ottenuti da Streintz e da me, osserverò che anche nelle mie esperienze si osserva la forza elettromotrice senza aprire il circuito; solo per verificare se le due resistenze r ed r_1 sono uguali si chiude il tasto, e così si causa una diminuzione notevole ma di brevissima durata, nell'intensità della corrente che passa nella coppia secondaria. Per vedere se queste chiusure producevano effetto sensibile, provai a chiudere il tasto con rapidità diverse, oppure a intervalli molto vicini, ma non osservai variazioni nel risultato, e finalmente osserverò che dato che esse producessero effetto, questo sarebbe una diminuzione nella polarizzazione, la quale, agendo sull'ago, farebbe apparire la resistenza della coppia secondaria maggiore della vera; quindi si aumenterebbe r e la deviazione osservata sarebbe piuttosto maggiore che minore di quella vera; ma come osservai una tale influenza, col tasto da me usato, non mi riuscì di osservare nè nelle esperienze sulla resistenza dei liquidi, nè in queste.

Dal Laboratorio di Fisica dell' Università di Torino,
25 Aprile 1883.

Il Socio Cav. Prof. G. Bizzozero presenta e legge il seguente studio sperimentale, fatto dal signor G. Pisenti sotto la direzione del Prof. G. Tizzoni in Bologna,

SULLE ALTERAZIONI DEL RENE

E

SULLA FORMAZIONE DI CALCOLI RENALI

IN SEGUITO A LEGATURA DELL' URETERE.

Dopo i risultati ottenuti da Charcot e Gomboult (1) dalla legatura del condotto coledoco, molti altri sperimentatori intrapresero analoghe ricerche al fine di stabilire le alterazioni che si determinano in altri organi glandulari in seguito ad ostacolato deflusso del liquido di secrezione.

Fra questi lo Straus ed il Germont (2) si occuparono delle alterazioni del rene in seguito alla legatura dell'uretere, e ne annunciarono di recente i resultati ottenuti; però contrariamente a quanto lo Charcot aveva ottenuto pel fegato, non riscontrarono nessun segno di infiammazione interstiziale nei reni così operati, ciò che attribuirono alle rigorose precauzioni antisettiche adoperate durante l'atto operativo. In questi esperimenti, eseguiti esclusivamente sulle cavie, la secrezione orinaria venne arrestata bruscamente mediante un laccio stretto con una certa forza attorno all'uretere.

Poco tempo dopo il Dott. Boccardi (3) pubblicava una sua nota preventiva sulle lesioni istologiche riscontrate nel rene di un cane nel quale era stata praticata da un mese e mezzo la legatura dell'uretere, e colle quali veniva a contraddire in modo

(1) *Archives de physiol. norm. et pathol.*, 1876, pag. 273.
(2) *Archives de physiol. norm. et pathol.*, 1882, pag. 386.
(3) *Giornale internaz. di Scienze mediche*, 1882, pag. 690.

reciso le asserzioni dello Straus. Ed in vero, mentre quest'ultimo come fatto principale determinato dalla stasi dell'urina riscontrava la dilatazione dei tubuli e l'atrofia dell'epitelio renale, il Boccardi invece *come prima lesione* trova una intensa sclerosi di tutto il connettivo intertubulare, sclerosi che conduceva secondariamente ad alterazioni dell'epitelio dei tubuli, ed in ultimo a distruzione completa del parenchima renale.

In mezzo a questa diversità di opinioni e di risultati, credei opportuno di eseguire una serie di esperimenti onde portare un piccolo contributo sopra codesta questione, ed esaminare se essa dovesse risolversi in un senso piuttosto che in un altro. Il numero degli esperimenti da me praticati è piuttosto limitato, e ciò per la mancanza in Bologna di un laboratorio di Patologia generale e per la difficoltà di tenere animali nel locale dell'Istituto di Zoologia nel quale ho dovuto lavorare.

Gli esperimenti furono eseguiti esclusivamente sui conigli di varia età e grandezza; questi, in generale, sopportano bene l'operazione, che ne' miei casi fu fatta costantemente dalla regione lombare sinistra onde evitare così i pericoli che in genere apporta la lesione ed apertura del peritoneo.

La legatura dell'uretere eseguita dalla regione lombare, come atto operativo, riesce abbastanza facile e spedita: una incisione di 3 centim. circa che parte da mezzo dito traverso al disotto dell'arco costale, e che attraversa la cute e lo strato muscolare, conduce direttamente sul rene, il quale viene facilmente lussato, e portato fuori dalla ferita, esercitando una leggera pressione sulla parete addominale. Tirando allora il rene un po' lateralmente, l'uretere appare sotto forma di un cordone bianchiccio, che si distingue benissimo dai vasi renali per il suo colore e per la sua direzione; si può a questo modo passare con facilità un filo di seta, tenuto a lungo in soluzione acquosa di acido fenico ($^3/_{100}$), attorno all'uretere, e stringerlo tanto da fare su questo una moderata costrizione e da ostacolare alquanto il deflusso dell'orina. Rimesso il rene nella cavità addominale e fatta la sutura della ferita, l'operazione è terminata; in generale la cicatrizzazione della parte operata e la guarigione completa dell'animale non si lasciano attender molto.

L'operazione veniva eseguita in ogni caso con quelle cautele antisettiche che i mezzi piuttosto limitati di cui si disponeva potevano concedere.

Gli animali operati furono 7 e la durata degli esperimenti fu di un tempo assai vario, oscillando fra 15 giorni (Esp. 5) e 184 (Esp. 4).

Siccome il punto principale della questione, che forma soggetto del presente lavoro, consiste specialmente nel verificare se, indipendentemente dallo stimolo che può derivare dall'atto operatorio e dal ristagno dell'orina, ed esclusivamente per effetto della funzione che viene a mancare, si produca la sclerosi del connettivo intertubulare, ed in quali condizioni questo fatto si osservi, così non credo necessario di enumerare partitamente le alterazioni che ho rinvenute nei casi nei quali in seguito alla legatura dell'uretere si ebbe a notare la formazione di una nefrite interstiziale suppurativa e di ascessi più o meno estesi; accennerò solo, in via d'incidenza, che in questi casi le lesioni del parenchima renale in niente differiscono da quelle costantemente osservate nella pielo-nefrite del tipo comune, e che consistono in un'infiammazione interstiziale suppurata o sclerosante, e in una distruzione secondaria di tubuli e di glomeruli renali. Onde non ripetere le stesse cose per tutti gli esperimenti a riguardo dei risultati ottenuti, fra questi scelgo come tipo delle alterazioni sì macroscopiche che microscopiche che presentano i reni con idronefrosi sperimentale, quello che sembrami essere il più interessante, e nel quale si compendiano tutte le fasi dei processi patologici che sogliono rinvenirsi nel parenchima renale.

Esp. 4.

Coniglio vecchio di pelame grigio scuro, operato alla regione lombare sinistra, col metodo sopraindicato, il giorno 20 luglio 1882. Il laccio venne passato attorno all'uretere a circa due centim. dall'ilo e stretto solo moderatamente in modo che l'orina potesse ancora passare, benchè in copia molto minore dell'usato. L'animale risentì pochissimo dall'operazione e in pochi giorni si ottenne la riunione della ferita praticata nella regione lombare e la sua completa guarigione.

19 Gennaio 1883. Si uccide l'animale per dissanguamento; alla sezione della cavità addominale il rene operato si presenta piccolo, deformato, di aspetto lobato, di un colore più pallido del normale. Per mancanza di alterazioni speciali rimane im-

possibile determinare il punto nel quale venne praticata la legatura, e solo si nota che l'uretere nel suo decorso inferiore è più piccolo di quello del lato opposto. Il rene giace sopra un ammasso di pannicolo adiposo che lo avvolge quasi completamente. Estratto si vede che la capsula adiposa, ricchissima di adipe, aderisce intimamente alla capsula propria, sì che in alcuni punti riesce impossibile di separarle. La capsula propria invece, un po' opacata, si stacca con facilità.

Il rene destro è assai più grosso e di un colorito più scuro dell'altro, ed il suo uretere è molto grosso, e a lume dilatato.

Ambi i reni furono iniettati colla massa di gelatina e bleu di Prussia; aperti subito dopo il raffreddamento della massa mostrano i seguenti fatti:

Rene sinistro: la sostanza corticale è diminuita di spessezza specialmente nella porzione che circonda l'ilo; i glomeruli di Malpighi sono ben visibili ad occhio nudo, rilevati sulla superficie del taglio, nello stesso numero a un dipresso di quelli del rene destro; le piramidi sono molto bene accentuate e solo un po' accorciate per la totale scomparsa della papilla renale; la pelvi è deformata; in corrispondenza dell'ilo si nota un ammasso di sostanza bianchiccia, solida, la quale occupa tutto l'ilo sporgendo entro la pelvi, e ricacciando di lato i vasi renali e l'uretere.

Nella pelvi renale si trova un calcolo della grossezza di una veccia, tondeggiante, duro, di colore brunastro, a superficie scabra, granulosa, del peso di gr. 0,06; attorno a questo altri piccoli calcoli della grossezza di un grano di sabbia.

Queste concrezioni calcaree hanno i caratteri macroscopici dei calcoli di urati.

Rene destro: si presenta come nei casi di nefrectomia; è grosso, ipertrofico, la sostanza corticale e la midollare appaiono aumentate di volume; i glomeruli spiccano bene nella sostanza midollare, e le piramidi sono ben sviluppate.

Il rene sinistro venne posto a indurire nell'alcool a graduazione crescente ed ottenuto un sufficiente indurimento se ne fecero delle sottili sezioni microscopiche col microtomo a slitta di Thoma, le quali poi vennero colorate parte col carminio alluminoso, e parte col picrocarminio di Weigert.

Esaminati questi preparati microscopici a debole ingrandimento, mostrano una differenza grandissima di struttura del

parenchima renale nei varii punti della sezione. Nella zona infatti che corrisponde ai raggi midollari, si osserva una colorazione rossa più intensa, determinata dalla presenza di una grande massa di connettivo compatto che circonda strettamente i tubuli, la quale massa fa contrasto con le zone più chiare delle parti vicine, che pare abbia cammino ascendente dalla papilla renale verso la capsula; e ciò si desume con bastante chiarezza dal fatto, che mentre si trova questo connettivo abbondantissimo nella papilla e attorno ai tubuli retti, va poi man mano diminuendo di quantità a misura che si avvicina alla periferia del rene (fig. 4. *B*). A livello di quella zona che corrisponde presso a poco alle anse di Henle, il connettivo in discorso abbandona le dette anse e si raggruppa tutto intorno ai tubuli collettori, seguendo il decorso dei quali sale nella sostanza corticale; raggiunta la capsula si ripiega sotto di questa camminando per breve tratto nella stessa sua direzione senza invadere il connettivo interstiziale dei tubuli contorti (fig. 5, *B*).

Tutto quanto è stato sin qui detto si intenda esposto in modo generale, giacchè nel caso speciale non tutti i tubuli retti e collettori mostrano attorno a loro lo stesso grado di sclerosi. Infatti, mentre in alcuni punti del rene questo processo di sclerosi dei raggi midollari è già molto avanzato, osservansi, sebbene non molto frequentemente, altri di questi raggi nei quali non è quasi per niente aumentata la quantità di connettivo. Così fra le varie sezioni microscopiche, accade alcune volte di trovarne di quelle, anche di una discreta larghezza, nelle quali la proporzione del connettivo interstiziale non eccede in nessuna parte la normale, e che ad un esame molto superficiale potrebbero benissimo esser prese per sezioni di reni normali con semplice dilatazione dei tubuli. Nei punti dove vi ha la sclerosi, i tubuli uriniferi sono molto dilatati, anzi in qualche caso le dilatazioni assumono la forma e le dimensioni di piccole cisti. Anche nelle zone dove il connettivo non è aumentato di quantità i canalicoli si mostrano dilatati; anzi questa è l'unica alterazione che si può rilevare a piccolo ingrandimento con sufficiente chiarezza.

All'esame a forte ingrandimento si presentano grandi diversità di alterazioni fra i tubuli di quelle parti del rene immuni da sclerosi ed i tubi collettori e retti di quelle parti ove esiste una sclerosi interstiziale, per cui sarà utile di studiare separatamente le lesioni di queste due zone.

Zone senza sclerosi.

L'alterazione che si rileva anzitutto con l'osservazione a forte ingrandimento di questa zona del parenchima renale è una dilatazione dei tubuli, sia dei contorti, sia di quelli della porzione ascendente e discendente delle anse di Henle, dilatazione per la quale i sopraddetti tubuli arrivano fino ad acquistare un diametro doppio del normale.

Piacemi ancora di notare a questo riguardo come nelle mie osservazioni l'accennata dilatazione dei tubuli uriniferi, contrariamente alle asserzioni di Straus e Germont, sia assai più manifesta nei tubi collettori, e come vada man mano decrescendo allorchè passa dalla porzione ascendente delle anse di Henle alla porzione discendente di queste, per farsi nuovamente più evidente nei tubi contorti e per comparire appena apprezzabile o per mancare del tutto nelle capsule di Bowmann. La dilatazione procede in modo uniforme, e non mi accadde di veder mai nessun tubulo che presentasse in alcuni punti una dilatazione maggiore in forma di piccola cisti.

Oltre di ciò, per il ristagno dell'orina e per l'alterata funzione del rene, si osservano negli epiteli dei tubuli le seguenti alterazioni. Queste, per l'esame accurato di un gran numero di preparati possono ridursi a tre forme, che rappresentano tre stadii assai ben distinti di uno stesso processo morboso; fra questi si trovano naturalmente dei gradi intermedi di passaggio che, per brevità e comodo di studio, possono benissimo essere trasandati.

In un primo periodo, l'epitelio si presenta piuttosto appiattito, quantunque ritenga ancora il suo aspetto quasi normale, avendo il protoplasma granuloso, i nuclei conservando la loro forma tondeggiante, ed essendo ancora visibili, nella porzione della cellula che poggia sulla parete del tubulo, i bastoncelli dell'Heidenheim. Questo primo grado di appiattimento lo si nota benissimo tanto nell'epitelio dei tubuli contorti quanto in quello della porzione ascendente delle anse di Henle (fig. 6. *A*, *B*).

In un secondo periodo, l'appiattimento è ancora maggiore; il protoplasma è meno granuloso, ed i nuclei fanno sporgenza nell'interno del lume oltre il limite cellulare. In alcuni tubuli gli elementi epiteliali hanno perduto i loro contorni ed il proto-

plasma dell'uno sembra essersi fuso con quello dei vicini, in modo che nell'insieme costituiscono una massa protoplasmatica continua, fornita di nuclei, che circonda e tappezza la parete interna del tubulo; questa di solito presentasi irregolare, sfrangiata, corrosa dalla parte che limita il lume dei tubuli (fig. 6. *C*).

In un terzo periodo finalmente, l'epitelio si riduce ad una lamina sottile, ed i nuclei perdono la loro forma rotonda od ovale per divenire molto allungati e schiacciati. In questa fase l'epitelio cilindrico dei tubuli si è trasformato intieramente in un epitelio comune pavimentoso (fig. 6. *D*, *E*).

Di contro alle accennate modificazioni dei tubuli notate in questa porzione di reni, i glomeruli di Malpighi non presentano alcuna alterazione; è bensì vero che l'iniezione praticata toglierebbe agio a distinguere molti dei minuti cambiamenti che potessero essere intervenuti nelle anse vascolari, ma è vero d'altra parte che l'iniezione completa di tutte queste anse è già una prova abbastanza sicura della integrità relativa dei glomeruli stessi. Nello stesso modo si mantiene inalterato *l'endotelio della capsula di Bowman*, i nuclei del quale spiccano benissimo per le colorazioni messe in opera. Anche i *vasi* sanguigni non presentano nulla di notevole per quanto si può distinguere in preparazioni iniettate.

Zone con sclerosi interstiziale.

Le lesioni dei tubuli circondati da connettivo sclerotico sono assai più importanti ed assai più intense di quelle precedentemente descritte. Come ho detto più sopra, la sclerosi maggiormente si appalesa nei tubi retti, nei tubi collettori ed in quella piccola porzione dei tubuli contorti che si trova vicina alle anse di Henle; questa sclerosi nell'insieme assume l'aspetto di chiazze più dense, sparse qua e là nel parenchima renale, colorate in rosso più fortemente che le altre parti del rene. Queste chiazze di connettivo comprendono nel loro interno i tubuli renali, alcuni dei quali conservano ancora, benchè deformato, il loro epitelio, e di questi tubuli molti hanno *il lume riempito da cilindri jalini* (fig. 5. *D*, fig. 7. 6), mentre altri sono in fasi di distruzione più avanzate (fig. 7. *B*. *D*. *E*).

In questi si osserva dapprima la perdita della parete propria dei tubuli, che si fonde col connettivo interstiziale ispessito, in

mezzo al quale rimane per ultimo, come accenno alla primitiva esistenza di un tubulo un piccolo ammasso di nuclei rotondi (da 4 a 5 o più a seconda del luogo dove cadde il taglio) che si riconoscono per un certo tempo come appartenenti ad elementi epiteliali, per la loro forma e per la loro disposizione (fig. 7. *D*). Di fronte a questi tubuli che presentano fasi distruttive così avanzate, se ne trovano alcuni in mezzo ai fasci stipati di connettivo, benchè ciò succeda raramente, che conservano ancora la loro forma, e questi presentano alcune volte nel loro decorso delle dilatazioni enormi, simili a piccole cisti tappezzate da epitelio schiacciato, ma con nuclei abbastanza ben conservati (fig. 5. *C*, fig. 7. *A*, fig. 8. *E*). Un'altra alterazione dei tubuli, che si riscontra solo nelle parti del rene con sclerosi interstiziale, e che manca assolutamente nelle parti ove questa sclerosi non si osserva, si è la degenerazione calcarea, la quale, in preparati chiusi in balsamo, si presenta sotto forma di granuli di un colore giallo bruno o nero, ora sparsi lungo la parete dei tubuli nel posto prima occupato dagli elementi epiteliali distrutti, ora aggruppati qua e là nel lume del tubulo stesso, ora invece raccolti nell'interno degli epiteli, in alcuni dei quali, in un'ultima fase di questa degenerazione, non si riesce più a vedere che il nucleo colorato in rosso e circondato da una buona quantità dei detti granuli (fig. 8. *A. B. C*).

I glomeruli di Malpighi più lungamente resistono al processo di distruzione. Le modificazioni che in essi si osservano nel periodo avanzato della sclerosi interstiziale ci vengono indicati anzitutto dal fatto, che in questi l'iniezione è incompleta o manca del tutto. Ad una osservazione più attenta, si vede alcune volte che le anse vascolari sono disfatte, e che gli elementi del glomerulo hanno subìto, come gli epiteli dei tubuli, un lento processo di calcificazione; oltre di questo in molti punti i nuclei si colorano più debolmente o non si colorano affatto, ciò che potrebbe benissimo accennare ad un processo di distruzione di queste parti. I nuclei endoteliali della capsula si mantengono per un tempo più lungo nella loro integrità.

I vasi, se si eccettui un certo grado di periangiolite, che si osserva naturalmente dove la iniezione è mancante, e che è secondaria al processo di sclerosi, nient'altro presentano di notevole. È chiaro però che questa lesione dei vasi, per lieve che sia, deve esercitare un'azione dannosa sul parenchima renale, spe-

cialmente per la difficultata nutrizione dei suoi elementi, i quali perciò andranno più rapidamente soggetti a' fenomeni regressivi quando alla primitiva sclerosi interstiziale si aggiunga questa periangiolite. Ciò tanto più, in quanto si conosce già dagli esperimenti di I. Verra (1), che diminuito l'afflusso di sangue che va al parenchima renale con la legatura incompleta dell'arteria che serve a quest'organo, si ottiene una degenerazione calcarea degli epiteli dei tubuli uriniferi come quella da me descritta.

In nessuno dei numerosi miei preparati mi fu dato osservare la presenza di quelle figure caratteristiche osservate nella ipertrofia compensatrice sperimentale descritte in altro lavoro (2), figure che furono interpretate come neoformazioni di tubuli e di glomeruli.

In rapporto alla descritta sclerosi interstiziale parziale del rene, mi preme di far rilevare ancora, come cambi l'intensità di questo processo con la durata dell'esperimento. Così, mentre in animali operati da poco tempo di legatura dell'uretere (da 15 giorni fino a 2 mesi circa) mancano assolutamente questi fenomeni di sclerosi, e si osserva solo una dilatazione dei tubuli con appiattimento ed atrofia dei loro epiteli, in quelli invece nei quali l'esperimento durò più a lungo (da 90 giorni sino a 180) questo processo raggiunge invece il suo maggior grado.

Anche riguardo alla calcolosi renale, questa è stata osservata in tutti i miei esperimenti nei quali non si ebbe suppurazione nei bacinetti, naturalmente con differenza di grado a seconda della durata dell'esperimento. Così, mentre negli animali uccisi ad un tempo relativamente breve dalla praticata operazione le concrezioni calcaree si trovano appena sotto forma di granellini o di sabbia renale, sia liberi nella cavità dei bacinetti, sia attaccati come poltiglia alle pareti di questa, nei casi invece nei quali l'animale fu ucciso molto più tardi, queste concrezioni calcaree assumono invece l'aspetto e la grossezza di veri calcoli di urati (fig. 1. *A*, fig. 3).

---

(1) I. Verra, *Ueber die Folgen des vorübergehenden und daueranden Verschlusses der Nieren arterie.* Virchow's Arch. Bd. LXXXVIII, pag. 197.

(2) Tizzoni e Pisenti, *Studi sperimentali sullo accrescimento fisiolog. e patolog. del rene.* - Comunicazione preventiva. - Archivio per le Scienze mediche, vol. VI. n. 13.

Da quanto son venuto sin qui esponendo risultano chiari due fatti:

1° Che la dilatazione dei tubuli e l'atrofia dell'epitelio renale che si determina per la legatura dell'uretere è un fatto primitivo e non un fenomeno secondario ad un'infiammazione interstiziale prodotta dall'atto operatorio, o dalla stasi orinaria.

2° Che in questi reni così operati si osserva, oltre di questi due fatti, una sclerosi parziale secondaria.

La prima di queste conclusioni concorda pienamente con i risultati degli esperimenti di Straus e Germont, ed esprime la possibilità che l'ostacolo al deflusso dell'orina giunga a determinare un'atrofia primitiva del parenchima renale disgiunta da ogni e qualsiasi processo infiammatorio interstiziale, contrariamente a quanto sarebbe stato osservato per il fegato da altri esperimentatori; mentre la seconda delle conclusioni sopra enunciate annunzia un fatto nuovo che avviene secondariamente nei reni resi atrofici con la legatura dell'uretere.

In quest'ultimo punto i risultati de' miei esperimenti differiscono da quelli di Straus e Germont assai meno di quello che a primo aspetto possa parere, giacchè quantunque essi non abbiano visto prodursi la calcolosi renale, pure ebbero ad osservare un certo grado di ispessimento del connettivo intertubulare, specialmente lungo i tubuli retti del Bellini, il quale ispessimento probabilmente non raggiunse il grado avanzato di sclerosi parziale che è stato osservato ne' miei esperimenti, per le ragioni che verrò in seguito enumerando.

Quanto alla causa, che può aver dato luogo a questa sclerosi parziale secondaria nei reni resi atrofici con la legatura dell'uretere, dobbiamo discutere alcune ipotesi che possono esser portate innanzi per spiegare questo processo interstiziale, e vedere come queste si accordano coi fatti da me osservati. Si potrebbe anzitutto sostenere che questa sclerosi non rappresenti che la sostituzione di un semplice tessuto connettivo al parenchima glandulare, al tessuto epiteliale che si distrugge, e credere che nel rene si ripetano quegli stessi fatti che si osservano in certi tessuti nei quali sono state prodotte delle alterazioni nutritive e funzionali col mezzo del taglio dei nervi. Se non che i soli fatti che questa sclerosi tiene un andamento inverso a quello che segue il processo atrofico primitivo degli epiteli dei tubuli, e che in molti punti del parenchima renale è possibile dimostrare

l'atrofia degli elementi speciali del rene nel suo grado più avanzato, senza che questa sia accompagnata da ispessimento del connettivo interstiziale, valgono subito a mettere da parte questa ipotesi (fig. 6).

Nello stesso modo non può accettarsi l'opinione che questa infiammazione interstiziale parziale sia in rapporto diretto con l'azione traumatica dell'atto operatorio o con l'azione di speciali microbi trasportati sul rene durante l'operazione, sia perchè questa fu eseguita sempre sotto le cautele antisettiche, sia perchè, come ho sempre potuto osservare in quei casi nei quali l'infiammazione riconobbe una simile causa, il processo infiammatorio comparve costantemente come fenomeno primitivo, diffuso a tutto il parenchima renale, benchè con differenza di grado nei varii punti di questo. Ora invece ho potuto osservare nei reni da me studiati, che in quelli appartenenti ad animali uccisi non molto tempo dopo la praticata legatura (da 15 giorni a 2 mesi circa) questa infiammazione manca del tutto, e che invece comparisce e diviene tanto più accentuata quanto più l'animale fu tenuto in vita dopo di essere stato operato; come ho potuto osservare che il processo di sclerosi è sempre parziale e limitato a determinati punti, e che in grosse chiazze del rene è possibile dimostrare un grado massimo di atrofia renale disgiunta dal processo di infiammazione interstiziale sclerosante.

Per tutte queste ragioni mi trovo inclinato ad ammettere che la sopra accennata sclerosi parziale secondaria riconosca per causa uno stimolo che non agisce uniformemente su tutto il parenchima renale, e che determina la sua azione primitiva verso la papilla renale. E siccome dei fatti da me osservati che adempiano a queste condizioni, non vi è altro che quello della calcolosi, così ritengo che questi calcoli sieno la causa della sclerosi parziale secondaria del rene. Ed in vero questa spiegazione si accorda pienamente con le cose da me osservate. Infatti, questa sclerosi fu rinvenuta in tutti quei casi nei quali si potè dimostrare una calcolosi renale; mancò invece in quei casi nei quali l'animale fu ucciso prima che ci fosse stato il tempo necessario di aversi la formazione di questi calcoli; si rinvenne sempre la sclerosi come fatto parziale, più intenso verso la papilla che verso la corteccia del rene, mai come fatto generale; nella sua diffusione questo processo camminò sempre dall'ilo verso la capsula del rene, seguendo l'andamento naturale dei tubuli. Per

tutti questi fatti, ripeto, bisogna accettare di necessità la conclusione che la calcolosi renale sia la causa della sclerosi parziale del rene per lo stimolo che la superficie scabra, bernoccoluta di questi corpi estranei determina nei bacinetti, nella papilla ed in genere sulla parete tutta della pelvi renale, stimolo al quale terrebbe dietro una neoproduzione di tessuto connettivo limitato dapprima alla pelvi ed ai calici renali, indi diffuso al connettivo pericanaliculare dei tubuli retti e dei raggi midollari, dai quali poi si irradierebbe con molta lentezza, per la lontananza del punto originario, al connettivo che circonda i tubuli contorti.

Questa iperplasia del connettivo, come ben si comprende, dà luogo secondariamente a fatti regressivi nell'epitelio tubulare, e nei tubuli, quali degenerazione calcarea degli elementi e distruzione di tubuli. Riesce poi molto facile a spiegarsi come intervengano questi fatti distruttivi ed a darsi ragione della rapidità colla quale si compiono, quando si pensa che questi tubuli per causa della sclerosi e della stasi urinaria vengono a trovarsi fra due pressioni che si esercitano in senso opposto: una dell'orina, cioè, che tende a dilatarli, l'altra della neoproduzione connettivale che tende a schiacciarli e che produce nello stesso tempo grave alterazione vascolare (fig. 7, fig. 8).

L'esito finale di tutto questo processo si è la scomparsa delle parti essenziali del parenchima renale (tubuli e glomeruli), le quali vengono sostituite da un connettivo fibroso con nuclei allungati, in mezzo al quale, come ho altrove accennato, si riscontrano per un certo tempo gli avanzi degli elementi epiteliali dei tubuli, rappresentati da pochi nuclei rotondi che si colorano discretamente col picrocarminio (fig. 7).

Da tutto ciò si può a mio parere dedurre la causa per la quale lo Straus ed il Germont non osservarono la produzione di connettivo, giacchè, mancando la calcolosi, mancava evidentemente lo stimolo che doveva produrre la infiammazione interstiziale.

Che se poi il Dott. Boccardi dopo soli 45 giorni di esperimento riscontrò una larga produzione di connettivo sclerotico, questo molto probabilmente doveva ripetere come causa un processo suppurativo limitatissimo, a focolai microscopici, dal quale si diffondeva l'infiammazione e la sclerosi consecutiva a tutto il connettivo pericanaliculare. Stante poi la difficoltà di distinguere esattamente, come egli osserva, gli elementi indifferenti dalle cellule di pus, potrebbe darsi benissimo che quei piccoli ammassi

di cellule rotonde da lui riscontrati qua e là nel connettivo sclerosato, non fossero che corpuscoli di pus, annidati nelle maglie del connettivo.

Il fatto d'aver prodotto sperimentalmente la calcolosi renale, richiama ancora una questione a lungo dibattuta e non ancora definitivamente risolta. Si ritiene generalmente che poco tempo dopo la occlusione dell'uretere la secrezione dell'orina cessi completamente. È naturale che il continuo afflusso di orina nella porzione d'uretere superiore alla legatura, nella pelvi e nei calici renali debba esercitare una contropressione notevolissima, e su ciò si accordano tutti gli sperimentatori, essendovi solo divergenza di opinione sul grado di pressione necessario per ottenere quest'arresto della secrezione orinaria.

Löbell ha trovato che ciò avviene quando con manometro a mercurio la pressione raggiunge i 7 a 10 mm., mentre Hermann ha osservato che dopo poche ore il mercurio sale lentamente a 40 mm. ed il Cohnheim lo porta sino a 50 a 60, ed ammette che, in seguito a questo ristagno ed alla pienezza dei tubuli d'escrezione e di secrezione, il rene si faccia edematoso, edema che insieme ad altri osservatori non fa dipendere da stasi venosa causata dalla compressione esercitata sui vasi dai tubuli dilatati, *ma bensì da riassorbimento dell'orina.* Questo si deve ammettere pel rene, come per il fegato si ammette il riassorbimento della bile, per occlusione sperimentale o patologica del condotto coledoco. Da ciò chiaramente ne deriva, che come nello stato normale, secondo le ricerche di Ludwig, si riassorbe nel rene una parte di liquido dell'orina, così a più forte ragione deve avvenire questo riassorbimento, ed in proporzione assai maggiore, quando è aumentata la pressione nell'interno dei tubuli in seguito a legatura dell'uretere.

Nè mi pare debba ammettersi a questo proposito che nelle condizioni patologiche le cose vadano all'inverso di quello che vanno nelle condizioni normali, e che per la legatura dell'uretere si faccia prima, come sostiene il Wundt, il riassorbimento dei materiali solidi, onde per questa operazione rimanga indietro un'orina ricca di acqua, e povera di urea e di sali calcarei.

Accettata la spiegazione che dopo la legatura dell'uretere avviene in maggior proporzione che nelle condizioni normali il riassorbimento dei materiali liquidi dell'orina, deve accadere di necessità che al momento nel quale si inizia questo riassorbi-

mento, la pressione dell'orina sulla parete dei canalini deve diminuire, e quindi dall'altro lato, per l'equilibrio della pressione arteriosa che consegue, nuova orina deve formarsi ed esser riversata nei tubuli. Il meccanismo di queste due forme di riassorbimento da un lato e di secrezione dall'altro, si deve prolungare per un tempo piuttosto lungo e precisamente sino a quando le alterazioni gravi negli epiteli renali, e le lesioni in genere di tutto l'organo non costituiscano un ostacolo alla formazione ed al trapelamento dei materiali solidi dell'orina.

Siccome poi queste alterazioni non sono allo stesso grado in tutte le parti del rene, è anco evidente che nei primi tempi la pressione esercitata sugli epiteli non deve essere la stessa in ogni luogo, onde mentre in alcuni tubuli la lesione arriva, come nel laberinto, a un grado estremo di appiattimento degli elementi cellulari tale che i nuclei sporgono dal limite cellulare e in altri l'epitelio si trova quasi completamente distrutto, in altri invece le alterazioni dell'epitelio sono pochissimo rilevanti, e questo appare come di solito granuloso ed in tale stato da poter ancora funzionare.

E per questa differenza di grado nell'atrofia degli epiteli delle varie parti del rene si può spiegare appunto il fatto accennato, che ad onta delle lesioni negli elementi propri del rene, questi possono per un qualche tempo secernere della nuova orina, la quale unendosi con quella già raccolta nella pelvi renale, porta a questa il suo contributo di materiali solidi. Così, per questa continua e lenta formazione e secrezione di urea e di sali calcarei, l'orina raccolta nella pelvi, nei calici e nei tubuli, deve farsi sempre più carica, e contenere una quantità maggiore di parti solide, le quali in ultimo devono depositarsi sotto forma di una materia poltacea, finamente granulosa. In seguito questi granuli si uniscono insieme, si accrescono per nuovi depositi di sali calcarei, in modo da formare dei veri calcoli, varianti in grandezza da un granello di sabbia, ad un grano di veccia; niente esclude poi che le prime deposizioni calcaree possano avere per nuclei dei fiocchi di muco, come succede il più spesso nelle formazioni non sperimentali di queste concrezioni.

Così, il modo di produzione che io accetto pei calcoli da me studiati, sarebbe del tutto identico a quello che si mette innanzi per spiegare la formazione dei calcoli salivari. Questo modo di produzione delle accennate concrezioni calcaree contraddirebbe in

modo esplicito l'opinione che la secrezione orinaria cessi del tutto quando venga ostacolato il deflusso dell'orina, ed escluderebbe la supposizione del Wundt che nella stasi orinaria si riassorbano a prevalenza i materiali solidi dei liquidi.

Conclusioni.

Da quanto son venuto sin qui esponendo ne risulta:

I. Che in seguito a legatura dell'uretere avvengono delle lesioni nel parenchima renale, tanto nella sostanza corticale che nella midollare.

II. Che queste alterazioni primitive del parenchima renale sono una dilatazione dei tubuli ed un' atrofia primitiva (appiattimento) degli epiteli renali.

III. Che queste alterazioni *prime* dell'epitelio renale si debbono riportare insieme alla dilatazione dei tubuli che le accompagna, ad un fatto meccanico, quale è quello della aumentata pressione dell'orina sulle pareti di questi tubuli.

IV. Che la legatura dell'uretere non impedisce per un tempo piuttosto lungo la secrezione orinaria.

V. Che la continua secrezione di orina da un lato e l'assorbimento dall'altro dei materiali liquidi di questa dànno luogo alla formazione di calcoli renali.

VI. Che la presenza dei calcoli nella pelvi renale e nei calici produce nei reni un processo flogistico parziale, secondario, il quale, seguendo il cammino dei raggi midollari, si diffonde sotto forma di sclerosi del connettivo che circonda i tubuli retti, al connettivo che circonda i tubuli contorti.

VII. Che la sclerosi interstiziale porta come ultimo fatto la distruzione dei tubuli renali, la calcificazione dei loro epiteli,

e la formazione di cavità cistiche al disopra del punto nel quale i tubuli furono compressi da questo connettivo.

Prima di chiudere questo mio lavoro sento il dovere di render grazie al chiarissimo Prof. Tizzoni che mi fu illuminata guida nel condurlo a termine, ed al chiar. Prof. Eméry che gentilmente m'accolse nel suo laboratorio.

Bologna, Aprile 1883.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. 1. Esp. 4. Rene sinistro operato di legatura dell'uretere da 180 giorni. *A*. Connettivo che occupa la pelvi. Nella porzione di pelvi libera si nota un grosso calcolo. Grand. natur.

» 2. Rene destro ipertrofico. Grand. natur.

» 3. Calcoli renali isolati. Grand. natur.

» 4. Primo stadio della sclerosi. *A*. Capsula propria molto ispessita. *B* Connettivo sclerotico che circonda i tubuli collettori e che arriva sino alla capsula. *C*. Larga zona di tubuli contorti con epitelio atrofico e senza sclerosi interstiziale. Zeiss. Ing. 26.

» 5. Stadio più avanzato di sclerosi del connettivo interstiziale del rene, che si è estesa dal connettivo dei raggi midollari a quello che circonda i tubuli del laberinto. *A*. Capsula molto ispessita. *B*. Connettivo dei raggi midollari sclerosato. *C*. Tubulo circondato da sclerosi interstiziale con sfiancamento di parete a guisa cisti. *D*. Tubuli con lume occupato da cilindri. *E*. Zona di tubuli con connettivo immune da sclerosi. Ing. 26.

» 6. Tubuli del laberinto con epitelio in varii stadii di atrofia. *A*. Porzione ascendente di un' ansa di Henle. Epitelio quasi normale. *B*. Tubulo con epitelio in primo grado di atrofia. *C*. Tubulo con epitelio in uno stadio ancora più avanzato di atrofia: il protoplasma presenta degli infossamenti fra nucleo e nucleo, ed è scomparso il limite fra cellula e cellula. *D*. ed *E*. Fasi ancora più avanzate di atrofia; i nuclei allungati sporgono oltre il limite cellulare. Zeiss. Ing. 320.

Fig. 7. Tubuli con sclerosi del connettivo. *A*. Sezione longitudinale di un tubulo collettore enormemente dilatato. *B*. Sezione trasversa di un tubulo con epitelio che ha perduto il limite interno, e il limite fra gli elementi. *C*. Cilindro jalino occupante il lume del tubulo. *E*. Tubulo con epitelio in fase di distruzione avanzata. *D*. Resto di tubulo. Si nota un ammasso di nuclei circondati dal protoplasma.

» 8. Ultima fase di distruzione. *A*. Epitelio con degenerazione calcarea. *B*. La degenerazione calcarea ha invaso i nuclei. *C*. Distruzione della parete tubulare, e degenerazione calcarea del protoplasma e dei nuclei. *D*. Connettivo sclerotico. *E*. Sezione longitudinale di un tubulo collettore con epitelio in degenerazione calcarea, e formazione cistica dalla parete.

— Nelle alterazioni del rene, e sulla formazione di calcoli renali in seguito a legat. dell'uretere

Il Socio Cav. Prof. Alessandro DORNA, Direttore dell' Osservatorio astronomico di Torino, presenta all'Accademia, per l'annessione agli *Atti* i seguenti lavori dell'Assistente Dottore Angelo CHARRIER, relativi alle *Osservazioni meteorologiche ordinarie* dell'Osservatorio, state fatte l'anno passato e nel primo trimestre di quest'anno:

1° Riassunti generali delle Osservazioni del 1882;

2° - *a*) Osservazioni dei mesi di Gennaio, Febbraio e Marzo 1883;

b) Diagrammi di dette Osservazioni;

c) Riassunti delle medesime.

Anno XVIII **1883**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Gennaio.

La media delle pressioni barometriche osservate in questo mese è di 39,02; inferiore di mm. 0,67 alla media di Gennaio degli ultimi diciassette anni.

Le variazioni della pressione furono frequenti.

Il seguente quadro ne contiene i massimi ed i minimi:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
1	43,05	3	35,26
6	47,02	8	38,34
9	42,02	11	32,13
12	35,95	13	25,61
15	32,26	16	28,43
20	49,33	22	38,17
23	43,54	26	34,24
29	47,80		

In questo mese la temperatura ha per valor medio 1°,6, superiore di 0°,7 al valor medio di Gennaio degli ultimi diciassette anni — Il minimo valore — 6°,8 si ebbe nel giorno 26, il massimo 11°,2, nel giorno 28.

Si ebbe pioggia o neve in 10 giorni, e l'acqua caduta raggiunse l'altezza di mm. 164,6.

La tabella seguente dà il numero delle volte che spirò il vento nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
4	6	12	5	4	1	0	0	1	18	27	8	5	0	2	1

Anno XVIII **1883**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Febbraio.

Il valor medio della pressione barometrica in questo mese è di 43,33; superiore di mm. 4,53 al valor medio della pressione di Febbraio degli ultimi diciassette anni.

I valori estremi della pressione sono dati dal seguente quadro:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	26,09	5	44,43
6	37,43	10	45,34
13	40,28	15	46,49
16	40,53	21	52,44
26	41,64	27	48,17 .

La temperatura variò fra — 0°,4 e + 17°,6; temperatura minima del giorno 2 e temperatura massima del giorno 23. — Il valor medio 5°,8 supera di 1°,5 quello di Febbraio degli ultimi diciassette anni.

Si ebbe pioggia in otto giorni, e l'altezza dell'acqua raccolta nel piuviometro fu di mm. 44,7.

Il quadro seguente indica la frequenza dei venti:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
1	7	9	4	2	0	1	0	3	15	27	7	3	3	1	2

Anno XVIII **1883**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Marzo.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 31,95, inferiore di mm. 3,37 alla media di Marzo degli ultimi diciassette anni.

Le oscillazioni dell'altezza barometrica desunte dalle osservazioni fatte si hanno dal seguente quadro:

Giorni del mese.	Minimi.	Giorni del mese.	Massimi.
1	35,90	4	49,09
7	21,09	9	27,72
10	16,60	14	36,25
16	30,39	18	36,77
21	24,60	23	39,63
26	22,19	29	42,37 .

La media delle temperature osservate è di 4°, 4, inferiore di 3°, 8 alla media delle temperature osservate in Marzo negli ultimi diciassette anni.

Le temperature estreme + 15°, 3 e — 7°, 3 si ebbero nei giorni 1 e 13.

Nove furono i giorni o con pioggia o con neve, e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 38. 2.

La frequenza dei venti nelle singole direzioni è data dal quadro seguente:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
2	9	8	5	2	0	1	1	0	3	2	1	2	1	2	1

Gli altri lavori sopra accennati vedranno la luce nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia.

Adunanza del 29 Aprile 1883

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. PROSPERO RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Cav. Prof. F. Siacci presenta e legge la seguente Nota del signor Dott. G. Morera

SUL

PROBLEMA DI PFAFF.

Nell'importantissima Memoria del sig. Frobenius sul problema di Pfaff (Crelle's J. B. 82, pag. 230-315) sono largamente e debitamente approfondite pressochè tutte le quistioni relative a questo famoso problema. Ma tanto in questa Memoria quanto in quella recentissima del sig. Darboux (Bulletin des Sc. Math. et Astr., an. 1882, fasc. de Janv. et de Fév.) non è discussa la questione sul minimo numero d'operazioni d'integrazione, che la soluzione del problema di Pfaff richiede, nè mi consta che sia già noto il teorema, che su ciò ho l'onore di comunicare all'Accademia.

M'affretto però a dichiarare, che le recenti scoperte di Lie e Mayer, nella teoria delle equazioni a derivate parziali di 1° ordine, rendono molto facile tale questione.

In questo scritto fo vedere come, utilizzando i bei risultati ottenuti da Mayer nella Memoria « Ueber unbeschränkt integrable Systeme von linearen totalen Differentialgleichungen etc. (Math. Ann. Bd. 5, pag. 448), il metodo di successiva integrazione dato da Clebsch (Crelle's J. Bd. 60) conduca senz'altro al seguente teorema generale.

« *Se un'espressione differenziale lineare è riducibile ad una forma canonica contenente* p *funzioni (tra loro indipendenti) la risoluzione del problema di Pfaff richiede le operazioni:*

$$p-1\,,\ p-3\,,\ p-5\,.\,.\,.\,.\,.\ »\ (*).$$

(*) Lie e Mayer, con operazione s, indicano la ricerca di un integrale qualunque per un sistema di s equazioni differenziali ordinarie di 1° ordine. Con operazione 0 s'intende l'esecuzione di una quadratura.

Questo teorema, nel caso particolare di un'espressione con un numero pari di variabili e per p eguale a questo numero, è pienamente conforme a quello dato da Mayer nel § 6 della Memoria ricordata e trovato da Lie colla sua « Neue Integrationsmethode eines $2n$ — gliedrigen Pfaffschen Problems (Abh. d. G. d. W. zu Christiania, 1873).

§ 1.

Sia l'espressione differenziale

$$u_{dx} = u_1\, dx_1 + u_2\, dx_2 + \ldots\ldots + u_n\, dx_n \;,$$

nella quale $u_1, u_2, \ldots, u_n$ sono funzioni analitiche date delle variabili indipendenti $x_1 \ldots x_n$, e si ponga

$$\Theta_{ik} = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \;.$$

Diremo con Frobenius *classe* dell'espressione differenziale data il numero p $(p \leq n)$ di funzioni (indipendenti), che contiene la sua forma canonica.

Per valutare *a priori* il numero p si hanno i seguenti due teoremi dovuti a Frobenius.

I. *L'espressione differenziale u_{dx} sarà riducibile alla forma canonica $z_1 dy_1 + z_2 dy_2 + \ldots + z_r dy_r$, cioè sarà della classe $p = 2r$, quando nei due determinanti gobbi:*

$$\Delta = \begin{vmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \ldots\ldots & \Theta_{1n} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \ldots\ldots & \Theta_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Theta_{n1} & \Theta_{n2} & \ldots\ldots & \Theta_{nn} \end{vmatrix} \;, \quad \Delta_u = \begin{vmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \ldots\ldots & \Theta_{1n} & u_1 \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \ldots\ldots & \Theta_{2n} & u_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Theta_{n1} & \Theta_{n2} & \ldots\ldots & \Theta_{nn} & u_n \\ -u_1 & -u_2 & \ldots\ldots & -u_n & 0 \end{vmatrix}$$

il più alto grado dei sottodeterminanti, che non svaniscono tutti quanti, è $2r$.

II. *L'espressione u_{dx} sarà invece riducibile alla forma canonica $dy + z_1 dy_1 + \ldots\ldots + z_r dy_r$, cioè sarà della classe $2r+1$, quando il più alto grado dei sottodeterminanti, che non svaniscono tutti quanti, per Δ è $2r$ e per Δ_u è $2r+2$.*

Per riconoscere poi il più alto grado predetto, basta la considerazione dei soli sottodeterminanti principali, perchè « *se in un determinante gobbo svaniscono tutti i sottodeterminanti principali di grado* $2r$, *svaniranno, oltre a tutti i rimanenti sottodeterminanti dello stesso grado, anche tutti i sottodeterminanti di grado* $2r-1$ » (Frobenius, Mem. cit., pag. 244, Cfr. il § 7 della mia nota, « *Sulle proprietà invariantive*, ecc. » presentata a questa R. Acc. nella seduta 11 marzo u. s.).

Se l'espressione u_{dx} è di classe pari $p=2r$, essa si può comporre linearmente colle derivate parziali rispetto alle δx del suo covariante bilineare:

$$\Theta=\delta u_{dx}-du_{\delta x}=\sum_{ik}\Theta_{ik}(\delta x_i\, dx_k-dx_i\,\delta x_k)\ .$$

Invero nelle forme lineari

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\delta x_k}=\Theta_{k1}\,dx_1+\Theta_{k2}\,dx_2+\ldots+\Theta_{kn}\,dx_n\,(k=1,2\ldots n)\ ,$$

$$u_{dx}=u_1\,dx_1+u_2\,dx_2+\ldots+u_n\,dx_n\ ,$$

pel teorema I, fra le prime n ve ne sono allora $2r$ fra loro indipendenti e con queste si possono esprimere tutte le altre.

Mentre, se la classe è dispari, $p=2r+1$, nelle dette forme solo le prime n si possono esprimere linearmente in funzione di $2r$ fra esse e non la u_{dx}, perchè se ciò avvenisse dovrebbero annullarsi tutti i determinanti di grado $2r+1$, formati coi coefficienti delle $n+1$ forme e quindi dovrebbero svanire in Δu tutti i sottodeterminanti di grado $2r+2$, i quali sono funzioni lineari ed omogenee di quei determinanti (Cfr. Frobenius, Mem. cit., § 5).

Nel caso della classe pari sarà adunque possibile soddisfare ad equazioni della forma

$$\sum_k\lambda_k\Theta_{ik}+\lambda u_i=0\qquad(i=1,\ldots n)\ ,$$

essendo λ *essenzialmente diverso da zero*. Inoltre, sempre pel teorema I, per gli stessi moltiplicatori sarà $\sum_k\lambda_k u_k=0$, essendo questa equazione una conseguenza di $2r$ fra le precedenti (Cfr.

Frobenius « Ueber homogene totale Differentialgleichungen » Crelle's J. B. 86, pag. 3).

È questa la ragione per cui nel caso di un'espressione differenziale di classe pari sono compatibili le ben note equazioni differenziali totali

$$\Theta_{i1} dx_1 + \ldots + \Theta_{in} dx_n + \lambda u_i dt = 0 \qquad (i = 1, 2 \ldots n),$$

ove λ è una funzione qualunque, per esempio della variabile ausiliaria t, e queste implicano l'equazione $u_{dx} = 0$.

Invece, se la classe è impari nelle precedenti equazioni, si deve necessariamente porre $\lambda = 0$, cioè si hanno le equazioni differenziali totali

$$\Theta_{i1} dx_1 + \ldots + \Theta_{in} dx_n = 0 \ ,$$

le quali più non implicano $u_{dx} = 0$. E si noti che queste stesse equazioni considerate pel caso della classe pari, danno luogo all'altra $u_{dx} = 0$.

Queste sono le cose che ho creduto bene ricordare al lettore prima di passare al vero oggetto di questa nota.

§ 2.

Consideriamo un sistema di m equazioni lineari ai differenziali totali, fra n variabili:

$$\left.\begin{array}{l} a_1^{(1)} dx_1 + a_2^{(1)} dx_2 + \ldots + a_n^{(1)} dx_n = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_1^{(m)} dx_1 + a_2^{(m)} dx_2 + \ldots + a_n^{(m)} dx_n = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots (\alpha),$$

ove le a designano delle funzioni analitiche di $x_1 \ldots\ldots x_n$. Supporremo naturalmente che le precedenti m equazioni sieno fra loro indipendenti.

Diremo con Frobenius, che queste equazioni costituiscono o non un *sistema completo*, secondochè esse hanno o non m integrali indipendenti fra loro (l. c., § 13).

Per riconoscere se un dato sistema di tali equazioni è o non un sistema completo, si ha il seguente teorema di Frobenius (Mem. cit., pag. 271 e seg.):

La condizione, necessaria e sufficiente affinchè il sistema (α) *sia completo, è che formati tutti i covarianti bilineari dei primi membri delle equazioni di* (α), *questi covarianti svaniscano identicamente, quando vi si ritengano le* $\mathrm{d}x$ *legate tra loro dalle* (α) *e le* δx *legate da queste stesse equazioni, in cui alla caratteristica* d *si sia sostituita la* δ.

È facile verificare direttamente col calcolo (il che non sarebbe neppure necessario) che, se si risolvono le equazioni (α) rispetto ad m differenziali, le condizioni volute dal ricordato teorema coincidono con quelle stabilite da Mayer pella *illimitata integrabilità* del sistema così ottenuto.

Infatti, se il sistema (α) è completo, sarà pure completo qualunque sistema equivalente ottenuto da questo, combinandone linearmente le equazioni ed in particolare anche quella combinazione lineare, che dà la soluzione di (α) rispetto ad m differenziali. Immaginiamo che le (α) si possano risolvere rispetto a dx_{n-m+1}, dx_{n-m+2}, ... dx_n e che risulti

$$dx_i = \sum_{h=1}^{h=n-m} c_i^{(h)} dx_h \quad (i = n-m+1, \ldots, n) \quad \ldots (\beta):$$

allora pel teorema ricordato dovrà essere

$$\sum_{h=1}^{h=n-m} (\delta c_i^{(h)} dx_h - dc_i^{(h)} \delta x_h) = 0 ,$$

ossia:

$$\sum_{h=1}^{h=n-m} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=n} \frac{\partial c_i^{(h)}}{\partial x_\lambda} (\delta x_\lambda dx_h - dx_\lambda \delta x_h) = 0 .$$

E quest'equazione deve divenire identica quando alle dx_λ, δx_λ, pei valori $\lambda = n-m+1$, ..., n, si sostituiscono le espressioni date dalle (β) e dalle analoghe equazioni in δ. Si ha così agevolmente

$$0 = \sum_{h=1}^{h=n-m} \sum_{k=1}^{k=n-m} \left[\left(\frac{\partial c_i^{(h)}}{\partial x_k} - \frac{\partial c_i^{(k)}}{\partial x_h} \right) \right.$$

$$\left. + \sum_{\lambda=n-m+1}^{\lambda=n} \left(\frac{\partial c_i^{(h)}}{\partial x_\lambda} a_\lambda^{(k)} - \frac{\partial c_i^{(k)}}{\partial x_\lambda} a_\lambda^{(h)} \right) \right] \left(\delta x_k dx_h - dx_k \delta x_h \right) ,$$

d'onde si concludono le $\frac{(n-m)(n-m-1)}{2}\,m$ equazioni;

$$\frac{\partial c_i^{(h)}}{\partial x_k} - \frac{\partial c_i^{(k)}}{\partial x_h} + \sum_{\lambda=n-m+1}^{\lambda=n} \left(\frac{\partial c_i^{(ch)}}{\partial x_\lambda} c_\lambda^{(k)} - \frac{\partial c_i^{(k)}}{\partial x_\lambda} c_\lambda^{(h)} \right) = 0 .$$

Troviamo così, com'era ben naturale prevedere, le condizioni dell'illimitata integrabilità date da Mayer (Mem. cit., § 1).

Il problema dell'integrazione del sistema completo (α) è equivalente a quello di un sistema completo (nel solito senso di Clebsch, Crelle's J. B. 65) di $n-m$ equazioni lineari alle derivate parziali, il quale, in generale, non è Jacobiano; mentre la integrazione del sistema (β) equivale a quella di un sistema Jacobiano.

Trattandosi adunque dell'integrazione di un sistema completo qualunque (α), dopo averlo ridotto alla forma (β), potremo senza altro applicarvi i risultati ottenuti da Mayer pei sistemi integrabili di quest'ultima forma.

§ 3.

Consideriamo dapprima il caso di un'espressione differenziale u_{dx} di classe pari, cioè riducibile alla forma $z_1 dy_1 + \ldots\ldots + z_r dy_r$. Allora, come già notammo precedentemente, le $n+1$ equazioni differenziali totali

$$\left.\begin{array}{ll} \Theta_{i1} dx_1 + \ldots + \Theta_{in} dx_n + \lambda u_i dt = 0 & (i = 1 . 2 \ldots n) , \\ u_1 dx_1 + \ldots + u_n dx_n \qquad\qquad = 0 & \end{array}\right\} (\gamma) ,$$

ove λ è una funzione della sola t, si riducono a $2r$ fra loro distinte, e però sono risolvibili rispetto a $2r$ differenziali. Fra questi si può sempre far figurare λdt; poichè, se ciò non fosse, in Δu dovrebbero svanire tutti i sottodeterminanti di grado $2r$, in cui figurano elementi dell'ultima colonna, il che per un noto teorema (*) richiederebbe l'annullarsi di tutti i rimanenti sottodeterminanti di grado $2r$ in Δu.

(*) Questo teorema (che si dimostra facilmente per mezzo del teorema di Kronecker) è stato dimostrato nel § 5 della mia Nota già ricordata.

È ora facile dimostrare che il sistema (γ) è completo. Infatti consideriamo l'espressione differenziale τu_{dx}, ove τ indica una nuova variabile indipendente; per quest'espressione il covariante bilineare è:

$$\tau(\delta u_{dx} - d u_{\delta x}) + \delta \tau u_{dx} - d\tau u_{\delta x} ;$$

Se ora si pone $d \log \tau = -\lambda dt$, e si eguagliano a zero le derivate parziali di questo covariante rispetto alle δx e δt, si hanno precisamente le equazioni (γ). Ma d'altra parte è noto (Frobenius, Mem. cit., § 19) *che quel sistema d'equazioni differenziali totali, che si ottiene eguagliando a zero tutte le derivate parziali, rispetto alle* δ, *del covariante bilineare di qualsiasi espressione differenziale, è sempre un sistema completo*, dunque le (γ) costituiscono un sistema completo.

Se ora si risolvono le (γ) rispetto a λdt ed a $2r-1$ delle dx, per esempio $dx_{n-2r+2} \ldots dx_n$, per queste ultime risulteranno delle espressioni, che non contengono affatto la variabile t e che per ciò costituiscono di per sè, come manifestamente apparisce dalla dimostrazione del precedente §, un sistema completamente integrabile di $2r-1$ equazioni.

Questo sistema di $2r-1$ equazioni differenziali totali suolsi chiamare *il* 1° *sistema di Pfaff.*

È ben noto che i suoi integrali sono funzioni delle variabili

$$\frac{z_1}{z_r}, \frac{z_2}{z_r}, \ldots\ldots, \frac{z_{r-1}}{z_r}, y_1, y_2 \ldots y_r,$$

e che perciò, se si designano con $v_1 \ldots\ldots v_{2r-1}$ $2r-1$ qualunque de' suoi integrali, fra loro indipendenti, sarà identicamente

$$u_{dx} = \rho(V_1 dv_1 + \ldots + V_{2r-1} dv_{2r-1}) \quad \ldots (\delta),$$

ove le V sono funzioni delle sole v e ρ non è esprimibile in funzione delle sole v (*).

(*) Il sig. Darboux nella Memoria citata dà delle dimostrazioni molto semplici di questo e di altri teoremi, di cui fo uso in questa Nota.

§ 4.

Immaginiamo ora di conoscere uno qualunque degli integrali del 1° sistema di Pfaff, per esempio v_{2r-1}; questo integrale dovrà certamente contenere alcune delle variabili $x_{n-2r+2} \cdots\cdots x_n$ e supponiamo che contenga x_n.

Poniamo $v_{2r-1} = v^{(0)}_{2r-1}$, essendo $v^{(0)}_{2r-1}$ una costante arbitraria; da questa equazione ricaviamo il valore di x_n e sostituiamolo nella (δ). Risulterà:

$$u^{(1)}_{dx} = \rho^{(1)}(V^{(1)}_1 dv^{(1)}_1 + \ldots + V^{(1)}_{2r-2} dv^{(1)}_{2r-2}) ,$$

ove

$$u^{(1)}_i = u_i + \frac{\partial x_n}{\partial x_i} \qquad \big(i = 1, 2, \ldots (n-1)\big) ,$$

e $V^{(1)}_1 \ldots V^{(1)}_{2r-2}$ sono funzioni delle sole $v^{(1)}_1 \ldots v^{(2)}_{2r-2}$.

La nuova espressione differenziale $u^{(1)}_{dx}$ è certamente riducibile alla forma $z^{(1)}_1 dy^{(1)}_1 + \ldots + z^{(1)}_{r-1} dy^{(1)}_{r-1}$ e non ad una forma con minor numero di funzioni, come ora vedremo. Inoltre quando siasi effettivamente trovata questa forma canonica si può immediatamente avere quella di u_{dx}. Infatti, se in u_{dx} immaginiamo sostituita alla variabile x_n la sua espressione ed in questa consideriamo $v^{(0)}_{2r-1}$ come una nuova variabile; mettendo di poi per $v^{(0)}_{2r-1}$ la funzione v_{2r-1} si ha identicamente

$$u_{dx} = u^{(1)}_{dx} + u_n \frac{\partial x_n}{\partial v^{(0)}_{2r-1}} dv_{2r-1}$$

$$= z_1 dy_1 + \ldots + z_{r-1} dy_{r-1} + \left[u_n \frac{\partial x_n}{\partial v^{(0)}_{2r-1}} - \sum_{\rho=1}^{\rho=r-1} z_\rho \frac{\partial y^{(1)}_\rho}{\partial v^{(0)}_{2r-1}} \right] dv_{2r-1} ,$$

ove colle y e z si intendono rappresentate le $y^{(1)}$ $z^{(1)}$, nelle quali per $v^{(0)}_{2r-1}$ siasi messo v_{2r-1}. Di qui risulta ovviamente che la classe di $u^{(1)}_{dx}$ non può essere inferiore a $2(r-1)$; poichè, se ciò accadesse, u_{dx} risulterebbe di classe inferiore a $2r$.

Per queste considerazioni il problema della riduzione a forma canonica dell'espressione u_{dx} di classe $2r$ è ricondotto, dopo aver

trovato un integrale qualunque del relativo 1° sistema di Pfaff a quello per un'espressione $u^{(1)}_{dx}$ di classe $2(r-1)$.

Quest'ultima si può trattare precisamente collo stesso metodo e così successivamente, sicchè la risoluzione del problema proposto si riduce: *alla ricerca di un integrale qualunque del* 1° *sistema di Pfaff per un'espressione di classe* $2r$; *di un integrale del* 1° *sistema di Pfaff per un'espressione di classe* $2(r-1)$;

» » » » » » » » . . $2(r-2)$;

. . . . . .

» » » » » » » » » 4

» » » » » » » » » 2.

Il metodo d'integrazione qui rapidamente indicato è quello dato da Clebsch nella 1ª delle sue memorie sul problema di Pfaff (Crelle's J. B. 60), coll'insignificante differenza che Clebsch prende per base del metodo d'integrazione i sistemi di equazioni a derivate parziali lineari, corrispondenti ai sistemi di equazioni differenziali totali, che qui sono considerati.

§ 5.

La determinazione di un integrale qualunque del 1° sistema di Pfaff per un'espressione differenziale di classe $2r$, ossia di un sistema illimitatamente integrabile di $2r-1$ equazioni differenziali totali, si riduce, secondo il già citato lavoro di Mayer, alla ricerca di un integrale per un sistema di $2r-1$ equazioni differenziali ordinarie (Mem. cit., § 5), ossia richiede un'operazione $2r-1$. Questo integrale sarà per esempio della forma

$$x_n^{(0)} = \varphi_n(x_1 \ldots x_n),$$

ove $x_n^{(0)}$ indica il valore iniziale, arbitrario, della variabile x_n (corrispondente ai valori iniziali, arbitrariamente scelti pelle variabili indipendenti $x_1 \ldots\ldots x_{2r-1}$). Siffatto integrale sarà *certamente* risolvibile rispetto ad x'_n, sicchè, procedendo come sopra dicemmo, potremo formare l'espressione $u^{(1)}_x$ di classe $2(r-1)$.

Pel primo sistema di Pfaff di $u^{(1)}_{dx}$ avremo, con un'operazione $2r-3$ un integrale

$$x^{(0)}_{n-1} = \varphi_{n-1}(x_1 \ldots x_{n-1} x_n^{(0)}) ,$$

e per mezzo di questo, eliminando da $u^{(1)}_{dx}$ la x_{n-2}, formeremo una nuova espressione $u^{(2)}_{dx}$ di classe $2(r-2)$, la quale si può trattare collo stesso metodo, ecc.

Adunque colle operazioni $2r-1$, $2r-3$, ... 3, 1 si trovano le r funzioni seguenti:

$$\begin{aligned}
x_n^{(0)} &= \varphi_n \quad (x_1 x_2 \ldots x_{n-1} x_n) ; \\
x^{(0)}_{n-1} &= \varphi_{n-1} \quad (x_1 x_2 \ldots x_{n-1} x_n^{(0)}) ; \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots , \\
x^{(0)}_{n-r+1} &= \varphi_{n-r+1}(x_1 \ldots x_{n-r+1} x^{(0)}_{n-r+2} \ldots x_n^{(0)}) ,
\end{aligned}$$

e queste, dopo avervi sostituite alle $x^{(0)}$ le espressioni date dalle equazioni stesse, somministrano le r funzioni $y_1 \ldots\ldots y_r$, che risolvono il problema di Pfaff.

Trovate le funzioni $y_1 \ldots\ldots y_r$, le funzioni $z_1 \ldots\ldots z_r$ si determinano colle equazioni lineari

$$u_i = z_1 \frac{\partial y_1}{\partial x_i} + \ldots + z_r \frac{\partial y_r}{\partial x_i} .$$

E con ciò il teorema è dimostrato pelle espressioni differenziali di classe pari.

§ 6.

Supponiamo ora che l'espressione differenziale u_{dx} sia di classe impari $2r+1$. In questo caso si ha da considerare il seguente sistema di equazioni differenziali totali:

$$\Theta_{i1} dx_1 + \Theta_{i2} dx_2 + \ldots + \Theta_{in} dx_n = 0 \quad (i = 1, 2 \ldots n) .$$

Questo sistema, pel teorema di Frobenius rammentato al § 3, è completo e consta, pel teorema II, di $2r$ equazioni distinte.

Queste equazioni costituiscono per l'espressione di classe dispari $(=2r+1)$ considerata il 1° *sistema di Pfaff*.

Immaginiamo al solito che il 1° sistema di Pfaff sia risoluto rispetto a $2r$ differenziali, poniamo $dx_{n-2r+1} \ldots\ldots dx_n$, allora vi potremo applicare il metodo d'integrazione di Mayer.

Sia $v_1 \ldots\ldots v_{2r}$ un sistema qualunque di integrali fra loro indipendenti del 1° sistema di Pfaff (è chiaro che questi integrali dovranno essere indipendenti per rispetto alle variabili $x_{n-2r+1} \ldots\ldots x_n$), allora si avrà, com'è noto,

$$u_{dx} = d\varphi + V_1 dv_1 + \ldots + V_{2r} dv_{2r} ,$$

ove $V_1, \ldots V_{2r}$ designano funzioni delle sole $v_1 \ldots v_{2r}$ e φ è una certa funzione, non esprimibile per le sole v.

Se ora tra le variabili x si stabilisce la relazione $v_{2r} = v_{2r}^{(0)}$ ove $v_{2r}^{(0)}$ è una costante arbitraria e per mezzo di questa si elimina una delle $x_{n-2r+1} \ldots\ldots x_n$, per esempio la x_n, avremo dalla precedente equazione l'altra

$$u_{dx}^{(1)} = d\varphi^{(1)} + V_1^{(1)} dv_1^{(1)} + \ldots + V_{2r-1}^{(1)} dv_{2r-1}^{(1)} ,$$

ove le $V^{(1)}$ sono funzioni delle sole $v^{(1)}$. Di qui si conclude che $u_{dx}^{(1)}$ è della classe $2r-1$ (ma non di classe minore) e, con un ragionamento simile a quello del § precedente, che conoscendosi la forma canonica di $u_{dx}^{(1)}$ si ha immediatamente quella di u_{dx}.

Pel teorema di Mayer si ottiene un integrale del 1° sistema di Pfaff di u_{dx} con un'operazione $2r$, allora applicando lo stesso metodo ad $u_{dx}^{(1)}$ con un'operazione $2r-2$ se ne dedurrà una nuova espressione differenziale $u_{dx}^{(2)}$ di classe $2r-3$ e così di seguito. In fine si giungerà ad un'espressione $u_{dx}^{(r)}$ di classe 1, cioè ad un differenziale esatto, la cui riduzione a forma canonica richiede una quadratura, che indichiamo come operazione O. Questo processo d'integrazione, salvo il notevole perfezionamento, che vi porta il teorema di Mayer, fu dato pure da Clebsch (Mem. cit., § 9). Concludiamo adunque che la risoluzione del problema di Pfaff per un'espressione differenziale di classe $2r+1$ richiede le operazioni

$$2r,\ 2r-2,\ 2r-4, \ldots\ldots 4,\ 2,\ 0 .$$

Talchè il teorema enunciato nella prefazione resta dimostrato, e per le espressioni differenziali di classe pari e per quelle di classe impari.

Da questo teorema si hanno subito due corollarii interessanti. Se si applica il metodo di Pfaff all'integrazione completa di una equazione a derivate parziali di 1° ordine, che contiene la funzione incognita ed n variabili indipendenti, si riconosce immediatamente, che l'espressione differenziale da ridursi a forma canonica è di classe $2n$, e però quell'integrazione richiede le operazioni

$$2n-1\,,\ 2n-3\,,\ldots\ldots 3\,,\ 1\ .$$

Se invece in quell'equazione la funzione incognita non vi figura, essendo ancora n il numero delle variabili indipendenti, si trova agevolmente che l'espressione differenziale da ridursi a forma canonica è della classe $2n-1$ e però la completa integrazione di quell'equazione richiede le operazioni

$$2(n-1)\,,\ 2(n-2)\,,\ldots\ldots 4\,,\ 2\,,\ 0\ .$$

Del resto, questi risultati sono ben noti (Cfr. per esempio la Mem. di Lie « Begründung einer Invariaten-Theorie der Berührungs-Transformationen » § 7. Math. Ann. B. VIII).

Pisa, 15 Aprile 1883.

Il Socio Comm. Prof. Alfonso Cossa presenta e legge una Nota del signor Dott. G. Mazzara

SOPRA L'AZIONE

DI

ALCUNE ALDEIDI AROMATICHE

SULLA CHININA.

In una precedente nota sull'azione del cloralio sulla chinina (*), presentata a questa R. Accademia, ho descritto un composto di addizione che la chinina forma col cloralio, ed ho accennato che le aldeidi come il cloralio, sono capaci di fornire dei derivati di addizione colla sovradetta base. Dalle ulteriori ricerche che ho fatte e che sono registrate in questa nota risulta che l'aldeide nitrobenzoica forma colla chinina un composto definito e relati-

(*) Nel fascicolo 12 (anno VI) del *Farmacista italiano* di Napoli, il signor Giuseppe Tarozzi descrisse un composto bianco-cristallino, solubile nell'acqua, da lui ottenuto per l'azione del solfato di chinina sopra l'idrato di clorale e lo chiamò solfocloroliato di chinina. Sciogliendo nell'acqua bollente o nell'alcool bollente, nelle proporzioni indicate dal sullodato autore, il solfato di chinina e l'idrato di clorolio ottenni pure una massa cristallina di composizione variabile, solubile nell'acqua, che presentava gli stessi caratteri sopra accennati a proposito del solfocloroliato di chinino. Questo composto analizzato dapprima e poscia ricristallizzato dava all'analisi una sensibile diminuzione di cloro, ed in una terza ricristallizzazione non presentava più che traccie di cloro appena visibili. Dopo tutte queste esperienze giova il credere che il solfocloroliato di chinina stato descritto, non sia un vero composto chimico, ma bensì un miscuglio di solfato di chinina con idrato di clorole, la cui solubilità nell'acqua probabilmente dipende dalla presenza dell'idrato di clorole.

Anche nel 1877 il signor Carlo Pavesi di Mortara descrisse un composto da lui chiamato solfo tartro cloroliato di chinino, il quale risulta di un miscuglio di solfato di chinino, di acido tartrico e di idrato di clorole.

vamente stabile, mentre le aldeidi benzoica ed anisica danno dei prodotti che, attesochè abbiano composizione molto vicina a quella dei prodotti di addizione, pure mi lasciano ancora dubitare sulla loro natura. Pertanto sono costretto da condizioni tutte personali a rendere noti i risultati sin'ora avuti, ma non tralascio di lavorare sull'argomento onde arrivare a stabilire la vera natura dei corpi che ho per le mani.

Azione dell'aldeide metanitrobenzoica sulla chinina.

Il prodotto di addizione dell'aldeide benzoica colla chinina è stato ottenuto col seguente metodo: si scioglie la chinina nel cloroformio, ed alla soluzione si aggiunge la quantità equimolecolare di aldeide nitrobenzoica (10 grammi di chinina, sopra 3 grammi di aldeide nitrobenzoica): si riscalda per un certo tempo a ricadere e si distilla indi buona parte del cloroformio impiegato. Il residuo della distillazione coll'aggiunta di un eccesso di etere anidro o di benzina fornisce ben tosto un precipitato bianco giallastro gelatinoso, simile all'idrato d'allumina. Per purificarlo, si getta sopra un filtro, si asciuga fra carta ed indi si scioglie nel cloroformio e si riprecipita con etere. Il prodotto, così ottenuto, asciugato dapprima fra carta, poscia nel vuoto in presenza di acido solforico, si presenta sotto l'aspetto di una massa amorfa, gialla, inodora, di gusto dapprima insipido, poscia amaro, solubissima nell'alcool e nel cloroformio. Collo spontaneo evaporamento di queste soluzioni, si deposita allo stato solido, amorfo; fonde a 113°-118°.

Cogli acidi diluiti si scompone in aldeide nitro benzoica o nei rispettivi sali di chinina. È in parte solubile in un miscuglio di cloroformio e di etere.

All'analisi diede i seguenti risultati:

Grammi 0,3595 di sostanza: bruciati con ossido di rame, in presenza di rame, fornirono grammi 0,2252 di acqua e grammi 0,9188 di anidride carbonica.

Vale a dire in rapporto centesimale:

Carbonio	69, 77
Idrogeno	6, 33.

La teoria per la formola:

$$C^{20}H^{24}N^{2}O^{2} \qquad C^{6}H^{5}COHNO_{2}$$

richiede per cento:

Carbonio	70, 31
Idrogeno	6, 10.

Azione dell'aldeidi benzoica ed anisica sulla chinina.

Ho sciolto della chinina nel cloroformio ed alla soluzione ho aggiunto la quantità equimolecolare di aldeide benzoica. Il tutto riscaldato per un certo tempo, liberato per distillazione da maggior parte del cloroformio, indi trattato con etere diede una massa gelatinosa, la quale si è ridisciolta nel cloroformio e si è riprecipitata con etere. La sostanza così ottenuta si presenta sotto forma di una massa bianca, la quale, asciugata nel vuoto, in presenza di acido solforico fonde a 136°-40°.

Questa sostanza è alquanto solubile a caldo nella benzina; si scioglie nell'alcool, ma da questa soluzione collo svaporamento si deposita pure vischiosa al pari della precedente. Dalla soluzione cloroformica si deposita allo stato solido, ma senza struttura cristallina.

Operando nel modo sopradescritto ho fatto agire l'aldeide anisica sulla chinina. La soluzione cloroformica trattata con benzina o con etere anidro ha fornito un precipitato che si presenta anch'esso sotto forma d'una sostanza gelatinosa, che, disseccata nel vuoto, costituisce una polvere bianca, inodora, fusibile a 145°-149°.

Ho fatto agire infine sulla chinina della paraldeide; ottenni mediante aggiunta di etere un precipitato gelatinoso, il quale si sciolse nell'eccesso di etere. Detta soluzione svaporata spontaneamente all'aria, lasciò depositare una sostanza, che separata dal liquido, lavata con etere ed asciugata nel vuoto in presenza di acido solforico diede all'analisi i seguenti risultati:

Grammi 0,3835 di sostanza bruciati con ossido di rame, in presenza di rame, diedero gr. 0,2976 di acqua e gr. 1,0472 di anidride carbonica.

Vale a dire per cento:

Carbonio	74, 49
Idrogeno	8, 55.

La teoria per la formola della aldeide e chinina

$$C^{20} H^{25} N^{2} O^{2} . CH^{3} . COH:$$

richiede per cento:

Carbonio	71, 71
Idrogeno	7, 60

e per quella della chinina

Carbonio	74, 07
Idrogeno	7, 70.

Questi risultati ci dimostrano che la paraldeide non si combina colla chinina.

Nell'ultimo fascicolo del « Berichte der deut. Gessel. » il signor Rhoussopoulos ha pubblicato una Memoria nella quale descrive un prodotto di addizione di cloralio con chinolina. Non è improbabile che quest'ultima base si comporti anche colle aldeidi come la chinina.

Io estenderò le ricerche ora intraprese ancora sulle altre basi terziarie per vedere se è reazione generale di tutte le basi terziarie il combinarsi col cloralio.

Dal Laboratorio di chimica, R. Scuola Veterinaria.
Torino, Aprile 1883.

Il Socio Cav. Alessandro DORNA, Direttore dell'Osservatorio astronomico della R. Università di Torino, presenta all'Accademia per l'annessione agli *Atti*, in continuazione delle precedenti, le *Osservazioni termografiche e barografiche* del 1° trimestre di quest'anno, state dedotte dall'Assistente Prof. Donato LEVI coi registratori dell'Osservatorio.

Queste Osservazioni verranno stampate nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia, e che va annesso agli *Atti*.

In questa adunanza vien letto il lavoro del sig. Dottore Alessandro PORTIS, intitolato « *Nuovi studi sulle traccie attribuite all'uomo pliocenico* »; ed è approvato per la stampa nei volumi delle *Memorie*.

L'Accademico Segretario
A. SOBRERO.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

PEANO — Sulla integrabilità delle funzioni . . . . . *Pag.* 307

CURIONI — Risultati di esperienze sulle resistenze dei materiali . . » 315

BELLARDI — Relazione sulla Memoria del sig. Dott. Alessandro PORTIS intitolata: *Nuovi studi sulle traccie attribuite all'uomo pliocenico* . . . . . » 325

CAMERANO - Ricerche intorno alle aberrazioni di forma negli animali ed al loro diventare caratteri specifici . . . . . » 327

MAZZARA — Sopra un nuovo composto di chinina col cloralio . . » 347

COSSA — Presentazione di un pezzo di areolite caduto il 16 febbraio scorso ad Alfianello nel Bresciano . . . . . » 352

GUGLIELMO — Sulla determinazione della forza elettromotrice e della resistenza delle coppie e della forza elettromotrice di polarizzazione nel caso di correnti intense . . . . . » 353

PISENTI — Sulle alterazioni del rene e sulla formazione di calcoli renali in seguito a legatura dell'uretere . . . . . » 367

DORNA — Lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino . . . . . » 385

MORERA — Sul problema di Pfaff . . . . . » 389

MAZZARA — Sopra l'azione di alcune aldeidi aromatiche sulla chinina » 401

DORNA — Alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino . . » 405

APPROVAZIONE per la stampa nei volumi delle *Memorie* del lavoro del Dott. Alessandro PORTIS . . . . . » 405

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVIII, DISP. 6ª (*Maggio* 1883)

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali.

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Maggio

1883.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 20 Maggio 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio SIACCI presenta e legge la seguente Nota del Dott. G. PEANO

SULLE

FUNZIONI INTERPOLARI.

Sia $f(x)$ una funzione della variabile complessa x, uniforme, continua, ed avente derivata per tutti i valori di x rappresentati da punti nell'interno d'un campo C; e siano

$$x_1 \; x_2 \; x_3 \ldots\ldots$$

valori di x nell'interno dello stesso campo. Le funzioni interpolari

$$f(x_1 \; x_2) = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}, \quad f(x_1 x_2 x_3) = \frac{f(x_1 x_2) - f(x_1 x_3)}{x_2 - x_3}, \ldots$$

si possono esprimere mediante integrali presi lungo il contorno di C. Invero si ha la formula

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(t)\,dt}{t - x};$$

dando ad x i valori x_1 ed x_2, si ricava l'espressione

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(t)\,dt}{(t - x_1)(t - x_2)},$$

ed in generale la funzione interpolare d'ordine $n-1$ diventa:

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(t)\,dt}{(t-x_1)(t-x_2)\ldots(t-x_n)} \quad \ldots (1),$$

l'integrazione dovendosi fare lungo il contorno del campo C in modo da avere a sinistra il suo interno.

Si riconosce subito da questa espressione della funzione interpolare che essa è funzione simmetrica, e continua delle variabili $x_1 \ldots x_n$; se i valori di queste variabili tendono tutti verso uno stesso valore x, la funzione interpolare tende verso $\frac{f^{(n-1)}(x)}{(n-1)!}$, perchè si ha la formula:

$$f^{(n-1)}(x) = \frac{(n-1)!}{2\pi i}\int_C \frac{f(t)\,dt}{(t-x)^n},$$

e se si fanno solamente eguali alcuni dei valori di $x_1 x_2 \ldots x_n$, la funzione interpolare si può esprimere mediante valori di $f(x)$ e di sue derivate, perchè basta decomporre la frazione

$$\frac{1}{(t-x_1)\ldots(t-x_n)}$$

in frazioni semplici, e l'integrale nella somma di più integrali della forma $\int \frac{f(t)\,dt}{(t-x_i)^\alpha}$.

Si ha l'identità:

$$\left.\begin{aligned} f(x) = f(x_1) + (x-x_1)f(x_1x_2) + \ldots \\ + (x-x_1)\ldots(x-x_{n-1})f(x_1x_2\ldots x_n) + R_n \end{aligned}\right\} \ldots (2),$$

dove

$$R_n = (x-x_1)\ldots(x-x_n)f(x_1x_2\ldots x_n x),$$

ovvero

$$R_n = \frac{1}{2\pi i}(x-x_1)\ldots(x-x_n)\int_C \frac{f(t)\,dt}{(t-x_1)\ldots(t-x_n)(t-x)} \ldots (3).$$

Suppongasi ora che le quantità $x_1 x_2 x_3 \ldots$ crescano in numero indefinitamente; $f(x)$ sarà sviluppabile in serie colle funzioni

interpolari ove R_n abbia per limite zero col crescere indefinitamente di n. Potremo esaminare alcuni casi in cui questo avviene.

1° Caso.

Suppongasi $x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = x_0$; si ritrova la serie di Taylor.

2° Caso.

Suppongasi $\quad x_1 = x_3 = x_5 = \ldots = a$

e $\quad x_2 = x_4 = x_6 = \ldots = b$,

prendendo $2n$ termini della serie interpolare, si ha:

$$f(x) = f(a) + (x-a) f(a,b) + (x-a)(x-b) f(a,b,a)$$
$$+ (x-a)^2 (x-b) f(a,b,a,b) + \ldots\ldots + R_{2n}, \quad \ldots (4)$$

ovvero sommando a due a due i termini della serie precedente si ha:

$$f(x) = (\alpha_0 + \beta_0 x) + (x-a)(x-b)(\alpha_1 + \beta_1 x)$$
$$+ \left[(x-a)(x-b)\right]^2 (\alpha_2 + \beta_2 x) + \ldots\ldots$$
$$\ldots + \left[(x-a)(x-b)\right]^{n-1} (\alpha_{n-1} + \beta_{n-1} x) + R_{2n},$$

e

$$R_{2n} = \frac{1}{2\pi i} (x-a)^n (x-b)^n \int_c \frac{f(t)\,dt}{(t-a)^n (t-b)^n (t-x)}.$$

Per vedere quando R ha per limite zero, si immagini nel piano rappresentativo della variabile x, la curva luogo dei punti tali che il prodotto delle loro distanze da a e da b sia una costante k^2. Variando k^2 trovansi infinite curve (ovali di Cassini), e facendo crescere k^2 da zero in su, ogni nuova curva contiene nel suo interno le precedenti. Si immagini la più grande delle curve del sistema, nel cui interno $f(x)$ è uniforme e continua; $f(x)$ è sviluppabile secondo la serie indefinita (4) per tutti i valori di x interni a questa curva.

Invero sia k^2 il parametro di questa curva; pongasi

$$k_1^2 = \text{mod}\,(x-a)(x-b)$$

sarà $k_1^2 < k^2$ supposto x interno alla curva; si consideri una terza quantità k_2^2 tale che $k_1^2 < k_2^2 < k^2$; si facciano le integrazioni lungo il contorno della curva di parametro k_2^2, che contiene x nel suo interno, ed è tale che nel suo interno, e sul suo contorno $f(x)$ è uniforme e finita.

Detta A una quantità maggiore dei moduli di $f(t)$, ove t percorre il contorno della curva k_2^2, h una quantità minore dei moduli di $t-x$, (il modulo di $t-x$ non potendo mai essere nullo, perchè t trovasi sulla curva k_2^2 ed x nel suo interno), l la lunghezza di questa curva, si ha:

$$\text{mod } R_{2n} < \frac{1}{2\pi}\left(\frac{k_1}{k_2}\right)^n \frac{Al}{h},$$

e siccome $\frac{k_1}{k_2} < 1$, col crescere indefinitamente di n R_{2n} ha per limite zero, *c. v. d.*

L'ovale di Cassini, nel cui interno è valida la serie precedente, può constare di due parti staccate, ed $f(x)$ deve essere uniforme e continua nell'interno di ciascheduna di queste parti. Nulla però impedisce che i valori assunti da $f(x)$ in questi due campi possano appartenere a due funzioni analitiche del tutto differenti.

Esempi: 1° Pongasi $a = +1$, $b = -1$, onde $(x-a)(x-b) = x^2 - 1$. Sia $f(x) = \frac{1}{x^2}$; questa funzione è discontinua per $x = 0$, onde la massima ovale di Cassini, di fuochi $+1$ e -1 nel cui interno $f(x)$ è continua è la lemniscata; quindi si ha che $\frac{1}{x^2}$ è sviluppabile in serie ordinata secondo le potenze di $x^2 - 1$ (i coefficienti essendo funzioni lineari di x), e si ha:

$$\frac{1}{x^2} = 1 - (x^2-1) + (x^2-1)^2 - (x^2-1)^3 + \ldots .$$

serie convergente pei valori di x nell'interno della lemniscata.

Essa è divergente per $x = 0$.

Moltiplicando la serie precedente per x si ricava la serie

$$\frac{1}{x} = x - x(x^2-1) + x(x^2-1)^2 - \ldots$$

convergente, ed avente per somma $\frac{1}{x}$ per x interno alla stessa lemniscata; essa però è ancora convergente per $x=0$, ed ha per somma zero.

3° Si moltiplichi la prima serie per k, e si sommi termine a termine colla seconda; si avrà la nuova serie:

$$\frac{k+x}{x^2} = (k+x) - (k+x)(x^2-1) + (k+x)(x^2-1)^2 - \ldots$$

la quale è convergente nell'interno della stessa lemniscata; essa poi è ancora convergente, ed ha per somma zero, per $x=-k$, e siccome k è arbitrario, il valore $-k$ può essere rappresentato da un punto esterno alla lemniscata; onde si deduce non essere vero che la serie (4) sia *divergente* per ogni valore di x esterno alla più grande curva del sistema non contenente nel suo interno punti di discontinuità o di diramazione. Ritornerò su questo concetto.

4° Si può formare una serie del tipo (4), convergente nell'interno della stessa lemniscata, e che valga $+x$ quando la parte reale di x è positiva, e $-x$ quando la parte reale di x è negativa. Questa serie è:

$$\pm x = 1 + \frac{1}{2}(x^2-1) - \frac{1}{2.4}(x^2-1)^2 + \frac{1.3}{2.4.6}(x^2-1)^3 - \ldots$$

5° Più generalmente la serie:

$$f(x) = 1 + m(x^2-1) + \frac{m(m-1)}{1.2}(x^2-1)^2$$
$$+ \frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3}(x^2-1)^3 + \ldots.$$

è convergente pei valori di x nell'interno della stessa lemniscata, e ha per somma, nell'ovale contenente $+1$, x^{2m}, e nell'ovale contenente -1, $(-x)^{2m}$.

6° È anche a notarsi la serie

$$f(x) = x^2 - x^2(x^2-1) + x^2(x^2-1)^2 - \ldots\ldots$$

che si ottiene moltiplicando quella del 1° esempio per x^2. Interpretandola solamente per x reale, essa è convergente purchè x sia compreso fra $-\sqrt{2}$ e $+\sqrt{2}$, ed ha per somma sempre 1, eccettuato per $x=0$, dove la somma è zero.

Essa poi è anche convergente, ed ha per somma *uno* nell'interno della solita lemniscata.

3° Caso.

Generalizzando la discussione precedente, si deduce che, ponendo

$$\begin{array}{l} x_1 = a_1,\ x_2 = a_2,\ \ldots x_n = a_n\ , \\ x_{n+1} = a_1,\ x_{n+2} = a_2,\ \ldots x_{2n} = a_n\ , \\ x_{2n+1} = a_1,\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ , \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ , \end{array}$$

e

$$\varphi = \varphi(x) = (x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)\ ,$$

la funzione $f(x)$ è sviluppabile in serie della forma:

$$f(x) = \psi_0 + \varphi\psi_1 + \varphi^2\psi_2 + \ldots\ldots$$

dove $\psi_0\ \psi_1\ \psi_2 \ldots$ sono polinomii interi di grado $n-1$ in x; e la serie è convergente per tutti i valori di x compresi nell'interno della più grande curva luogo dei punti per cui è costante il prodotto delle distanze dai punti $a_1\ a_2 \ldots a_n$, nel cui interno $f(x)$ sia uniforme e continua.

Potendo questa curva constare di più parti staccate (n al massimo), la serie precedente può rappresentare in campi distinti funzioni analitiche diverse.

È ancora a notarsi che la serie precedente può essere convergente per valori di x fuori della curva accennata; potrebbesi dimostrare che questo non può avvenire al più che per $n-1$ valori di x; ma lascierò in disparte questa dimostrazione.

4° Caso.

Suppongasi che le quantità $x_1 x_2 \ldots x_n \ldots$ ammettano un sol valore limite a, in modo cioè che in ogni intorno di a cadano infinite quantità del sistema proposto, e siano in numero finito quelle non contenute in questo intorno. Dico che la serie ottenuta colle funzioni interpolari è convergente pei valori di x interni al massimo cerchio di centro a, e nel cui interno $f(x)$ è continua e univoca; inoltre la stessa serie è pure convergente pei valori di x, esterni al cerchio, ma eguali a qualcuna delle quantità $x_1 x_2 x_3 \ldots\ldots$

Invero sia R il raggio di questo cerchio; pongasi

$$\rho = \text{mod}\,(x-a)\ ;$$

onde essendo x interno al cerchio, $\rho < R$; si prenda r in modo che $\rho < r < R$, ed $\varepsilon < \frac{r-\rho}{2}$; centro in a con raggio ε descrivasi un cerchio; nel suo interno trovansi infiniti punti del sistema $x_1 x_2 \ldots$, e un numero finito di essi trovansi esternamente; sia n un numero maggiore degli indici dei punti esterni al cerchio di raggio ε; sarà:

$$2\pi i R_{n+p}$$
$$= (x-x_1)\ldots(x-x_n)(x-x_{n+1})\ldots(x-x_{n+p})\int_c \frac{f(t)\,dt}{(t-x_1)\ldots(t-x_{n+p})(t-x)}\ ,$$

onde

$$2\pi\ \text{mod}\ R_{n+p}$$
$$< \text{mod}\frac{(x-x_1)\ldots(x-x_n)}{(t-x_1)\ldots(t-x_n)}\,\text{mod}\frac{(x-x_{n+1})\ldots(x-x_{n+p})}{(t-x_{n+1})\ldots(t-x_{n+p})}\frac{A}{h}\,2\pi r\ ,$$

ove $A > \text{mod}\, f(t)$ quando t percorre il cerchio di raggio r, ed $h < \text{mod}\,(t-x)$, il quale modulo non è mai zero, anzi il suo valore minimo è $x-\rho$. Ora

$$\text{mod}\,(x-x_{n+1}) < \text{mod}\,(x-a) + \text{mod}\,(x_{n+1}-a)$$

ossia

$$\text{mod}\,(x-x_{n+1}) < \rho+\varepsilon\ ;\ \text{e}\ \text{mod}\,(t-x_{n+1}) > r-\varepsilon$$

onde

$$\text{mod}\,\frac{x-x_{n+1}}{t-x_{n+1}} < \frac{\rho+\varepsilon}{r-\varepsilon} < 1\ ,$$

e
$$\text{mod}\, R_{n+p} < \text{mod}\, \frac{(x-x_1)\ldots(x-x_n)}{(t-x_1)\ldots(t-x_n)} \left(\frac{\rho+\varepsilon}{r-\varepsilon}\right)^p \frac{A}{h} r\ ,$$

e facendo crescere indefinitamente p, si ottiene

$$\lim R_{n+p} = 0\ , \qquad c.\ v.\ d.$$

Se poi si fa x eguale a qualcuna delle quantità $x_1\, x_2 \ldots$ la serie si riduce ad un polinomio, ed è perciò convergente.

Esempio. — Vogliasi sviluppare in serie colle funzioni interpolari una funzione tale che per $x=0$ vale 1, e che per $x=1$; e dintorni vale zero. Basta prendere $x_1=0$, $x_2=x_3=\ldots=1$; si ottiene la serie

$$f(x) = 1 - x - x(1-x) - x(1-x)^2 - x(1-x)^3 - \ldots$$

convergente per tutti i valori di x compresi nel cerchio di centro 1 e di raggio uno, ed avente per somma zero; convergente pure per $x=0$, ed avente per somma uno.

5° Caso.

Ogni funzione $f(x)$ continua ed uniforme in tutto il piano è sviluppabile in serie colle funzioni interpolari corrispondenti ad argomenti che non crescano indefinitamente.

Invero sia R maggiore del modulo di $x\, x_1\, x_2 \ldots$, e si prenda per contorno, lungo cui si integra, un cerchio di raggio $R' > R$, e sufficientemente grande; sarà $\text{mod}\, \frac{x-x_n}{t-x_n} < \frac{2R}{R'-R}$, che posso supporre <1, perchè basterà prendere $R' > 3R$; il resto della serie è

$$R_n = (x-x_1)\ldots(x-x_n)\, \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{f(t)\, dt}{(t-x_1)\ldots(t-x_n)(t-x)}\ ,$$

e quindi

$$2\pi\, \text{mod}\, R_n < \left(\frac{2R}{R'-R}\right)^n \frac{1}{R'-R} A \,.\, 2\pi R'\ ,$$

essendo $A > \text{mod}\, f(x)$, ove t percorra il cerchio di raggio R'; onde $\lim.\ \text{mod}\, R_n = 0$, $\quad c.\ v.\ d.$

Il Socio Cav. Prof. G. Basso presenta e legge la seguente Nota del P. Francesco Denza:

LE

AURORE POLARI IN ITALIA

NELL' ANNO 1882

NOTA PRIMA

L'aurora polare del 16-17 Aprile 1882

Negli anni 1870-72, nei quali accadde l'ultimo massimo undecennale di fenomeni aurorali, tenni informata l'Accademia dei più importanti di tali fenomeni osservati in Italia in quell'epoca.

Continuando nella stessa via, diedi già contezza dell'aurora del 31 gennaio 1881, la prima di qualche importanza osservata nelle nostre regioni nell'attuale nuovo periodo di massimo, e l'unica apparsa tra noi nell'anno suddetto. Ora darò notizia delle più rilevanti apparizioni aurorali dell'anno testè decorso 1882, le quali accaddero il 16-17 aprile ed il 19-20 aprile; il 2 ottobre ed il 17 novembre.

In questa prima Nota dirò dell'aurora del 16-17 aprile, la quale, sebbene non vista in Italia, si manifestò tuttavia per altri importanti fenomeni meritevoli di studio speciale. Il ritardo della presente comunicazione deriva soprattutto dal tempo richiesto per raccogliere gli elementi che mi erano necessari per trattare l'argomento nel modo più completo che mi fosse possibile.

I.

Fenomeni luminosi.

1. *Estensione.* — Dalle stazioni italiane non mi pervenne alcuna notizia di apparizioni luminose nei giorni 16 e 17 aprile; e neanche della rimanente Europa e di tutto l'antico continente mi venne fatto di raccogliere notizie di parvenze aurorali.

Per contro, il fenomeno fu splendidissimo nell'emisfero occidentale (partendo dal meridiano dell'isola del Ferro), dove fu visto per gran tratto di paese nelle regioni del settentrione e del mezzodì, fu cioè un'aurora boreale ed australe ad un tempo.

Al Nord l'aurora fu visibile su grandissima parte del vasto territorio degli Stati Uniti, dall'Atlantico al Pacifico; e dalle regioni più settentrionali, che dalla Nuova Scozia vanno allo Stretto di Behring, sino alle più meridionali del Canale della Florida, degli Stati del Golfo, del Sud del Texas, del Nuovo Messico e della California. Il fenomeno cioè si estese sin quasi al tropico; e fu pure osservato su molti battelli grandi e piccoli.

Al Sud l'apparizione si lasciò vedere in molti punti della Nuova Zelanda, cioè sino alla latitudine di circa 40 gradi; e, argomentando dallo splendore con cui si mostrò in tali regioni, essa forse si sarà propagata eziandio a latitudini più basse, rimanendo inosservata per manco di osservatori.

2. *Fasi.* — Non mi fermerò a descrivere le fasi della apparizione, non essendo state osservate nelle nostre contrade; esse d'altronde furono le consuete delle grandi aurore. Dirò solamente che l'aurora fu brillantissima nella più gran parte dei luoghi, sia dell'emisfero australe come del boreale, e quale non si era più vista da molti anni.

Nel primo emisfero, dove le osservazioni furono assai più estese e più numerose, l'intensità del fenomeno andò diminuendo colla latitudine; e nei luoghi più meridionali, come nella Key West, una delle Chiavi della Florida, catena di isole che si protendono al sud del Canale dello stesso nome, e ad Indianola nel mezzodì del Texas, l'apparizione si riduceva ad una luce diffusa e pallida a settentrione, intorno al meridiano magnetico.

3. *Ora e durata.* — Su questo elemento mi fermerò alquanto; perchè esso, come ben si avvisa il Donati nella sua importante Memoria sull'aurora del 4-5 febbraio 1872, è essenzialissimo per la teoria delle aurore polari.

A tal uopo, tra' luoghi che mi fu dato raccogliere, ho scelto quelli, nei quali si assegnò con maggiore approssimazione l'ora del principio e della fine dell'apparizione e quella ancora della massima fase.

Riporto innanzi tutto le coordinate geografiche di questi luoghi. Vi ho aggiunto, come elemento importante, anche lo *Steamer* americano *Vandalia*, su cui fu osservato attentamente il fenomeno nelle acque della Florida.

Le longitudini sono riferite a' meridiani di Greenwich e del Ferro. Per questo secondo meridiano, come si è già detto, anche le stazioni australi sono comprese nell'emisfero occidentale.

Luogo d'osservazione	Longitudine da Greenwich	Longitudine dal Ferro	Latitudine
Eastport, Ma.	4^h 20^m W.	3^h 10^m W.	46° 55′ N.
Washington, D. C.	5 8	3 58	38 53
Vandalia	5 13	4 3	30 10
Chicago, Ill.	5 50	4 40	41 52
Indianola, Te.	6 26	5 16	28 52
Visalia, Cal.	7 57	6 47	36 20
San Francisco, Cal.	8 10	7 0	37 48
Wellington, N. Z.	11 39 E.	11 11 W.	42 18 S.
Christchurch, N. Z.	11 31	11 19	43 34
Taimaru, N. Z.	11 25	11 25	44 20

Il numero delle stazioni prescelte non è certamente grande; ma esse sono così ben disposte, ed i dati sono indicati con tale approssimazione, che riescono sufficienti per condurre ad importanti conclusioni.

Ecco pertanto le ore approssimate del principio, del massimo e della fine dell'aurora, determinate in ogni stazione, in tempo medio di ciascun luogo. È da notare che nelle stazioni della Nuova Zelanda, essendo forse il fenomeno già incomin-

ciato al tramonto del sole, l'ora del principio è per le medesime alquanto incerta.

Luogo d'osservazione	Giorno Aprile	Ora in tempo medio locale del Principio	Massimo	Fine
Eastport	16 – 17	8h 0m p.	da 10h 0m a 11h 30m	h ? m
Washington ..	16 – 17	9 54	» 10 0 » 11 0	4 0 a.
Vandalia	16 – 17	10 0	» 10 0 » 11 0	4 30 »
Chicago	16 – 17	9 40	» 10 0 » 11 0	5 0 »
Indianola	16	10 0	»	10 30 p.
Visalia	16 – 17	8 35	» 8 35 » 9 0	4 0 a.
San Francisco	16 – 17	8 15	» 9 0 » 11 0	4 0 »
Wellington . .	17	6 0 p.	7 0	9 0 p.
Christchurch..	17	6 0	7 0	?
Taimaru	17	?	7 0	?

Da questo prospetto risulta che:

1° Nell'emisfero boreale l'aurora cominciò tra le 8 e le 10 di sera, cioè dopo che l'oscurità della notte era già inoltrata.

Essa continuò sino all'alba; e in alcuni luoghi, come sulla *Vandalia* ed a Chicago, si perdette nella luce del giorno.

2° Nell'emisfero australe l'apparizione era già cominciata prima che il cielo si oscurasse; terminò invece prima della mezzanotte, intorno alle 9 di sera.

3° In generale, l'ora del cominciamento, in tempo locale, non è molto diversa da un luogo all'altro; essa però va anticipando da oriente ad occidente.

4° Il massimo della fase nei paesi più orientali degli Stati Uniti accadde anch'esso press'a poco alla stessa ora del luogo, intorno alle 10 pom. del tempo locale. La stessa cosa ebbe luogo nei paesi posti ad occidente, siccome pure negli altri della Nuova Zelanda; nei primi si ebbe tra le 8 e mezzo e le 9, nei secondi verso le 7 di sera. Perciò anche l'ora del massimo anticipò sull'ora locale, col progredire da oriente verso occidente.

E qui importa non poco avvertire che, se la longitudine delle stazioni della Nuova Zelanda si riferisce al meridiano del Ferro,

le ore del fenomeno da esse assegnate sarebbero della sera del 16 e non già del 17, come computano quegli osservatori, i quali si riferiscono al meridiano di Greenwich. È perciò che in questa discussione tali stazioni si considerano come poste ad occidente delle altre tutte degli Stati Uniti.

Per metter meglio in evidenza il reale andamento dell'apparizione aurorale sulla superficie terrestre, riporto appresso le ore del principio dell'aurora, come della massima sua fase, in ciascuna stazione: tutte ridotte allo stesso meridiano, cioè a quello di Greenwich. Lascio l'ora della fine, perchè, come ho detto, essa è rimasta incerta nella maggior parte delle stazioni americane pel sopravvenire del giorno.

Luogo d'osservazione	Ora in tempo medio di Greenwich del principio dell'aurora	del massimo
17 Aprile 1882		
Eastport	0h 20m ant.	9h 20m ant.
Washington	3 2	3 8
Vandalia	3 3	3 13
Chicago	3 30	3 50
Indianola	4 26	»
Visalia	4 32	4 32
San Francisco	4 25	5 10
Vellington	6 21 ant.	7 21 ant.
Christchurch	6 29	7 29
Taimaru	»	7 35

Da questo prospetto si vede a colpo d'occhio, come i fenomeni luminosi dell'aurora hanno cominciato nelle stazioni più orientali, e si sono avanzati progressivamente verso le più occidentali; impiegando circa quattro ore per percorrere otto ore di longitudine, quante ne passano tra il meridiano di Washington e quello di Christchurch e Taimaru.

Meglio ancora ciò si rileva, se si raccolgono le stazioni stu-

diate in tre gruppi, mettendo insieme quelle che hanno longitudini più prossime, cioè:

Gruppo	1°	Washington,	Vandalia,	Chicago,
»	2°	Indianola,	Visalia,	San Francisco,
»	3°	Wellington,	Christchurch,	Taimaru.

Si è escluso da questo confronto Eastport; perchè, sebbene questa stazione risponda, in generale, alla nostra affermazione, tuttavia si distacca troppo da tutte le altre, massime per l'ora del cominciamento del fenomeno.

Le medie sia delle longitudini, come delle ore del principio e del massimo dell'apparizione, sono date dallo specchio seguente:

Gruppo	Longitudine media dal Ferro		Ora media, t. m. del Ferro			
			del principio		del massimo	
1°, orientale ...	5^h	24^m	3^h	15^m	3^h	24^m
2°, medio	7	31	4	28	4	51
3°, occidentale .	11	32	6	30	7	30

Pigliando le differenze delle longitudini e delle ore successive del principio e del massimo, si hanno i valori che seguono:

	Differenze della					
	Longitudine		ORA del principio		ORA del massimo	
Gr. 1° — gr. 2°	-2^h	7^m	-1^h	13^m	-1^h	27^m
Gr. 2° — gr. 3°	—4	1	—2	2	—2	39

Questi valori dànno risultati molto concordanti; imperocchè dalle differenze del 1° e del 2° gruppo si ha, che il cominciamento della meteora avrebbe, in media, impiegato 34 minuti per percorrere un'ora di longitudine da Est ad Ovest, e quello del massimo 41 minuti; e dalle differenze del 2° e 3° gruppo, il primo ritardo risulta di 30 minuti, il secondo di 40.

Adunque i fenomeni luminosi dell'aurora si sono avanzati da oriente verso occidente: e la loro propagazione è stata proporzionale alla differenza di longitudine; impiegando circa mezz'ora ad ogni ora di longitudine pel cominciamento generale, e circa 40 minuti per quello della massima fase.

D'altra parte, il fenomeno non deve essere incominciato in tutti gli Stati Uniti prima delle 8 o 9 di sera del tempo locale; giacchè, essendo il cielo a quest'ora nel mese di aprile già oscuro per que' paesi, in qualche stazione si sarebbero visti almeno dei bagliori di luce aurorale, come si sono visti nell'emisfero australe.

Parimenti, l'apparizione non si deve essere protratta di troppo dopo le 9 pom. del tempo locale della Nuova Zelanda; perchè altrimenti quegli osservatori, favoriti com'erano da propizie circostanze atmosferiche, l'avrebbero continuata a vedere, com'è avvenuto nelle stazioni dell'emisfero boreale.

Nè si può dire che l'aurora sia incominciata prima verso oriente; giacchè, come si è visto, le ore in cui essa incominciò nelle stazioni più orientali degli Stati Uniti, sono comprese tra la mezzanotte e le 3 del mattino del tempo medio di Greenwich. Perciò qualcosa avrebbe dovuto vedersi in qualcuna delle stazioni dell'Europa occidentale, nelle ore prima della mezzanotte od a questa vicine; ed invece non si è avuta notizia da nessuna parte.

Si può dunque ammettere senza allontanarsi di troppo dal vero, che l'aurora del 16-17 aprile è incominciata tra le 8 e le 9 di sera del tempo medio di Eastport o di Washington, ed è terminata verso le 9 di sera del tempo medio di Wellington o di Christchurch; perdurando per tal guisa otto o nove ore, quante ne passano tra i due tempi suddetti.

Pertanto da tutta la precedente discussione rimane confermata in modo chiarissimo la notevole conclusione, che il Donati, nella citata sua Memoria, dedusse dagli studî fatti sulla grande aurora del 4-5 febbraio 1872; epperò, come il Donati per questa, così noi per quella di cui trattiamo, possiamo affermare che:

« *I fenomeni luminosi dell'aurora vista in gran parte dell'emisfero occidentale nella notte dal* 16 *al* 17 *aprile* 1882:

« 1° *Si videro prima ad oriente e poi successivamente ad occidente;*

« 2° *Si manifestarono nei varî punti dell'emisfero suddetto ad ore locali non molto diverse tra loro; però con una tendenza ad anticipare sulle dette ore a misura che propagavansi da oriente verso occidente* ».

II.

Perturbazioni magnetiche.

Sebbene l'aurora del 16-17 aprile non sia stata vista che nel solo emisfero occidentale; tuttavia gli altri fatti che a tali meteore sogliono andar congiunti, come le perturbazioni del magnetismo e delle correnti della terra, può dirsi che si siano estesi su tutto il globo.

In Italia quasi tutti i luoghi, nei quali si attende a regolari osservazioni magnetiche, annunciarono forti perturbazioni degli aghi calamitati. La stessa cosa avvenne negli Osservatorî magnetici della rimanente Europa.

La burrasca magnetica si dovette propagare su tutto l'antico continente, come fanno intravedere le osservazioni magnetiche eseguite all'Osservatorio di Zi-ka-wei, posto all'estremo oriente della Cina, a 12 chilometri al sud-ovest di Chang-hai.

Essa si ebbe eziandio al nord dell'Atlantico, dove su' battelli che salpavano quelle acque si avvertì una forte deviazione negli aghi delle bussole. E dovette senza meno estendere con maggior energia la sua azione ancora su tutto l'emisfero occidentale: secondochè risulta indirettamente dalle altre notizie che si riporteranno appresso; giacchè in quella estesa contrada rarissimi sono finora i luoghi d'osservazione magnetica; e di nessuno mi sono giunte sino al presente indicazioni su questo riguardo.

Dovunque gli aghi erano già agitati da qualche giorno.

In Italia, non essendovi sinora in nessun Osservatorio istrumenti magnetici registratori, non è possibile determinare con precisione i tempi ed i valori delle perturbazioni; massime perchè dappertutto sono sfuggite le osservazioni della notte.

Limitando l'esame alla sola declinazione magnetica; l'escursione dedotta dalle osservazioni fatte in diversi Osservatorî magnetici italiani, in cui si eseguiscono osservazioni giornaliere simultanee alle 8 ant. ed alle 2 pom., le quali ore sono molto prossime al minimo ed al massimo diurno della declinazione, risultò pel 17 aprile:

Stazioni	Escursione 2 pom. — 8 ant.
Milano	26'. 9
Moncalieri	18 . 1
Alessandria	18 . 0
Genova	15 . 6
Modena	21 . 0
Parma	27 . 4
Napoli	19 . 6 .

Per la maggior parte delle stazioni la riportata escursione risultò la maggiore di tutte le osservazioni che in esse si sogliono fare in parecchie altre ore della giornata. Fanno eccezione: Napoli, in cui lo spostamento dell'ago ad un'ora pomeridiana risultò alquanto maggiore di quello delle 2; Parma, dove si fecero osservazioni assai frequenti dalle 8 del mattino alle 10 ore 50 min. della sera; e Roma, dove pure si accrebbe il numero delle osservazioni, e gli estremi si notarono in ore diverse. Ecco i risultati avuti in queste tre stazioni:

Stazioni	Massimo		Minimo		Escursione
	Valore	Ora	Valore	Ora	
Parma	49'. 2	2^h 50^m p.	9'. 0	8^h 0^m a.	40'. 2
Roma	74. 5	3 0 »	40. 7	8 18 »	33. 9
Napoli	58. 7	1 0 »	35. 6	8 0 »	23. 1

Dalla rimanente Europa ho raccolto elementi della Russia, dell'Inghilterra, della Francia, dell'Austria-Ungheria e del Portogallo, sia da' diari meteorologici, come direttamente dalle comunicazioni favoritemi dai Direttori di parecchi Istituti, quali quelli di Pietroburgo, di Kew, di Stonhyurst e di Lisbona. Nella maggior parte dei luoghi studiati si posseggono apparati registratori pel magnetismo terrestre.

A Pietroburgo la perturbazione magnetica cominciò intorno alle 2 ant. del 17; e dai valori orarî della variazione della declinazione inviatimi dal Prof. H. Wild, Direttore di quell'Isti-

tuto fisico centrale, si rileva che un primo massimo ed un primo minimo accaddero colà nelle prime ore del mattino, cioè:

1° Massimo	0° 59′. 0	a	2^h	ant.
1° Minimo	0 29. 9	a	4	»

con una escursione di 29′. 1.

La perturbazione maggiore però si ebbe nel corso della giornata, e fu

2° Massimo	2° 2′. 5	a	2^h 30^m	pom.
2° Minimo	0 1. 5	a	9 15	ant.

avendosi per tal modo uno spostamento di 121′, ossia di oltre a 2 gradi; la massima di tutte quelle di cui ho avuto contezza.

All'Osservatorio di Kew, gli aghi cominciarono pure ad agitarsi alla mezzanotte dal 16 al 17; e dalle curve fotografiche del magnetografo. trasmessemi dal direttore sig. G. M. Wipple, si ricavano i seguenti quattro estremi principali dell'oscillazione del declinometro:

1° Massimo	90′. 0	a	5^h 59^m	ant.
1° Minimo	18. 7	a	7 31	»
2° Massimo	88. 3	a	2 52	pom.
2° Minimo	32. 6	a	6 51	»

le variazioni furono rispettivamente di 71′. 3 e di 55′. 7.

Da una relazione di Mascart, direttore dell'Ufficio centrale meteorologico di Francia, risulta che a Parigi il magnetografo indicò il cominciamento della perturbazione alle ore 11 min. 45 della sera del 16, ed un massimo di agitazione tra le ore 8 min. 30 e le ore 9 min. 30 del mattino del 17, nel qual tempo l'oscillazione dell'ago di declinazione si era di 25′.

A Vienna, secondo le indicazioni degli apparati registratori, la perturbazione cominciò pure tra mezzanotte ed un'ora antimeridiana del 17. Le ore ed i valori delle più grandi escursioni dell'ago si furono:

1° Minimo	24′. 6	a	5^h 28^m	ant.
1° Massimo	76. 6	a	5 45	»
2° Minimo	18. 3	a	6 38	»
2° Massimo	78. 3	a	8 22	»

La differenza si fu di 52'. 0 tra' due primi estremi, e di 60'. 0 tra' due ultimi.

A Buda-Pest le osservazioni magnetiche, le quali in quell'Osservatorio si fanno alle 8 e 10 ant., ed alle 2 e 9 pomerid., diedero anch'esse un massimo straordinario alle 8 ant. ed un minimo alle 9 pom., e l'escursione diurna risultò:

$$70'.\ 8 - 37'.\ 2 = 33'.\ 6\ .$$

A Klagenfurt nella Carinzia, secondochè riferisce il Dott. Hann, direttore dell'Ufficio centrale meteorologico di Vienna, l'ago di declinazione oscillò tra 11° 19', alle ore 6 min. 50 ant., e 10° 31', alle ore 7 min. 25 ant., facendo così una variazione di 48'.

Da Lisbona il Direttore dell'Osservatorio, sig. Brito Capello, mi scrive che le convulsioni dell'ago cominciarono colà a ore 10 min. 56 della sera del 16 come all'improvviso, con un notevole aumento della declinazione. Gli estremi valori tracciati dal declinometro registratore si furono:

1°	Massimo	19° 18'. 4	a	5^h	40^m	ant.
1°	Minimo	18 46. 2	a	5	58	ant.
2°	Massimo	19 17. 5	a	2	3	pom.
2°	Minimo	18 46. 6	a	6	12	pom.

I due spostamenti risultarono quindi pressochè di uguale intensità; il primo essendo di 32'. 2, il secondo di 30'. 9.

In tutti i luoghi riportati, la perturbazione terminò la sera del 17, tra le 9 e mezzanotte.

Da tutto il resto dell'antico continente non ho altre notizie, salvo quelle dell'Osservatorio di Zi-ka-wei nella Cina, dove pure si posseggono istrumenti registratori per le osservazioni magnetiche.

L'ago di declinazione cominciò in quella regione a conturbarsi verso le 7 e mezzo ant. del 17, e rimase agitato fin verso le 3 o 4 del mattino del 18. Gli estremi valori della deviazione dell'ago, riferiti alla media declinazione diurna, 2° 5'. 4, e gli istanti corrispondenti, risultarono:

Minimo	— 6'. 9	a	7^h	50^m	ant.
Massimo	+ 13. 9	a	2	15	pom.

con una differenza di 20'. 8.

Volendo raccogliere insieme e discutere in poche parole i risultati innanzi esposti, comincio dal riportare un prospetto, in cui si contengono le coordinate geografiche degli Istituti od Osservatorî di Pietroburgo, Kew, Parigi, Vienna, Lisbona e Zi-ka-wei, ne' quali le variazioni dell'ago magnetico furono tracciate automaticamente, epperò dànno un'intera contezza dell'andamento del medesimo durante l'aurora. Vi aggiungo ancora l'Osservatorio di Parma, in cui, come è stato detto, si tenne dietro al declinometro assai di frequente:

Stazioni	Latitudine Nord	Longitudine da Greenwich
Pietroburgo .	59° 56′	2^h 1^m E
Kew	51 28	0 1 W
Parigi . . .	48 50	0 9 E
Vienna . . .	48 13	1 5 E
Parma . . .	44 48	0 41 E
Lisbona . . .	38 43	0 37 W
Zi-ka-wei . .	31 12	8 6 E .

Innanzi tutto, ponendo insieme i valori della variazione della declinazione ottenuta il 17 nelle suddette stazioni, disposte per ordine di latitudine, si ha:

Pietroburgo	121′. 0 W
Kew	71. 3
Vienna	60. 0
Parma	40. 2
Lisbona	32. 2
Zi-ka-wei	20. 8.

Si è esclusa Parigi, perchè il valore assoluto della variazione non risulta chiaro dalla relazione del Mascart.

Codesto prospetto pertanto addimostra ad evidenza, come nell'emisfero orientale la intensità della concitazione del magnetismo terrestre decrebbe colla latitudine, nella stessa guisa che i fenomeni luminosi nell'opposto emisfero ad occidente; e la diminuzione addivenne sempre meno rapida procedendo dal Nord al Sud.

Soggiungo ora gli istanti, nei quali in ciascuna delle anzidette stazioni, salvo Parma, cominciò e finì l'agitazione dell'ago. Essi sono espressi in tempo medio di ciascun luogo e di Greenwich; e per maggior omogeneità si è contato il giorno astronomicamente da un mezzodì all'altro.

Stazioni	Principio, t. m.		Fine, t. m.	
	del luogo	di Greenwich	del luogo	di Greenwich
	16 Aprile		17 Aprile	
Pietroburgo	13h — 14h	11h — 12h	13h — 14h	11h — 12h
Kew	12	12	12	12
Parigi	11 — 45	11 — 30	12	11 — 51
Vienna...	12 — 13	11 — 12	12	10 — 55
Lisbona	10 — 56	11 — 20	9	9 — 37
Zi-ka-wei	19 — 30	11 — 30	16	7 — 54

Da questi valori si inferiscono le seguenti considerazioni, di non lieve importanza:

1° La perturbazione magnetica investì tutti i luoghi quasi nello stesso istante, dalle 11 a mezzanotte del 16, in tempo medio di Greenwich; contro ciò che avvenne pei fenomeni luminosi.

Essa perciò, in tempo di ciascun luogo, andò ritardando da occidente ad oriente. A Lisbona, stazione più occidentale, cominciò prima delle 11 della sera del 16; mentre a Zi-ka-wei, paese più orientale, ebbe principio alle 7 e mezzo del mattino del 17.

2° La perturbazione magnetica precedette di tre o quattro ore il primo apparire dei fenomeni luminosi ad occidente, che ebbe luogo, come è stato detto, dopo le 3 del mattino del 17.

3° Essa finì dovunque nella notte dal 17 al 18; epperò molto più tardi delle apparenze luminose. Terminò prima nei luoghi più meridionali, dove era stata meno intensa, e poi man mano nei più settentrionali, dove si era sentita con maggiore energia.

Gli istanti, nei quali accaddero gli estremi assoluti dello spostamento dell'ago nelle stazioni studiate, ridotti in tempo medio di Greenwich, si furono:

17 *Aprile.*

Pietroburgo .	7^h	2^m	ant.	—	12^h	29^m	pom.
Kew	6	0	»	—	7	32	ant.
Parigi (?) . .	8	21	»	—	9	21	»
Vienna . . .	5	33	»	—	7	17	»
Lisbona . .	6	17	»	—	6	35	»
Zi-ka-wei . .	11	44	pom.	—	6	9	»

La maggior perturbazione magnetica incominciò quindi in Europa tra le 5 e le 7 del 17, tempo medio di Greenwich; mentre cioè nell' emisfero occidentale perdurava la massima intensità delle parvenze luminose. Alquanto ritardo si ebbe a Parigi, dove peraltro le indicazioni non sono troppo sicure. A Zi-ka-wei anticipò; giacchè in questa stazione la burrasca magnetica fu avvertita meno che tutto altrove, per causa della sua distanza dal centro di azione, sia in latitudine come in longitudine; ed i due estremi della variazione non furono che gli estremi diurni alquanto esagerati, il minimo alle 7 ore 50 min. del mattino, il massimo alle ore 2 min. 15 di sera.

La perturbazione secondaria annotata nella più parte delle stazioni, accadde alle ore seguenti; accanto alle quali poniamo il valore della corrispondente escursione.

	Escursione secondaria							
	ORA							VALORE
Pietroburgo ..	0^h	59^m	ant.	—	1^h	59^m	ant.	29'. 1
Kew	2	53	pom.	—	6	53	pom.	55. 7
Vienna	4	23	ant.	—	5	40	ant.	52. 0
Lisbona	2	40	pom.	—	6	49	pom.	30. 9

NB. Il valore dello spostamento di Pietroburgo è certamente troppo piccolo: perchè desunto, non già dalle curve tracciate dal magnetografo, ma da' valori orarî della declinazione, i soli inviatimi da quell'Osservatorio fisico centrale.

Il rinforzo di agitazione avvenuto press'a poco alle stesse ore del pomeriggio del 17 sulle coste occidentali d'Europa, a Kew ed a Lisbona, potrebbe aver corrisposto ad una seconda apparizione luminosa dell'aurora; ma tanto nell'antico come nel nuovo continente, in quell'ora era pieno giorno, epperò tale apparizione non potevasi in nessun modo vedere. Avrebbe però potuto osservarsi, se vi fosse stata, nella Nuova Zelanda, ed in altri simili luoghi ad oriente, dove era già notte all'epoca suddetta; ma nulla se ne seppe.

III.

Correnti telluriche.

Da tutte le comunicazioni che ho potuto raccogliere risulta, che una grandissima parte della terra, se non tutta, fu invasa da forti correnti; le quali propagandosi pei fili telegrafici, ne conturbarono diversamente le comunicazioni.

Ecco un riassunto di tali notizie:

Italia.

Sino dal giorno stesso 17, l'Ufficio centrale telegrafico di Torino, per mezzo del filo che lo unisce al nostro Osservatorio, alle ore 6 min. 45 di sera, mi annunziava: « Stanotte, verso le 3, una corrente fissa si ebbe in tutti i fili di Francia; essa si rinnovò stamane verso le 10, ed oggi verso le 4 ».

Il Direttore generale dei telegrafi dello Stato, Comm. D'Amico, da me interpellato, mi fece conoscere che le difficoltà della corrispondenza telegrafica si avvertirono soprattutto nelle linee seguenti:

Roma-Parigi
» Costantinopoli
» Torino
» Bari
» Sicilia
» Sardegna
» Bologna
Napoli-Milano
Napoli-Genova
» Otranto
» Venezia
Firenze-Parigi
Genova-Torino
» Milano
Messina-Catania.

Il Prof. I. Galli, che attende a Velletri a speciali osservazioni delle correnti terrestri, osservò nei suoi apparati delle perturbazioni, alle ore (t. m. di Roma):

6 pom. del 16;

1 ant., 10 ant., 1 pom. del 17;

queste ultime del 17 offrono accordo con quelle notate all'Ufficio di Torino.

Francia.

« Un'importantissima perturbazione magnetica, dice il Mascart a questo proposito, si è fatta sentire in Francia durante la maggior parte dell'ultima settimana (11-17 aprile). Le linee telegrafiche aeree o sotterranee, in quasi tutte le direzioni, sono state percorse da correnti accidentali; e, specialmente in alcune ore, il disturbo arrecato al servizio era così grande, che non era possibile trasmettere dei telegrammi che per mezzo di circuiti chiusi, non prendendo contatto alla terra che in un punto. Le linee internazionali hanno dato gli stessi risultati... ».

Austria-Ungheria.

Il Dott. Hann afferma che fin dal principio della perturbazione magnetica, nella notte del 17, si manifestarono sulla maggior parte delle linee telegrafiche dell'Austria-Ungheria forti correnti terrestri, le quali producevano una deviazione sino di 90° anche sulle bussole non molto sensibili. L'azione di tali correnti si poteva osservare anche sulla linea locale di Stockerau, lunga appena 28 chilometri. La deviazione più intensa della bussola si osservò sulla linea di Londra, nella quale essa raggiungeva 90°.

Alla stazione telegrafica di Klagenfurt la corrispondenza addivenne affatto impossibile dalle ore 7 min. 3 alle ore 7 min. 15 del mattino del 17, massime nelle linee di Vienna, di Gratz e di Venezia.

Inghilterra.

Dall'Inghilterra non si hanno notizie speciali; ma tutti coloro che trattano di questo argomento affermano, che nelle linee telegrafiche di tutto quell'Arcipelago le perturbazioni furono intense.

Cina e Giappone.

Il sig. G. Helland, agente generale della *Great Northern Telegraph Compagnie*, comunicò all'Osservatorio di Zi-ka-wei che tutte le linee telegrafiche della Cina e del Giappone, non escluse le sottomarine che uniscono quelle contrade, rimasero alterate da correnti estranee, le quali impedirono non poco la spedizione dei telegrammi.

Stati Uniti d'America.

Dall'Ufficio dei Segnali di Washington si annunzia che i lunghi circuiti telegrafici, che si estendono dal Nord al Sud e dall'Est all'Ovest negli Stati Uniti, rimasero fortemente conturbati. La stessa cosa viene confermata da diversi di quelli Osservatorî, come quelli di Eastport, Chicago, ecc.

Nuova Zelanda.

Il relatore dell'aurora osservata nelle isole della Nuova Zelanda soggiunge, che alle 4 pom. del 17 tutti i fili telegrafici della colonia, ed in modo speciale quelli del Sud, furono insolitamente perturbati da correnti estranee. La violenza del disturbo si aumentava col progredire verso mezzodì. In tutte le stazioni del Sud si rifiutarono i telegrammi poco dopo le 4 pom.; nè le linee poterono cominciare a riprendere i lavori che verso le 9 di sera.

Tutte le precedenti notizie raccolte da luoghi distantissimi, dànno dritto a formulare le conclusioni che seguono:

1° Le correnti terrestri accidentali mostrarono la loro azione in tutti due gli emisferi, orientale ed occidentale, al Nord del pari che al Sud.

2° La loro intensità andò crescendo coll'aumentare della latitudine in ambedue gli emisferi, boreale ed australe.

3° Esse precedettero e seguirono alquanto le manifestazioni luminose dell'aurora, come le perturbazioni magnetiche; ma perdurarono meno di queste ultime.

4° Il tempo delle maggiori perturbazioni delle correnti telluriche, quale si può dedurre dai pochi luoghi che ne assegnano l'ora, cioè Velletri, Torino, Klagenfurt ed il Sud della Nuova Zelanda, è compreso tra la mezzanotte e le 9 ant. del 17, in tempo medio di Greenwich; il qual tempo corrisponde a quello, in cui avvenivano pure le maggiori perturbazioni magnetiche ad oriente, e la fase più intensa delle apparenze luminose ad occidente.

L'aumento nella corrente osservato al mezzodì del 17 a Velletri ed a Torino, va d'accordo con quello della perturbazione magnetica avuto a Kew ed a Lisbona.

5° La burrasca elettro-magnetica esercitò questa volta la sua azione su' fili d'ogni sorta, lunghi e corti, ed in tutte le direzioni; con qualche prevalenza però delle lunghe linee, e delle direzioni secondo il meridiano magnetico od a questo normali. Nulla perciò si può conchiudere a questo proposito.

Il Mascart afferma che il suo elettrometro registratore a Parigi non ha indicato alcuna perturbazione che possa riferirsi al fenomeno elettro-magnetico.

Il nostro elettrometro di Moncalieri subì un notevole e progressivo aumento da 1 ora pom. alle 8 pom. del 17; cioè:

Da	1^h pom.	a	3^h pom.	aumento	+	12°. 8,
»	3 »		6 »	»	+	4. 8,
»	6 »		8 »	»	+	11. 1;

ed alle 9 pom. ricadde di 32°. 6.

Non oso ascrivere una tal variazione dell'elettricità atmosferica al fenomeno di cui parliamo; ma neanco si può dire in modo assoluto che questa sia rimasta del tutto indifferente.

IV.

Attività solare.

Non posso terminare la descrizione dei fatti che si avvicendarono durante l'aurora del 16-17 aprile, senza accennare ad un altro fatto di ordine, in apparenza, diverso; ma che cogli altri descritti ha intimo nesso, e ne è anzi la causa potissima. Intendo parlare delle convulsioni avvenute nel sole in questo tempo.

Agitatissima si fu la superficie solare nei giorni, nei quali avvennero sul nostro pianeta gli sconvolgimenti elettro-magnetici, di cui ho tenuto parola.

Sino dal 13 aprile una macchia di insolita grandezza appariva sul lembo orientale del sole al grado 29mo di latitudine Sud; ed attraversò nei giorni appresso l'intero disco, senza rompersi nè diminuire sostanzialmente in grandezza. Nella serie delle fotografie solari che si posseggono all'Osservatorio di Greenwich, non si aveva sinora nessuna macchia che raggiungesse la metà dell'area occupata dalla macchia suddetta.

Il 14 aprile, un po' innanzi a questa, apparvero altre piccole macchie, le quali subirono notevoli cangiamenti nei giorni seguenti. Nel 16 e 17 queste crebbero di grandezza in modo al tutto singolare; ed il 18 l'area totale di questo nuovo gruppo divenne sol di poco inferiore a quella della gran macchia. Difatti due delle macchie componenti il gruppo si sarebbero potuto vedere agevolmente ad occhio nudo; per modo che il sole offriva in tal tempo lo spettacolo affatto insolito di tre macchie insieme riunite, ciascuna visibile separatamente senza l'aiuto di telescopio.

La macchia più grande si estendeva su di un'area lunga 108 mila chilometri e larga 77 mila.

Oltre a' due suddetti gruppi di macchie, ve ne aveano altri otto minori sulla superficie solare nel giorno 16 aprile: tutti poco discosti dall'equatore. Nel complesso si contavano 111 macchie, tra grandi e piccole; delle quali il gruppo più copioso ne conteneva 34.

Sino dall'apparire della grande macchia del 13, cominciarono nei nostri Osservatorî le agitazioni degli apparati magnetici,

i primi a risentire l'influsso dell'attività solare. Esse si accrebbero nei giorni appresso coll'aumentarsi del numero e della grandezza delle macchie del sole; ed, insieme con queste, toccarono il massimo di energia nel 16-17, aggiungendosi alle consuete manifestazioni dell'elettricità tellurica ed atmosferica.

Le considerazioni a cui dànno luogo i fatti descritti, saranno esposte man mano, dopo che avrò trattato nelle Note seguenti degli altri consimili fenomeni occorsi nell'anno medesimo 1882.

Il Socio Cav. Prof. Galileo FERRARIS presenta e legge la seguente Nota del Dott. Nicodemo JADANZA, Prof. di Geodesia nella R. Università di Torino,

SOPRA

ALCUNI SISTEMI DIOTTRICI

COMPOSTI DI DUE LENTI.

I sistemi composti di due lenti, che più spesso occorrono nello studio degli strumenti diottrici, sono quelli conosciuti col nome di *oculare di Ramsden*, *oculare di Campani*, *sistema obbiettivo*, *sistema per raddrizzare le immagini*, ecc. Il modo di trovare i punti cardinali di tali sistemi composti, ed il loro modo di agire sono indicati nei libri che parlano dei cannocchiali seguendo la nuova teoria di Gauss (*).

Una discussione completa di codesti sistemi manca, e crediamo non inutile l'occuparcene, tanto più che il metodo geometrico non sembra il più adatto a tale genere di ricerche.

Indicando con

$$E_1, \quad E_1^*, \quad F_1, \quad F_1^*$$

i punti cardinali della prima lente, e le loro ascisse, cioè i due *punti principali*, e i due *fuochi principali* e le loro ascisse e con φ_1 la sua distanza focale principale, ed analogamente con

$$E_2, \quad E_2^*, \quad F_2, \quad F_2^*, \quad \varphi_2$$

i punti cardinali e la distanza focale principale della seconda lente, i punti principali del sistema composto delle due lenti e la distanza focale principale saranno dati dalle seguenti formole:

(*) Vedi Galileo FERRARIS, *Le proprietà cardinali degli strumenti diottrici.*

$$E = E_1 + \varphi_1 \frac{E_2 - E_1^*}{F_1^* - F_2} \; ; \qquad E^* = E_2^* - \varphi_2 \frac{E_2 - E_1^*}{F_1^* - F_2}$$

$$\varphi = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{F_1^* - F_2} \; .$$

Ponendo per brevità

$$\Delta = E_2 - E_1^*$$

le formole precedenti diventano

$$\left.\begin{array}{c} E = E_1 + \varphi_1 \dfrac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \; ; \qquad E^* = E_2^* - \varphi_2 \dfrac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \\ \varphi = \dfrac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \end{array}\right\} \ldots (1).$$

Se indichiamo con d_1 e d_2 le distanze dei punti principali nelle due lenti, cioè se si pone

$$d_1 = E_1^* - E_1 \; ; \qquad d_2 = E_2^* - E_2$$

e con d la distanza dei punti principali del sistema composto, cioè

$$d = E^* - E$$

si avrà

$$d = d_1 + d_2 - \frac{\Delta^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \qquad \ldots \ldots (2).$$

Supponiamo dapprima le due lenti convergenti, cioè φ_1 e φ_2 amendue positive.

Il sistema composto non potrà essere convergente se la quantità $\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta = F_1^* - F_2$ è una quantità negativa, cioè se, procedendo sull'asse del sistema nel senso della luce s'incontra prima F_1^* e poi F_2; dunque perchè un sistema composto di due lenti convergenti sia convergente, dovrà essere

$$F_1^* - F_2 > 0 \; ,$$

ossia, procedendo sull'asse (sulla retta cardinale) nel senso della luce, si dovrà incontrare prima F_2 e poi F_1^*.

Esaminiamo alcuni sistemi convergenti formati con due lenti convergenti.

I.

Sia

$$F_1^{\bullet} - F_2 > E_2 - E_1^{\bullet} \qquad \ldots\ldots \quad (3)$$

ovvero

$$\varphi_1 + \varphi_2 > 2\Delta \ .$$

I punti principali si troveranno amendue dentro il segmento $E_1^{\bullet} E_2$ se si verificheranno le condizioni seguenti

$$\varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} > d_1 \qquad \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} > d_2$$

$$\varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} < \Delta + d_1 \qquad \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} < \Delta + d_2$$

dalle quali si deducono le altre

$$\left.\begin{array}{c} \Delta > \dfrac{d_1(\varphi_1 + \varphi_2)}{\varphi_1 + d_1} \ , \qquad \Delta > \dfrac{d_2(\varphi_1 + \varphi_2)}{\varphi_2 + d_2} \\ \Delta^2 - \Delta(\varphi_2 - d_1) - d_1(\varphi_1 + \varphi_2) < 0 \ ; \\ \Delta^2 - \Delta(\varphi_1 - d_2) - d_2(\varphi_1 + \varphi_2) < 0 \ ; \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (4).$$

Nella maggior parte dei casi è quasi sempre possibile supporre $d_1 = d_2$, allora supposto $\varphi_1 > \varphi_2$, le quattro condizioni precedenti si riducono alle due seguenti:

$$\left.\begin{array}{c} \Delta > \dfrac{d_2(\varphi_1 + \varphi_2)}{\varphi_2 + d_2} \\ \Delta^2 - \Delta(\varphi_2 - d_2) - d_2(\varphi_1 + \varphi_2) < 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (5).$$

Se si osserva che Δ dev'essere sempre positivo, la seconda delle (5) mostra che Δ dev'essere minore della radice positiva della equazione

$$\Delta^2 - \Delta(\varphi_2 - d_2) - d_2(\varphi_1 + \varphi_2) = 0 \qquad \ldots\ldots \quad (6)$$

e quindi le (5) si mutano nelle altre

$$\left.\begin{array}{c} \Delta > \dfrac{d_2(\varphi_1 + \varphi_2)}{\varphi_2 + d_2} \\ \Delta < \dfrac{1}{2}\left[(\varphi_2 - d_2) + \sqrt{(\varphi_2 + d_2)^2 + 4\, d_2 \varphi_1}\right] \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (7).$$

I fuochi del sistema composto saranno dati dalle equazioni seguenti:

$$F = E - \varphi = E_1 - \varphi_1 \frac{\varphi_2 - \Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} ,$$

$$F^* = E^* + \varphi = E_2^* + \varphi_2 \frac{\varphi_1 - \Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}$$

le quali mostrano che nel caso di $\varphi_1 > \varphi_2$, essi saranno sempre fuori del segmento $E_1^* E_2$ se si avrà $\varphi_2 > \Delta$.

I punti principali si succederanno nell'ordine E, E^*, oppure nell'ordine E^*, E secondo che si avrà

$$d_1 + d_2 > \frac{\Delta^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}$$

oppure

$$d_1 + d_2 < \frac{\Delta^2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta}$$

ossia, si succederanno nell'ordine E, E^* se si avrà

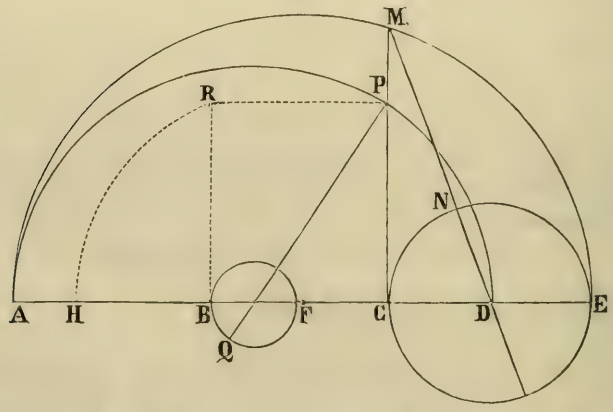
$$\Delta^2 + \Delta (d_1 + d_2) - (d_1 + d_2)(\varphi_1 + \varphi_2) < 0 \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

e nell'ordine E^*, E se

$$\Delta^2 + \Delta (d_1 + d_2) - (d_1 + d_2)(\varphi_1 + \varphi_2) > 0 \quad \ldots\ldots \quad (9).$$

I risultamenti precedenti si possono costruire geometricamente.

Fig. 1.



Prendiamo sulla retta indefinita AE, i segmenti $AB = \varphi_1$, $BC = \varphi_2$, $CD = d_2$, $DE = d_1$. Se sulla AD come diametro

descriviamo mezza circonferenza e dal punto C innalziamo la CP perpendicolare al diametro si avrà evidentemente

$$\overline{CP}^2 = (\varphi_1 + \varphi_2)\, d_2 \ .$$

Se si descrive una circonferenza avente per diametro $BF = \varphi_2 - d_2$ e si unisce il punto P col centro di quest'ultima, la PQ sarà la radice positiva della equazione (6).

Condotta la PR parallela a AE fino ad incontrare la tangente in B al circolo BF, si descriva un circolo avente il centro su di AE e che passi pei punti R e D, questo circolo incontrerà in H la AE e sarà

$$BH = \frac{d_2(\varphi_1 + \varphi_2)}{\varphi_2 + d_2} \ ,$$

quindi le condizioni (7) saranno soddisfatte se Δ sarà compresa tra BH e PQ.

Prolungando la CP in M fino ad incontrare la circonferenza avente per diametro AE, si avrà

$$\overline{CM}^2 = (\varphi_1 + \varphi_2)(d_1 + d_2) \ ,$$

e se si unisce il punto M col centro del circolo avente per diametro $CE = d_2 + d_1$ la MN rappresenterà la radice positiva della equazione

$$\Delta^2 + \Delta(d_1 + d_2) - (d_1 + d_2)(\psi_1 + \varphi_2) = 0 \quad \ldots\ldots \quad (a)$$

e quindi i punti principali si succederanno nell'ordine E, E^* se si ha $\Delta < MN$, e nell'ordine E^*, E se è $\Delta > MN$.

I sistemi composti di due lenti convergenti, che ora abbiamo esaminato si adoperano sotto il nome di *oculari positivi* o *di Ramsden* nei cannocchiali che fanno parte degli strumenti astronomici e geodetici.

Se si prende $\Delta = MN$, i due punti principali coincideranno. In tal caso il sistema diottrico composto agisce come una semplice lente, i cui punti principali si riducono ad un solo, cioè al centro ottico del sistema composto (*).

(*) Il centro ottico di un sistema composto è definito dalla equazione

$$0 = \frac{E_1^* \varphi_2 + E_2 \varphi_1}{\varphi_1 + \varphi_2} \ .$$

Ordinariamente le distanze d_1, d_2 sono piccolissime rispetto alle distanze focali di ciascuna lente e sarà sempre possibile fare in modo che il valore della radice positiva della equazione (a) soddisfi alla seconda delle (7). Inoltre, siccome possiamo supporre $d_1 = d_2$, perchè sia soddisfatta anche la prima delle (7), dovrà essere

$$\sqrt{d_2^2 + 2\,d_2(\varphi_1 + \varphi_2)} - d_2 \quad > \quad d_2 \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\varphi_2 + d_2}$$

donde, dopo facili riduzioni si deduce

$$2\,\varphi_2^2 + \varphi_2 d_2 > d_2 \varphi_1$$

ovvero

$$\varphi_1 < \varphi_2 + 2\,\frac{\varphi_2^2}{d_2}\,.$$

Alla quale ultima condizione si può soddisfare prendendo per φ_1 valori minori, eguali, ed anche maggiori di φ_2.

Adunque è sempre possibile costruire un sistema di due lenti (un microscopio semplice) tale che i suoi punti principali sieno coincidenti.

La costruzione geometrica fatta precedentemente si semplifica in questo caso. Basta descrivere la circonferenza CNE sul diametro $d_1 + d_2 = CE$ e la semicirconferenza AME sul diametro $AE = \varphi_1 + \varphi_2 + d_1 + d_2$. Condotta la CM perpendicolare ad AE e la MD che unisce il punto M col centro del circolo CNE, si avrà in MN la distanza $E_1^{\bullet} E_2$ che soddisfa al problema.

II.

Sia

$$F_1^{\bullet} - F_2 \quad < \quad E_2 - E_1^{\bullet} \qquad \ldots\ldots (10)$$

ovvero

$$\varphi_1 + \varphi_2 < 2\,\Delta\,.$$

Poichè si ha

$$E = E_1 + \varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} = E_1^{\bullet} + \varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} - d_1$$

$$= E_1^{\bullet} + \varphi_1 + \varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} - \varphi_1 - d_1\,,$$

il primo punto principale cadrà a destra di F_1^* se

$$\varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta} > \varphi_1 + d_1 \ ,$$

ossia se

$$\Delta > \frac{(\varphi_1+d_1)(\varphi_1+\varphi_2)}{2\varphi_1+d_1} \ ; \qquad \ldots\ldots (11)$$

e poichè

$$E^* = E_2^* - \varphi_2 \frac{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}{\Delta} = E_2 + d_2 - \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}$$

il secondo punto principale E^* sarà a sinistra di E_2 se

$$d_2 < \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}$$

donde si deduce

$$\Delta > \frac{d_2(\varphi_1+\varphi_2)}{\varphi_2+d_2} \qquad \ldots\ldots (12).$$

La condizione data precedentemente non è distinta dalla (11), cioè la (12) è verificata sempre che si verifica la (11). Infatti dalla (12) e dalla (11) si ha rispettivamente

$$\frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2} > \frac{d_2}{\varphi_2+d_2}$$

$$\frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2} > \frac{\varphi_1+d_1}{2\varphi_1+d_1}$$

e quindi basta far vedere che si ha sempre

$$\frac{d_2}{\varphi_2+d_2} < \frac{\varphi_1+d_1}{2\varphi_1+d_1} \ .$$

Dalla diseguaglianza precedente si deduce

$$d_2\varphi_1 < \varphi_2(\varphi_1+d_1)$$

e questa essendo sempre vera per valori di d_2 eguali o minori di φ_2, ne segue che la (12) è compresa nella (11) sempre che si ha

$$d_2 \leqq \varphi_2$$

che noi supponiamo sempre verificata.

Poichè

$$E^{\bullet}=E_2^{\bullet}-\varphi_2\frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}=E_1^{\bullet}-\varphi_2\frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}+E_2^{\bullet}-E_1^{\bullet}$$

ovvero

$$E^{\bullet}=E_1^{\bullet}+\Delta+d_2-\varphi_2\frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}$$

il secondo punto principale cadrà a destra di $E_1^{\bullet}$ se si ha

$$\Delta+d_2>\varphi_2\frac{\Delta}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}$$

ossia se è soddisfatta la condizione

$$\Delta^2-(\varphi_1-d_2)\,\Delta-d_2(\varphi_1+\varphi_2)<0 \qquad \ldots\ldots (13)$$

la quale importa che Δ sia minore della radice positiva della equazione

$$\Delta^2-(\varphi_1-d_2)\,\Delta-d_2(\varphi_1+\varphi_2)=0$$

e quindi sia

$$\Delta<\frac{1}{2}\left[\varphi_1-d_2+\sqrt{(\varphi_1+d_2)^2+4\,d_2\varphi_2}\right].$$

Supponiamo $\Delta>d_1+d_2$, ed allora la (2) mostra che i due punti principali si succedono nell'ordine $E^{\bullet}$, E. Ponendo $d=-(E^{\bullet}-E)$, cioè

$$d=\frac{\Delta_2}{\varphi_1+\varphi_2-\Delta}-(d_1+d_2)$$

si avrà sempre $d>0$.

Inoltre, poichè

$$F^{\bullet}=E^{\bullet}+\varphi=E+\varphi-(E-E^{\bullet})=E+\varphi-d$$

sarà

$$E=F^{\bullet}+d-\varphi$$

e quindi il primo punto principale sarà a destra del secondo fuoco principale se si ha

$$\varphi<d$$

ovvero se

$$\Delta^2+(d_1+d_2)\,\Delta-[\varphi_1\varphi_2+(d_1+d_2)(\varphi_1+\varphi_2)]>0 \quad \ldots (14)$$

la quale è soddisfatta se Δ è maggiore della radice positiva della equazione

$$\Delta^2 + (d_1 + d_2)\Delta - [\varphi_1 \varphi_2 + (d_1 + d_2)(\varphi_1 + \varphi_2)] = 0$$

cioè se si ha

$$\Delta > \frac{1}{2}\left[\sqrt{(d_1 + d_2)\left(d_1 + d_2 + 4(\varphi_1 + \varphi_2)\right) + 4\varphi_1 \varphi_2} - (d_1 + d_2)\right].$$

Essendo

$$F = E - \varphi$$

$$F^* = E^* + \varphi$$

sarà

$$F^* - F = 2\varphi - (E - E^*) = 2\varphi - d$$

e quindi il secondo fuoco sarà a destra del primo se

$$2\varphi > d$$

ovvero se

$$2\varphi > \frac{\Delta_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} - (d_1 + d_2) \ ,$$

donde

$$\Delta^2 + (d_1 + d_2)\Delta - [(d_1 + d_2)(\varphi_1 + \varphi_2) + 2\varphi_1 \varphi_2] < 0 \quad \ldots (15),$$

sicchè Δ dovrà essere minore della radice positiva della equazione

$$\Delta^2 + (d_1 + d_2)\Delta - [(d_1 + d_2)(\varphi_1 + \varphi_2) + 2\varphi_1 \varphi_2] = 0$$

cioè dovrà essere

$$\Delta < \frac{1}{2}\left[\sqrt{(d_1 + d_2)\left(d_1 + d_2 + 4(\varphi_1 + \varphi_2)\right) + 8\varphi_1 \varphi_2} - (d_1 + d_2)\right].$$

I punti cardinali del sistema che abbiamo esaminato si succederanno adunque nell'ordine

$$E^*, \quad F, \quad F^*, \quad E \ .$$

Il secondo punto principale E^*, come si è detto innanzi, cade dentro il segmento $E_1^* E_2$; per fare che il fuoco F sia

anch'esso entro quel segmento, sarà sufficiente soddisfare all'altra condizione

$$\Delta + d_1 > \frac{\varphi_1(\Delta - \varphi_2)}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} \qquad \ldots\ldots (16)$$

la quale si ottiene, osservando che si ha

$$F = E - \varphi = E_1 + \varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} - \varphi$$

ovvero

$$F = E_2 + \varphi \frac{\Delta - \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} - (E_2 - E_1) = E_2 + \varphi_1 \frac{\Delta - \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - \Delta} - (\Delta + d_1).$$

La (16) si riduce all'altra

$$\Delta^2 - (\varphi_2 - d_1)\Delta - \big(d_1(\varphi_1 + \varphi_2) + \varphi_1 \varphi_2\big) < 0 \qquad \ldots (17)$$

ovvero

$$\Delta < \frac{1}{2}\left[(\varphi_2 - d_1) + \sqrt{(\varphi_2 + d_1)^2 + 4\varphi_1(d_1 + \varphi_2)}\right] \qquad \ldots (18).$$

Se le due lenti sono tali da poter considerare $d_1 = d_2$, le condizioni precedenti si semplificano e diventano

$$\Delta > \frac{d_2(\varphi_1 + \varphi_2)}{\varphi_2 + d_2} \qquad \Delta < \frac{1}{2}\left[\varphi_1 - d_2 + \sqrt{(\varphi_1 + d_2)^2 + 4 d_2 \varphi_2}\right]$$

$$\Delta > \sqrt{d_2\{d_2 + 2(\varphi_1 + \varphi_2)\} + \varphi_1 \varphi_2} - d_2$$

$$\Delta < \frac{1}{2}\left[\varphi_2 - d_2 + \sqrt{(\varphi_2 + d_2)^2 + 4\varphi_1(d_1 + \varphi_2)}\right]$$

$$\Delta < \sqrt{d_2\{d_2 + 2(\varphi_1 + \varphi_2)\} + 2\varphi_1 \varphi_2} - d_2 \;;$$

e quando può considerarsi $d_1 = d_2 = 0$, o, come suol dirsi, quando le due lenti sono infinitamente sottili, si ha più semplicemente

$$\left.\begin{array}{l} \Delta > \sqrt{\varphi_1 \varphi_2} \;; \qquad \Delta < \sqrt{2\varphi_1 \varphi_2} \;; \qquad \Delta < \varphi_1 \;; \\ \qquad\qquad \Delta < \frac{1}{2}\left(\varphi_2 + \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_1 \varphi_2}\right) \end{array}\right\} \ldots (19).$$

Le (19) sono tutte soddisfatte, se si pone

$$\varphi_1 = 3\varphi_2 \;; \qquad \Delta = 2\varphi_2 \;; \qquad \ldots (20)$$

ed è appunto con due lenti tali da soddisfare alle (20) che sono ordinariamente costruiti i sistemi composti detti *oculari di Campani* o anche *oculari negativi* adoperati quasi esclusivamente nei microscopii e nei cannocchiali terrestri.

III.

Supponiamo

$$F_1^{\bullet} - F_2 = \varphi_1 \qquad \ldots\ldots (21)$$

cioè, il primo fuoco principale della seconda lente coincida col secondo punto principale della prima; si avrà allora

$$\Delta = \varphi_2 \; ; \qquad \varphi = \varphi_2 \qquad \ldots\ldots (22).$$

Poichè

$$E = E_1 + \varphi_2 \; ; \qquad E^{\bullet} = E_2^{\bullet} - \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} = E_2 - \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} + d_2 = E_2 - \frac{\varphi_2^2 - \varphi_1 d_2}{\varphi_1}$$

il primo punto principale cadrà sempre a sinistra di E_2, ed il secondo punto principale cadrà a destra o a sinistra di E_2, secondochè si avrà

$$\varphi_2^2 < \varphi_1 d_2$$

ovvero

$$\varphi_2^2 > \varphi_1 d_2 \; .$$

La posizione dei due punti principali sarà data da

$$d = d_1 + d_2 - \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1}$$

e quindi essi si succederanno nell'ordine E, $E^{\bullet}$ se

$$d_1 + d_2 > \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1}$$

ovvero se

$$\varphi_2^2 < \varphi_1 (d_1 + d_2) \; .$$

Adunque il secondo punto principale cadrà a sinistra di E_2, e si troverà a destra di E se si avrà

$$\varphi_1 d_2 < \varphi_2^2 < \varphi_1 (d_1 + d_2) \qquad \ldots\ldots (23).$$

Poichè

$$F = E - \varphi = E - \varphi_2 = E_1 \ , \qquad F^{\cdot} = E^{\cdot} + \varphi_2 = E_2 - \frac{\varphi_2^{\,2} - \varphi_1 d_2}{\varphi_1} + \varphi_2$$

ovvero

$$F^{\cdot} = E_2 - \frac{\varphi_2^{\,2} - \varphi_1 \varphi_2 - \varphi_1 d_2}{\varphi_1}$$

ne segue che il primo fuoco coincide con E_1, ed il secondo fuoco cade sempre a destra di E; quindi i punti cardinali del sistema composto si succedono nell'ordine

$$F, \quad E, \quad E^{\cdot}, \quad F^{\cdot}$$

ed il sistema si comporta come una sola lente la cui distanza focale sia φ_2.

Se si ha $d_1 = \frac{\varphi_2^{\,2}}{\varphi_1}$, la distanza dei punti principali sarà eguale a d_2, cioè il sistema composto produce lo stesso effetto della seconda lente di cui esso è composto.

Si potrà sempre fare in modo che i due punti principali E, $E^{\cdot}$ coincidano; basta determinare φ_2 o φ_1 in modo che si abbia

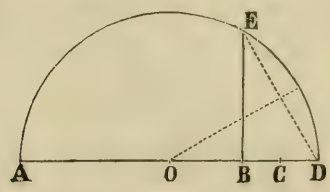
$$\varphi_2^{\,2} = \varphi_1 (d_1 + d_2) \qquad \ldots\ldots (24).$$

Se la lente, la cui distanza focale principale è φ_1 è data, si potrà prendere per d_2 un valore eguale a d_1 o poco differente da questo e determinare φ_2 dalla (24).

Altrettanto si farà se è data φ_2.

Volendo risolvere graficamente la questione di cui ci occupiamo, si prenda su di una retta indefinita un segmento $AB = \varphi_1$

Fig. 2.



e poi due altri segmenti $BC = d_1$, $CD = d_2$ e si descriva una mezza circonferenza sul diametro AD, la perpendicolare BE al diametro AD sarà φ_2.

Se è data φ_2; allora dal punto B, preso ad arbitrio su di una retta indefinita, s'innalzi a questa retta una perpendicolare $BE=\varphi_2$ e sulla retta data si prenda $BD=d_1+d_2$, il circolo che ha il suo centro sulla BD e passa pei due punti D, E determinerà il segmento $AB=\varphi_1$.

Supponiamo ora $\varphi_2>\varphi_1$, e i due punti principali si succedano nell'ordine E^*, E, e poniamo

$$d=\frac{\varphi_2^2}{\varphi_1}-(d_1+d_2)$$

come si è visto poc'anzi, il punto F coinciderà con E_1 ed il primo punto principale E cadrà a sinistra di E_2.

Poichè
$$E^*=E_2-\left(\frac{\varphi_2^2}{\varphi_1}-d_2\right)$$

anche il secondo punto principale cade sempre a sinistra di E_2 e siccome si ha anche

$$E^*=E_1-\left(\frac{\varphi_2^2}{\varphi_1}-d_2\right)+E_2-E_1$$

ovvero

$$E^*=E_1-\frac{\varphi_2^2-d_2\varphi_1-\varphi_1(\varphi_2+d_1)}{\varphi_1}$$

il punto E^* sarà a sinistra di E_1 se si avrà

$$\varphi_2^2-\varphi_1\varphi_2-\varphi_1(d_1+d_2)>0 \qquad \ldots\ldots (25)$$

ossia se φ_2 è maggiore della radice positiva della equazione

$$\varphi_2^2-\varphi_1\varphi_2-\varphi_1(d_1+d_2)=0 \ .$$

Inoltre, essendo

$$E=F^*+E=E^*-\varphi=F^*+d-\varphi=F^*+d-\varphi_2$$

il primo punto principale sarà a destra del secondo fuoco F^* se

$$d>\varphi_2$$

ossia se

$$\frac{\varphi_2^2}{\varphi_1}-(d_1+d_2)>\varphi_2$$

ovvero

$$\varphi_2^2 - \varphi_1 \varphi_2 - \varphi_1 (d_1 + d_2) > 0$$

che è identica alla (25) (come era da prevedersi).

Il secondo fuoco F^* sarà a destra del primo, se la quantità

$$F^* - F$$

sarà una quantità positiva.

Ora è

$$F^* - F = 2\varphi_2 - d \ ;$$

quindi, i punti cardinali del sistema composto si succederanno nell'ordine

$$E^*, \quad F, \quad F^*, \quad E$$

se si avrà

$$2\varphi_2 > \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} - (d_1 + d_2)$$

cioè se

$$\varphi_2^2 - 2\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_1 (d_1 + d_2) < 0 \qquad \ldots\ldots (26)$$

ovvero se φ_2 è minore della radice positiva della equazione

$$\varphi_2^2 - 2\varphi_1 \varphi_2 - \varphi_1 (d_1 + d_2) = 0 \ .$$

Il sistema composto di cui ci occupiamo funziona adunque come una semplice lente di distanza focale φ_2. Ha però un vantaggio sulla lente semplice, e tale vantaggio è che il segmento che comprende i punti cardinali è più corto di quello corrispondente alla lente semplice. Infatti, nel sistema composto i punti cardinali sono tutti compresi nel segmento $E^* \ E$, mentre nella lente semplice che ha la stessa distanza focale, il segmento che contiene i punti cardinali è uguale a $2\varphi_2 + d_2$, ed è evidente che si ha

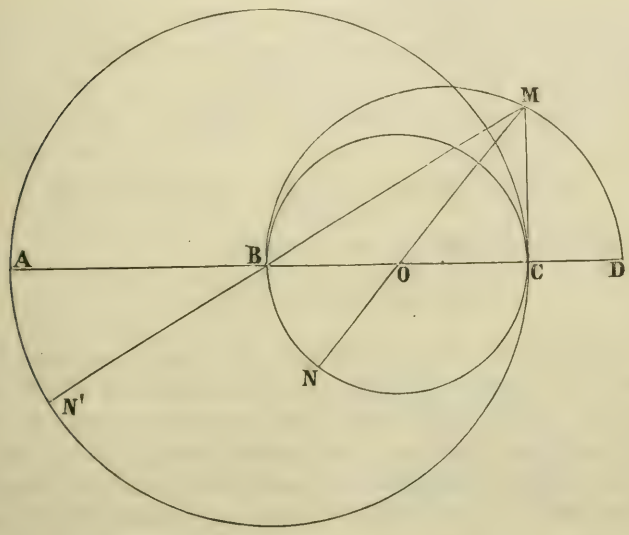
$$d < 2\varphi_2 + d_2 \ ,$$

giacchè la precedente diseguaglianza è compresa nella (26).

Quando è data φ_1 le due diseguaglianze (25) e (26) danno due valori tra i quali dev'essere compreso φ_2 per poter ottenere un sistema composto convergente della forma ora descritta. Volendo risolvere la stessa questione graficamente si prendano su

di una retta indefinita i segmenti $AB = BC = \varphi_1$ e $CD = d_1 + d_2$ e si descrivano i circoli aventi per diametro AC, BC, BD. Condotta nel punto C la tangente CM fino ad incontrare la

Fig. 3.



semicirconferenza BMD, e condotte le rette MON, MBN' che congiungono il punto M coi centri 0, B dei due circoli BC, AC, il valore di φ_2 dovrà essere compreso tra MN, MN'.

Quando sia data la distanza focale φ_2 di una data lente e si voglia trovare un'altra lente di distanza focale φ_1 tale da soddisfare alle (25) e (26), si avrà

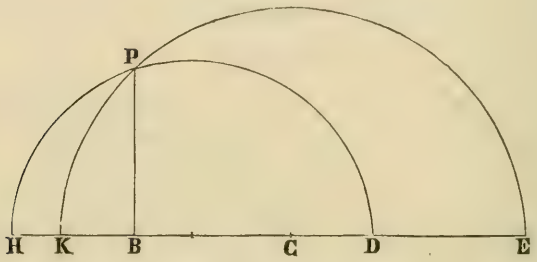
$$\varphi_1 > \frac{\varphi_2^2}{2\varphi_2 + d_1 + d_2} \qquad \ldots\ldots (27)$$

$$\varphi_1 < \frac{\varphi_2^2}{\varphi_2 + d_1 + d_2} \qquad \ldots\ldots (28).$$

Sicchè innalzando dal punto B di una retta indefinita una perpendicolare ad essa retta di lunghezza $BP = \varphi_2$, e prendendo $BC = \varphi_2$, $CD = d_1 + d_2$, $DE = \varphi_2$, se pei punti P e D, e P ed E si fanno passare due circoli aventi il loro centro sulla

retta BCE, questi determineranno due segmenti BK, BH tra i quali dev'essere compresa la distanza focale φ_1.

Fig. 4.



È notevole il caso in cui si abbia

$$\varphi_2^2 - \varphi_1 \varphi_2 - \varphi_1 (d_1 + d_2) = 0 \qquad \ldots\ldots (29)$$

poichè i punti E^*, F coincideranno tra loro, come pure i punti F^* ed E. In questo caso $\Delta = \varphi_2$ sarà uguale ad MN, vale a dire al più piccolo dei valori che poteva ottenere. È chiaro quindi che questo sistema è preferibile come *sistema di raddrizzamento* delle immagini nei cannocchiali terrestri, perchè accorcia di più il cannocchiale. Inoltre, per mezzo della equazione (29), è sempre possibile determinare φ_1 in modo, che il sistema agisca come una lente di assegnata distanza focale φ_2.

IV.

Delle due lenti, di cui si compone il sistema composto, supponiamo che una sia convergente, l'altra divergente, e che la distanza focale della lente divergente (in valore assoluto) sia maggiore della distanza focale della lente convergente.

Poichè φ_2 è negativa, si avrà

$$\varphi = -\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 - \varphi_2 - \Delta} \;;$$

quindi, essendo $F_1^* - F_2 < 0$, il sistema così composto sarà tale che percorrendo la retta cardinale nel verso della luce s'incontrerà prima F_1^*, poi F_2.

In questo caso si ha

$$E = E_1 - \varphi_1 \frac{\Delta}{\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta} \; ; \qquad E^* = E_2^* - \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta}$$

$$d = E^* - E = d_1 + d_2 + \frac{\Delta^2}{\varphi_2 + \varphi_1 + \Delta} \; ;$$

quindi i punti principali si succederanno sempre nell' ordine E, E^*, e la loro distanza sarà sempre maggiore di $d_1 + d_2$ (escludiamo il caso in cui la lente divergente sia convesso-concava).

Il primo punto principale cadrà sempre a sinistra di E_1, ed il secondo, poichè si ha

$$E^* = E_1 - \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta} + E_2^* - E_1$$

ovvero

$$E^* = E_1 + \Delta + d_1 + d_2 - \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta} \; ,$$

sarà anche a sinistra di E_1 se

$$\Delta + (d_1 + d_2) < \varphi_2 \frac{\Delta}{\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta}$$

ovvero se

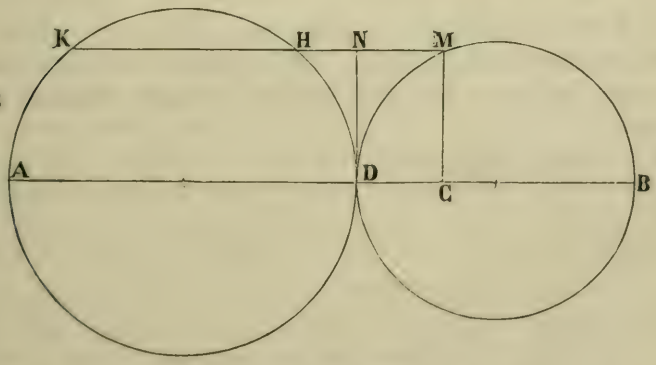
$$\Delta^2 - \{\varphi_1 - (d_1 + d_2)\}\Delta + (d_1 + d_2)(\varphi_2 - \varphi_1) < 0 \quad \ldots (30)$$

e ciò importa che Δ sia compreso tra le due radici positive della equazione

$$\Delta^2 - \{\varphi_1 - (d_1 + d_2)\}\Delta + (d_1 + d_2)(\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \quad \ldots (31).$$

Cosicchè se su di una retta indefinita si prende $AB = \varphi_2$,

Fig. 3



$AC = \varphi_1$ e quindi $CD = d_1 + d_2$, sarà $AD = \varphi_1 - (d_1 + d_2)$. Descritto un circolo con diametro AD, ed un altro con diametro

BD, e condotta la perpendicolare CM e da M la parallela ad AB che incontri in N, H, K la perpendicolare DN e la circonferenza AD, Δ dovrà essere compresa tra NH ed NK. Per essere possibile il problema, la (31) dovrà avere le sue radici reali e positive; quindi, per prima condizione, dovrà essere

$$\varphi_1 > d_1 + d_2$$

e poi dovrà essere verificata l'altra

$$\{\varphi_1 - (d_1 + d_2)\}^2 - 4(d_1 + d_2)(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$$

ovvero

$$(\varphi_1 + d_1 + d_2)^2 - 4(d_1 + d_2)\varphi_2 > 0 .$$

Se è dato φ_1 dovrà essere sempre

$$\varphi_2 < \frac{(\varphi_1 + d_1 + d_2)^2}{4(d_1 + d_2)} \qquad \ldots\ldots (32).$$

I fuochi principali sono sempre l'uno a sinistra, l'altro a destra del sistema delle due lenti, e sono più o meno lontani secondo il valore che assume φ. Il valore di φ sarà maggiore, eguale, o minore di φ_2 secondochè è

$$\Delta < 2\varphi_1 - \varphi_2$$

$$\Delta = 2\varphi_1 - \varphi_1$$

$$\Delta > 2\varphi_1 - \varphi_2 .$$

È il primo caso, che si presenta comunemente, giacchè un sistema composto della forma che abbiamo ora considerato, si usa come obbiettivo nei cannocchiali per rendere incolore le immagini.

Torino, Aprile 1883.

Lo stesso Socio FERRARIS presenta e legge la seguente Nota del Dott. Scipione CAPPA, Assistente alla Cattedra di Meccanica ed Idraulica nella R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino,

SOPRA L' EQUILIBRIO

DI UN

SISTEMA DI QUATTRO FORZE NELLO SPAZIO [1]

Il chiarissimo Professore Zucchetti nel suo pregiato lavoro intitolato: *Studio relativo alla Statica dei sistemi di forze nello spazio*, che presentava alla Reale Accademia delle Scienze di Torino nell'anno 1876 (2), accennava ad un interessante teorema relativo all'equilibrio di quattro forze nello spazio, deducendolo da considerazioni intorno alla rete funicolare.

Nella presente Memoria mi sono proposto di dare di questo teorema una dimostrazione diretta ed alcune applicazioni, colla speranza che ne venga riconosciuta la convenienza.

A questo scopo premetto un lemma ed un altro teorema.

LEMMA. — *Date due rette qualunque nello spazio ed un punto qualsiasi, si può sempre per questo punto far passare una retta che incontri le due rette date.*

Invero, basta condurre pel punto dato e per ciascuna delle due rette un piano, la retta intersezione dei due piani così determinati passerà pel punto dato, ed incontrerà le due rette date.

TEOREMA. — *Se quattro forze nello spazio due a due non compiane sono in equilibrio, una retta la quale incontri le*

(1) Quest'argomento che qui si studiò coll'appoggio di considerazioni meccaniche, si può anche trattare geometricamente fondandosi sul noto sistema focale. CULMANN, *Statique graphique*. Trad. franc., 1880.

(2) *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, vol. XII, adunanza 19 novembre, 1876.

linee d'azione di tre di queste forze, incontrerà pure la linea d'azione della quarta forza e le quattro forze giaceranno sopra una superficie rigata di secondo ordine.

Immaginiamo infatti un sistema di quattro forze in equilibrio con linee d'azione qualunque nello spazio, e preso un punto qualsiasi sopra una di esse si conduca una retta che incontri le linee di azione di due altre forze. Il tracciamento di questa retta sarà cosa sempre possibile in grazia del lemma precedentemente stabilito.

È evidente, che il momento di ciascuna delle tre forze che incontrano la retta così condotta rispetto a questa retta medesima, considerata come asse dei momenti, è nullo, e siccome per essere le quattro forze in equilibrio la somma dei momenti delle quattro forze rispetto a quella retta deve essere zero, il momento della quarta forza dovrà essere pure nullo, epperò l'asse dei momenti dovrà intersecare la linea d'azione della quarta forza medesima.

Se ora si immagina la superficie rigata di 2° ordine avente per direttrici le linee d'azione delle tre prime forze e per generatrice l'asse dei momenti considerato, dovendo la quarta forza incontrare sempre questa generatrice, si troverà sicuramente sulla superficie di 2° ordine immaginata che sarà un' iperboloide ad una falda od un paroboloide iperbolico.

In virtù di questo teorema si può dire che lo studio dell'equilibrio di un sistema di quattro forze nello spazio, equivale allo studio dell'equilibrio di un asse a cui sono applicate quattro forze.

Ciò premesso, veniamo alla dimostrazione del teorema enunciato dal Prof. Zucchetti in questi termini: « *Per un sistema di quattro forze in equilibrio nello spazio si può costrurre una infinità di poligoni funicolari quadrilateri chiusi.*

Siano $A_1 P_1$ $A_2 P_2$ $A_3 P_3$ $A_4 P_4$ le linee d'azione di quattro forze in equilibrio così disposte nello spazio che due qualunque non si incontrino, e sia 0 1 2 3 0 il poligono di queste quattro forze, il quale, per essere le forze in equilibrio, sarà chiuso. — Per un punto qualunque H della linea d'azione di una forza, p. es. della P_1, conducasi la retta HKI che incontri in K ed I le linee d'azione delle due altre forze P_2 e P_3; questa stessa retta, in virtù del teorema precedente, incontrerà eziandio in un

punto L la linea d'azione della quarta forza P_4. Per un altro punto qualunque H' della linea d'azione della prima forza P_1 conducasi una seconda retta $H'K'I'$ che incontri in K' ed I' le linee d'azione delle due forze $P_2 P_3$; la stessa retta, in virtù sempre del teorema precedente, incontrerà pure in un punto L' la quarta forza P_4.

Si costruisca ora il poligono a quattro lati chiuso e sghembo nello spazio $HK'IL'H$: questo poligono può essere un poligono funicolare del sistema delle quattro forze $P_1 P_2 P_3 P_4$.

Invero le tre rette $A_2 P_2$ HK' $K'I$ saranno tutte tre in uno stesso piano determinato dalle due rette $A_2 P_2$, $HKIL$ che si incontrano nel punto K: sarà quindi possibile scomporre la forza P_2 in due componenti dirette secondo i lati contigui $K'H$, $K'I$. Per operare questa scomposizione basterà riferirci al poligono delle forze e condurre dai vertici 1 e 2, estremi del lato 1 2 che rappresenta in grandezza e verso la forza P_2, le rette 1 C, 2 C rispettivamente parallele ai lati $K'H$, $K'I$. Queste rette 1 C, 2 C si incontreranno certamente in un punto C perchè debbono giacere nel piano passante pel lato 1 2 e parallelo al piano delle due rette $A_2 P_2$ $HKIL$ e le stesse rette 1 C, C 2 rappresenteranno in grandezza e verso le componenti della forza P_2 secondo i due lati $K'H$, $K'I$. Si può parimente riconoscere che ognuna delle altre forze $P_1 P_3 P_4$ giace in un piano coi due lati del poligono $HK'I L'H$ che le sono contigui, epperò sarà sempre possibile scomporre ciascuna delle forze stesse in due componenti secondo i lati contigui del poligono medesimo.

Fatte queste scomposizioni si potrà sostituire al sistema delle quattro forze $P_1 P_2 P_3 P_4$ un sistema equivalente di otto forze che saranno due a due dirette secondo i lati del poligono $HK'I L'H$. Ma è ancora facile vedere che le due componenti che cadono sopra uno stesso lato del poligono, saranno uguali e contrarie. Così ad es. considerando le componenti dirette secondo il lato HL' ed assumendo per asse dei momenti il lato opposto $K'I$, la somma dei momenti delle otto componenti rispetto a questo asse $K'I$ deve essere nullo perchè il sistema di queste otto forze sostituite alle quattro proposte è anch'esso in equilibrio; ma le sei componenti dirette secondo i lati HK', $K'I$, HL' hanno momento nullo rispetto all'asse $K'I$, attesochè lo incontrano, quindi anche la somma dei momenti delle due componenti dirette se-

condo il lato HL' dovrà essere zero. Ora questo può solo avvenire o se le due componenti stesse sono uguali e contrarie o se la HL' incontra od è parallela alla $K'I$. Ma è evidente che questa seconda ipotesi non è ammissibile perchè essa implicherebbe che il poligono $HK'IL'H$ non fosse già sghembo, ma giacesse tutto in un piano, nel qual caso anche le rette HI, $K'L'$ giacerebbero nel medesimo piano e quindi anche le quattro forze $P_1 P_2 P_3 P_4$ sarebbero compiane anzichè qualunque nello spazio, come si è supposto in principio. Resta pertanto dimostrato che ognuna delle quattro forze $P_1 P_2 P_3 P_4$ si può scomporre in due componenti secondo i lati contigui del poligono $HK'IL'H$ e che le componenti di due forze dirette secondo uno stesso lato di questo poligono sono uguali e contrarie. Segue da ciò che il poligono chiuso e sghembo $HK'IL'H$ è un vero poligono funicolare del sistema delle quattro forze $P_1 P_2 P_3 P_4$ in equilibrio nello spazio, e siccome i punti H ed H' dai quali si partì per costruirlo sono punti qualunque della linea d'azione della forza P_1, si vede che di questi poligoni funicolari quadrilateri chiusi se ne può tracciare un' infinità.

Come poi si sono determinate le grandezze delle componenti $1C$, $C2$ della forza P_2 dirette secondo i lati del poligono funicolare contigui alla forza stessa e che misurano eziandio le tensioni di questi lati del poligono funicolare, così si potranno trovare le componenti delle altre forze dirette secondo i rispettivi lati contigui dello stesso poligono. Unendo il punto C coi vertici 0 e 3 del poligono delle forze, le rette $C0$, $C3$ risulteranno necessariamente parallele ai lati HL', $L'I$ del poligono funicolare. Invero la componente della forza P_1 diretta secondo il lato HK' del poligono funicolare dovendo essere $C1$ uguale ed opposta ad $1C$ componente della forza P_2 secondo lo stesso lato del poligono, l'altra componente della forza P_1 secondo il lato HL' sarà rappresentata da $0C$, e quindi la retta $C0$ dovrà riuscire parallela al lato HL'; analogamente dovendo la componente della forza P_3 diretta secondo il lato $K'I$ del poligono funicolare essere la $2C$ uguale ed opposta a $C2$ componente della forza P_2 secondo lo stesso lato, l'altra componente di P_3 secondo il lato IL' dovrà essere rappresentata dalla retta $C3$ che per conseguenza riuscirà parallela al lato IL' medesimo. Le componenti adunque delle altre tre forze $P_1 P_3 P_4$ secondo i lati ad esse contigui del poligono funicolare saranno rispettiva-

mente rappresentate dalle rette $0C$, $C1$; $2C$, $C3$; $3C$, $C0$. Il punto C si potrà pertanto considerare come polo ed i raggi polari $C0$, $C1$, $C2$, $C3$ rappresenteranno in grandezza eziandio le tensioni dei diversi lati del poligono funicolare.

Dall'esame poi dalla figura vedesi come le coppie di vertici non consecutivi HI; $K'L'$ del poligono funicolare tracciato, giacciano rispettivamente sopra le due rette $HKLI$, $H'K'L'I'$ che incontrano tutte quattro le linee d'azione delle forze date. Questo fatto accadrà pure evidentemente per gli altri infiniti poligoni funicolari chiusi e sghembi che si possono tracciare pel sistema delle quattro forze in equilibrio considerato e perciò potremo enunciare il teorema nel modo seguente:

TEOREMA. — *Per un sistema di quattro forze nello spazio in equilibrio, due a due non compiane, si possono costrurre infiniti poligoni funicolari chiusi, di cui i vertici non consecutivi si trovano due a due sopra rette che incontrano le linee d'azione di tutte quattro le forze.*

Come applicazioni di questo teorema risolveremo i seguenti problemi:

PROBLEMA 1° — *Trasformare un sistema di due date forze qualunque nello spazio in un sistema equivalente di due altre forze di cui una abbia una data linea d'azione.*

Se al dato sistema di due forze si uniscono le due forze di un sistema equivalente rivolte in senso contrario, si avranno evidentemente quattro forze in equilibrio, ed in virtù del teorema dimostrato si potrà risolvere il problema come segue:

Siano A_1P_1 A_2P_2 le linee d'azione delle due forze date, 01.12 i segmenti che ne rappresentano le intensità e versi ed A_3P_3 sia la linea d'azione di una delle forze del sistema equivalente che si vuole trovare. Per due punti qualunque H, H' della linea d'azione A_1P_1 della forza P_1, si facciano passare due rette HKI, $H'K'I'$ che incontrino le altre due linee d'azione A_2P_2, A_3P_3 nei punti K, I, K', I' e si conducano le rette HK', $K'I$, che si potranno considerare come due lati di un poligono funicolare chiuso del sistema in equilibrio delle due forze date e delle due che si cercano rivolte queste per versi contrari.

Dagli estremi 1 e 2 del segmento che rappresenta la gran-

dezza della forza P_2 si tirino le rette $1C$, $2C$ rispettivamente parallele alle HK', $K'I$ che si incontreranno nel punto C, e si tiri ancora la retta $C0$. Si conduca in seguito la HL' parallela a $C0$ fino ad incontrare la retta $H'K'I'$ nel punto L'; si uniscano i punti L' ed I colla retta $L'I$ e dal punto C si tiri la $C3$ parallela alla $L'I$. Il quadrilatero $HK'IL'H$ sarà un poligono funicolare chiuso del sistema in equilibrio costituito dalle due forze date e dalle due forze uguali e direttamente contrarie a quelle che si cercano. Se dal punto 2 si condurrà una parallela alla retta data A_3P_3 essa incontrerà sicuramente la retta $C3$ in un punto 3; si unisca questo punto 3 così determinato col punto 0 e per ultimo dal punto L' si guidi la retta $L'L$ parallela alla 03. Il sistema delle due forze rappresentate in grandezza e senso dai segmenti 03, 32 ed aventi per linee d'azione le rette LL', II' sarà evidentemente equivalente al sistema delle due forze date P_1 P_2.

Questo problema si può risolvere con un'infinità di costruzioni di questo genere, le quali condurranno però sempre allo stesso risultato.

Problema 2° — *Trasformare un sistema di due date forze qualunque nello spazio in un sistema equivalente di due altre delle quali una sia data in grandezza, direzione e senso.*

Siano al solito A_1P_1 A_2P_2 le linee d'azione delle due forze date, 01, 12 i segmenti che ne rappresentano le grandezze e sensi, e 32 il segmento che rappresenta in grandezza, direzione e senso una delle due forze del sistema equivalente che si vuole trovare.

Da un punto qualunque H della linea di azione della forza P_1 si conduca la retta qualsiasi HK' che incontri la linea di azione della forza P_2 in un punto K', e dall'estremo 1 del segmento 12 che rappresenta la forza P_2 si conduca la retta $1C$ parallela alla HK'.

Preso su questa retta $1C$ un punto qualsivoglia C, si proiettino da esso gli altri vertici 0, 2, 3 del poligono delle forze e dai punti H, K' si conducano le rette HL', $K'I$ rispettivamente parallele ai raggi $C0$, $C2$. Le rette HK', HL', $K'I$ si potranno considerare come tre lati di un poligono funicolare chiuso del sistema di forze in equilibrio costituito dalle due forze date e dalle due altre che si cercano rivolte queste per versi con-

trarii. Ricordando ora che ciascheduna forza deve giacere in uno stesso piano coi due lati del poligono funicolare che le sono contigui, e che per conseguenza ogni lato del poligono funicolare è l'intersezione dei due piani determinati ciascuno da una delle due forze che passano pei suoi estremi e dall'altro lato del poligono funicolare che è contiguo a questa forza, è facile vedere che il quarto lato di quel poligono funicolare sarà l'intersezione dei due piani condotti uno, per la retta HL' e parallelo al piano $C\,0\,3$ e l'altro, per la retta $K'I$ e parallelo al piano $C\,2\,3$.

Si traccino adunque questi due piani e sia $L'I$ la loro comune intersezione; questa retta $L'I$ che sarà il quarto lato di quel poligono funicolare chiuso considerato, riuscirà certamente parallelo al raggio polare $C\,3$ intersezione dei piani $C\,0\,3$, $C\,2\,3$ ed incontrerà in I ed L' gli altri due lati $K'I$, HL' precedentemente condotti. Se da questi punti I, L' così determinati si condurranno le rette A_3P_3, A_4P_4 rispettivamente parallele alle $2\,3$, $3\,0$, il sistema delle due forze rappresentate in grandezza e senso dai segmenti $0\,3$, $3\,2$ ed aventi per linee d'azione le rette A_3P_3, A_4P_4 sarà equivalente al sistema delle due forze date P_1 P_2.

Anche questo problema si può risolvere con infinite costruzioni di questo genere che condurranno però sempre allo stesso risultato.

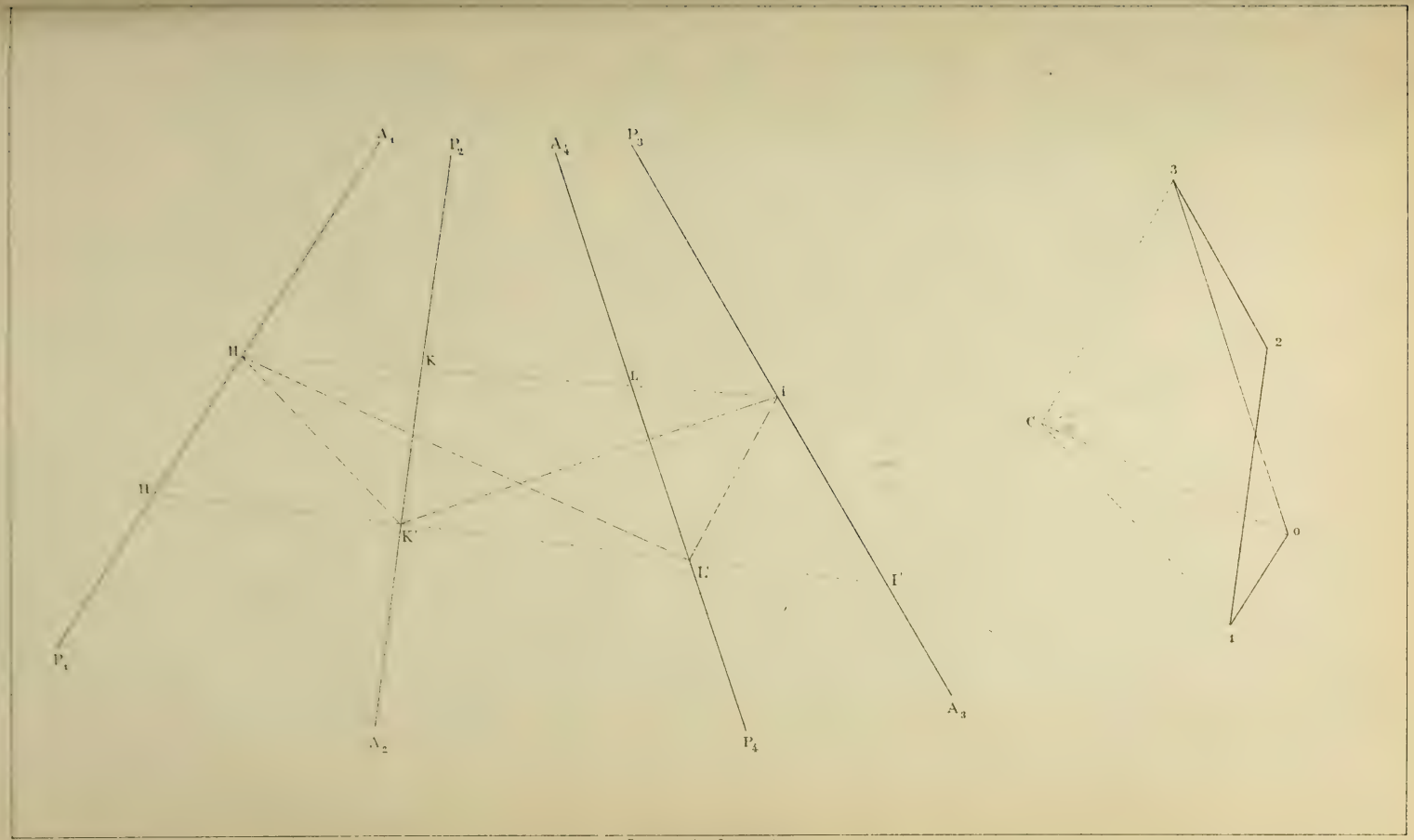
Faremo per ultimo alcune osservazioni. — Se un sistema di tre forze ammette una risultante unica, rivolgendo questa risultante per verso contrario ed unendola alle tre forze del sistema, si avranno quattro forze in equilibrio, ovvero anche due sistemi di due forze equivalenti per uno dei quali le forze siano state rivolte in senso contrario. È quindi facile dedurre dalle cose esposte precedentemente che tre forze nello spazio ammetteranno una risultante unica anche quando le linee d'azione di tutte tre le forze siano qualunque, purchè la grandezza della terza forza sia una certa che si può determinare colla stessa costruzione fatta per la risoluzione del primo problema studiato. Questa risultante giacerà poi sulla superficie di 2° ordine rigata, di cui le tre componenti sono le direttrici.

Per un sistema di quattro forze in equilibrio nello spazio costruendo il poligono delle forze, due poligoni funicolari diversi e proiettando dai due rispettivi poli i vertici del poligono delle

forze, si ha un esempio di due figure reciproche (1) sghembe nello spazio costituite l'una dalle linee d'azione delle quattro forze e dai lati dei due poligoni funicolari, e l'altra da due serie di triangoli aventi per basi i lati del poligono delle forze, e per una serie il vertice comune in un polo, e per l'altra serie il vertice comune nell'altro polo. Evidentemente queste due figure avranno lo stesso numero di lati rispettivamente paralleli ed ai lati, che formano un contorno chiuso in una figura corrispondono nell'altra figura altrettanti lati paralleli concorrenti tutti in uno stesso punto, come per le figure reciproche piane della Statica grafica.

---

(1) Il significato di questa denominazione vuole essere qui ben distinto da quello che le si attribuisce nello studio di certe figure che si considerano nella Geometria proiettiva.



Torino, Lit. Salussolia

Il Socio Cav. Prof. Giulio Bizzozero, condelegato col Socio Comm. Prof. M. Lessona ad esaminare una Memoria del Professore G. Sergi che ha per titolo: « *Polimorfismo ed anomalie delle tibie e dei femori degli scheletri etruschi di Bologna* », legge la seguente Relazione:

Lo studio è fatto su 97 tibie e 92 femori tratti dai sepolcri etruschi di Bologna. — Due fatti importanti rilevò l'Autore nello studio delle tibie: grande varietà di forma e platicnemia. Questa infatti venne osservata nella misura del 43,83 per cento. Anche nei femori vi ha polimorfismo, meno però che nelle tibie.

L'importanza del fatto sta specialmente in ciò, che si è ritenuto che le anomalie delle tibie e dei femori fossero proprie dell'uomo preistorico, mentre qui siamo davanti all'uomo dei tempi storici, verso il quinto secolo avanti Cristo.

Il lavoro è interessante e diligente assai, e quindi noi proponiamo ne venga data lettura per poter poi farlo stampare nelle Memorie dell'Accademia.

Lessona
G. Bizzozero

In questa medesima adunanza, udita la lettura del lavoro del Prof. Sergi, la Classe ne approva la stampa nei volumi delle *Memorie*.

A nome del Socio Prof. Angelo GENOCCHI il Socio SIACCI presenta:

1° Il fascicolo di Giugno 1882 del *Bullettino di Bibliografia e Storia delle Scienze matematiche e fisiche* del Principe BONCOMPAGNI.

2° Una nota del medesimo BONCOMPAGNI: *Sur deux théorèmes énoncés dans le Journal « Mathesis »*. Liège, 1883.

3° Due note del Prof. Matteo FIORINI « *Sopra la proiezione cartografica isogonica* ». Bologna, 1882-83.

Il Socio Cav. Prof. Galileo Ferraris, per incarico avuto dalla Classe, redige il seguente

SUNTO DELLA DESCRIZIONE

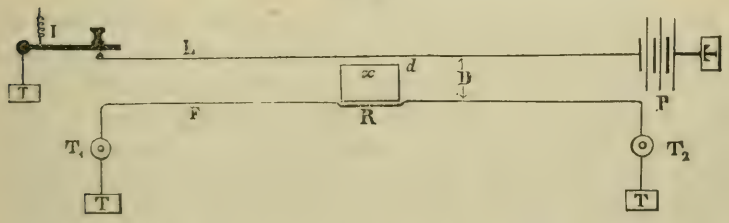
di due sistemi per neutralizzare gli effetti dell'induzione delle linee telegrafiche sui fili telefonici ad esse paralleli

PRESENTATA

dal sig. Alessandro E. CONTI

La prima disposizione proposta dal signor Alessandro E. Conti, per neutralizzare gli effetti dell'induzione delle linee telegrafiche sui fili telefonici ad esse paralleli, è indicata nella 1ª figura.

Fig. 1.

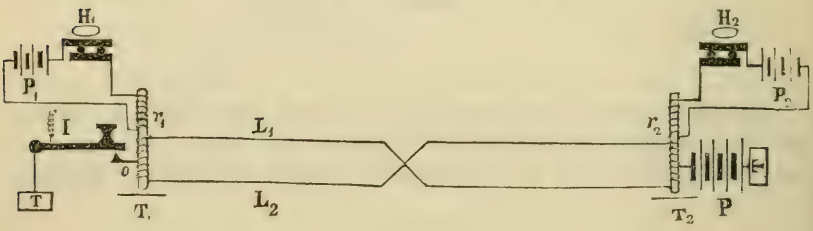


In questa figura L rappresenta un filo telegrafico, P la pila, I il tasto della stazione telegrafica mittente, $T\,T$ le lastre a terra. Parallelamente alla linea L si ha un altro filo F, comunicante col suolo per mezzo di altre due lastre a terra $T\,T$, sul quale sono inseriti i telefoni T_1 e T_2. Per neutralizzare gli effetti dell'induzione prodotta sul filo telefonico dalle correnti intermittenti che si hanno sulla linea L, l'autore propone di ripiegare il filo F una o più volte come è indicato in R, per modo che il tratto di ritorno x sia molto vicino alla linea L. Calcolando convenientemente la lunghezza dei tratti di ritorno x si può fare sì che la somma delle forze elettro-motrici prodotte

dall'induzione su questi tratti sia uguale e contraria alla forza elettro-motrice prodotta dall'induzione sull'intiero filo diretto F. Questo artifizio, proposto specialmente pel caso in cui le due linee telegrafica e telefonica percorrano i due fianchi di una strada, permetterebbe di ottenere con un notevole risparmio di filo ciò che già si ottiene provvedendo la linea telefonica di un completo filo di ritorno.

La seconda disposizione è indicata nella fig. 2, ed è proposta pel caso in cui tutti i fili debbano essere portati da una medesima serie di pali. La trasmissione telefonica è fatta per mezzo

Fig. 2.



di due telefoni differenziali T_1 e T_2 e di due trasmettitori microfonici H_1 ed H_2 inseriti in due circuiti locali, dei quali fanno parte le pile P_1 e P_2 e le spirali $r_1 r_2$ avvolte sui nuclei dei telefoni. I due telefoni sono riuniti coi due fili di linea L_1 ed L_2 e formano, con questi, un circuito chiuso. Le variazioni delle correnti nei circuiti dei microfoni producono nel circuito dei due telefoni correnti indotte, le quali percorrono i fili L_1 ed L_2 in versi opposti. La trasmissione telegrafica invece si fa per mezzo di due correnti derivate uguali percorrenti i due fili L_1, L_2 nel medesimo verso, e quindi senza effetto sui telefoni T_1, T_2. A quest'uopo il tasto I della stazione mittente, la pila P e gli apparecchi ricevitori della stazione ricettrice sono congiunti ai punti di mezzo delle spirali dei due telefoni, come è indicato in O nella figura.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

CLASSI UNITE

CLASSI UNITE

Adunanza del 6 Maggio 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

In questa adunanza l'Accademia elegge a suo Presidente il Sig. Comm. Prof. Ariodante FABRETTI, Direttore della Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, in sostituzione del compianto Senatore Ercole RICOTTI, a compiere il triennio dal medesimo incominciato.

Gli Accademici Segretari { Ascanio SOBRERO
Gaspare GORRESIO.

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

PEANO — Sulle funzioni interpolari . . . . . *Pag.* 409

DENZA — Le aurore polari in Italia nell'anno 1882. - *Nota prima.* L'aurora polare del 16-17 Aprile 1882 . . . . . » 417

JADANZA — Sopra alcuni sistemi diottrici composti di due lenti . . » 437

CAPPA — Sopra l'equilibrio di un sistema di quattro forze nello spazio . . . . . » 455

BIZZOZERO — Relazione sulla Memoria del Prof. G. SERGI, intitolata: *Polimorfismo ed anomalie della tibia e dei femori degli scheletri etruschi di Bologna* . . . . . » 463

SIACCI — Presentazione del *Bullettino di Bibliografia e Storia delle Scienze matematiche e fisiche*, pubblicato dal Principe BONCOMPAGNI . . . . . » 464

CONTI — Sunto della descrizione di due sistemi per neutralizzare gli effetti dell'induzione delle linee telegrafiche sui fili telefonici ad essi paralleli . . . . . » 465

Classi Unite.

ELEZIONE del Comm. Prof. Ariodante FABRETTI a Presidente dell'Accademia . . . . . » 469

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE

DI TORINO

PUBBLICATI

dagli Accademici Segretari delle due Classi

VOL. XVIII, DISP. 7ª (*Giugno* 1883)

Classe di Scienze Fisiche, Matematiche
e Naturali.

TORINO

ERMANNO LOESCHER

Libraio della R. Accademia delle Scienze.

CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Giugno

1883.

CLASSE
DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

Adunanza del 10 Giugno 1883.

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. P. RICHELMY
VICE-PRESIDENTE

Il Socio Comm. Prof. Alfonso Cossa presenta e legge la seguente Nota del sig. Dott. Icilio Guareschi, Professore nella R. Università di Torino,

SULLA

COSTITUZIONE DELLA TIOALDEIDE

E

DELLA CARBOVALERALDINA.

Colle esperienze descritte in questa breve nota mi proposi di stabilire meglio la costituzione della tioaldeide, o solfaldeide, e della carbovaleraldina. Questi studi, compiuti in gran parte già da quattro anni, sono la continuazione di quelli sulla tialdina, la carbotialdina e l'acido etilidendisolforico che pubblicai negli *Atti* della R. Accademia dei Lincei del 1878 e 1879.

I. — Tioaldeide.

La tioaldeide C^2H^4S fu ottenuta da Weidenbusch (1) per l'azione del gas solfidrico sull'aldeide etilica in presenza di acqua, e scomponendo l'olio che si separa, con acido cloridrico. La densità di vapore di questo composto fu determinata da Hofmann (2)

(1) *Ann. d. Chem. u. Pharm.* T. 65.
(2) *Ber. d. deut. Chem. Gesell.* III, p. 589.

il quale trovò $dv = 6,25$ corrispondente quindi alla formola $(C^2 H^4 S)^3$ per la quale si calcola $dv = 6,27$. Perciò si ammise la formola tripla $C^6 H^{12} S^3$, ma nessuna dimostrazione d'ordine essenzialmente chimico fu data in appoggio di questa formola.

Io ho studiato alcuni prodotti di ossidazione forniti da questa sostanza. La tioaldeide impiegata nelle mie esperienze fu in parte preparata da me per mezzo del gas solfidrico sull'aldeide etilica e successivo trattamento del prodotto con acido cloridrico; in parte fu acquistata dalla fabbrica Trommsdorff. Era in begli aghi bianchi fusibili verso 45-46°. Una determinazione dello solfo col metodo Kolbe diede i risultati seguenti:

gr. 0,222 di sostanza fornirono 0,860 di solfato baritico.

Da cui:

	Trovato	Calcolato per $C^6 H^{12} S^3$
Solfo %	53,19	53,33.

Ossidazione col permanganato di potassio. — La tioaldeide per porzioni di 5 gr. ogni volta, sospesa in acqua e scaldata a b. m. sino a fusione, fu trattata con 25 a 26 gr. di permanganato in 400^{cc} di acqua e finchè cessasse di scolorarsi il liquido. Il liquido filtrato, lievemente alcalino, era limpido ed incoloro. Evaporato sino a piccolo volume perde affatto l'odore agliaceo; così concentrato depone una sostanza cristallina *(A)* bianca, che sarà esaminata più innanzi. Evaporato quasi a secco il liquido separato da *A*, si trattò il residuo con alcool assoluto per togliere il rimanente di sostanza cristallina sovraindicata e l'acetato di potassio formatosi. La parte insolubile nell'alcool sciolta in acqua si trattò con idrato di bario, nel qual caso il liquido ingiallisce e sviluppa odore di senape, poi si trattò con CO^2, si fece bollire e si filtrò per separare il carbonato e solfato baritico.

Il liquido filtrato e concentrato fu neutralizzato con acido acetico e trattato con alcool assoluto. Si depone in questo modo un sale bianco, pastoso, che a poco a poco diventa affatto solido e cristallino. I cristalli furono compressi al torchio e fatti cristallizzare dall'acqua. In questo modo ottenni un bel sale potassico in bei cristalli incolori, con tutto l'aspetto e le reazioni dell'*etilidendisolfato potassico*. Analizzato diede i risultati seguenti:

gr. 0,4134 di sostanza asciutta all'aria, per riscaldamento a 100-140° perdettero 0,0498 di acqua:

Quindi :

	Trovato	Calcolato per $C^2H^4(SO^3K)^2 + 2H^2O$
H^2O %	12,05	11,92 .

I. gr. 0,5055 di sostanza secca a 140° fornirono 0,1715 di CO^2 e 0,075 di H^2O.

II. gr. 0.2425 di sostanza secca a 140° fornirono 0,161 di solfato potassico.

Quindi :

	I.	II.
$C =$	9,23	—
$H =$	1,64	—
$K =$	—	29,73 .

Numeri che concordano colla formola $C^2H^4(SO^3K)^2$ per la quale si calcola :

$$C = 9{,}03$$
$$H = 1{,}50$$
$$K = 29{,}32 .$$

Nell'acqua madre, dalla quale si separa questo sale, si contiene un altro sale che non si può ottenere cristallizzato e che resta sciropposo ; la soluzione di questo precipita coll'*acetato di piombo*, col *nitrato d'argento*, prima in giallo poi in nero, e col *nitrato mercuroso* in nero. Alcune volte questo prodotto sciropposo si forma in quantità notevole e rende difficile la separazione e la purificazione dell'etilidendisolfato.

Ossisolfuro $C^6H^{12}S^3O^3$. — La sostanza *(A)* è molto solforata. Solubile nell'acqua e nell'alcool. Dall'acqua bollente cristallizza in aghi splendenti ed incolori. Fonde, dopo ripetute cristallizzazioni, a 216-217°; brucia con fiamma splendente azzurra, senza lasciare residuo. Scaldata non perde di peso. Ne ottenni solo una piccola quantità. Analizzata diede i risultati seguenti :

I. gr. 0,2473 di sostanza, bruciati con cromato di piombo diedero 0,2855 di CO^2 e 0,1235 di H^2O.

II. gr. 0,2027 di sostanza perfettamente secca sull'acido solforico fornirono, col metodo Kolbe (1), 0,6274 di solfato baritico.

III. gr. 0,1764 diedero 0,5565 di solfato baritico.

Quindi :

	I.	II.	III.
$C =$	31,47	—	—
$H =$	5,54	—	—
$S =$	—	42,48	43,32
$O =$	—	20,51	—

Numeri questi che concordano colla formola C^2H^4SO, o più probabilmente $C^6H^{12}S^3O^3$, per la quale si calcola :

$$C = 31,58$$
$$H = 5,26$$
$$S = 42,10$$
$$O = 21,06 \ .$$

Questo ossisolfuro io credo debba essere rappresentato con :

$$\begin{array}{c} CH^3 . CH - SO - CH . CH^3 \\ | \qquad\qquad | \\ SO - CH - SO \\ \cdot \\ CH^3 \ ; \end{array}$$

Che contenga i due gruppi SO^2 e SO è poco probabile.

Ammettendo la formola C^2H^4SO dovrebbe essere : $CH^3 . CH = SO$.

Un isomero di questo, l'*ossisolfuro d'etilene* C^2H^4SO, decomponibile senza fondere a 200°, solubile nell'acqua ed insolubile nell'alcool, fu ottenuto da Crafts (2) ossidando con acido nitrico il solfuro d'etilene. Questo, sembra lo stesso ossisolfuro che Husemann (3) ottenne decomponendo con acqua il bromuro od il cloruro di dietilene e la cui composizione sarebbe :

$$C^4H^8S^2O^2 \ .$$

(1) Il metodo di Kolbe applicato per sostanze non molto volatili mi ha sempre dato buoni risultati, ed è preferibile a molti altri processi.

(2) *Soc. Chim. de Paris, Bull. des Séances*, 1862, pag. 91.

(3) *Bull. Soc. Chim.* 1864, T. I, p. 36.

Erlenmeyer (1) rappresenta l'ossisolfuro di Crafts e di Husemann colla formola:

$$\begin{array}{l} CH^2 - SO - CH^2 \\ | \qquad\qquad\quad | \\ CH^2 - SO - CH^2 . \end{array}$$

Insieme all'ossisolfuro che ho descritto ve ne ha senza dubbio un altro che non ho però potuto ottenere puro. Il prodotto greggio che fondeva a 175-180° si separò nella sostanza descritta più sopra, e dalle acque madri si ha un prodotto fusibile 150-190°, del quale non mi occupai più oltre. Riassumendo, per ossidazione della tioaldeide con permanganato potassico si ottengono: *acido solforico, acido acetico, acido etilidendisolforico*, un altro solfoacido il cui sale potassico è sciropposo ed *ossisolfuri*, fra i quali $C^6H^{12}S^3O^3$.

In una operazione più in grande ho ottenuto risultati meno soddisfacenti, perchè il sale potassico ottenuto, benchè incoloro e cristallizzato, diede all'analisi dei risultati poco concordanti e da 100 gr. di tioaldeide ottenni insieme a diversi ossisolfuri un liquido sciropposo da cui il sale potassico cristallizza assai difficilmente, e questo dopo ripetute cristallizzazioni diede

$$\begin{aligned} C &= 13{,}87 \text{ a } 13{,}07 \\ H &= 3{,}02 \text{ a } 2{,}94 \\ S &= 23{,}8 \text{ a } 23{,}05 \\ K &= 23{,}8. \end{aligned}$$

Analisi queste, dalle quali non si ricava alcuna formola soddisfacente. Anche gli ossisolfuri, sebbene ben cristallizzati, erano miscugli fusibili a 115°-120°, 160°-180°, 190°-200°.

Ossidazione col permanganato di zinco. — 150 grammi di tioaldeide per porzioni di 25 e 50 gr. sospesi in 400 cc. d'acqua furono ossidati con 450 gr. di permanganato di zinco in 6 litri di acqua. Si scaldò a bagno-maria per fondere la tioaldeide, e dopo viva agitazione, si aggiunse a poco a poco il permanganato sino a scolorazione completa.

Il liquido filtrato a caldo era incoloro, acido e depose per raffreddamento una bella materia cristallina, bianca, che pesava

(1) *Lehr. d. Org. Chem.* 1867, p. 322.

35 gr. *(A)*. Il liquido filtrato s'intorbida per riscaldamento e deposita dei fiocchi; si scaldò, e poi di nuovo fu filtrato per separare un composto che contiene dello zinco. Questo liquido di nuovo filtrato ed evaporato fornisce dell'altra materia cristallina con dello *solfo* molle di un bel giallo vivo, completamente solubile nel solfuro di carbonio e che dopo alcuni mesi diventa solido. Per concentrazione delle acque madri si ha un altro prodotto che ricristallizzato dall'alcool bollente si separa in due parti, una cristallina, pesante e che fondeva a 225-233° *(B)*, ed un'altra anch'essa cristallina, leggera e che fondeva a 150-200°.

Nelle acque di concentrazione si trova dell'acetato ed una quantità notevole di solfato di zinco. Una porzione del liquido trattata con acqua di barite, poi con anidride carbonica, dimostra di contenere dell'acetato di bario, ma non ho potuto riconoscere la presenza dell'etilidendisolfato.

Ossisolfuro $C^6H^{12}S^3O^5$ (*prodotto A*). — Questa sostanza cristallina dopo ripetute cristallizzazioni dà un prodotto il quale incomincia ad imbrunire a 235°, e non fonde nemmeno a 245°, ma si scompone. La materia purificata non perde di peso scaldata anche a 110°. All'analisi diede i risultati seguenti:

I. gr. 0,3205 di sostanza fornirono 0,3275 di CO^2 e 0,1395 di H^2O;

II. gr. 0,2955 di sostanza diedero 0,2965 di CO^2 e 0,1320 di H^2O;

III. gr. 0,1310 di sostanza col metodo di Kolbe diedero gr. 0,3355 di solfato di bario;

IV. gr. 0,1190 di sostanza col metodo Carius, impiegando acido nitrico a 1,48 d. fornirono gr. 0,3045 di solfato di bario;

V. gr. 0,3156 col metodo Kolbe diedero gr. 0,8226 di solfato di bario;

VI. gr. 0,2586 di sostanza fornirono gr. 0,6970 di solfato di bario.

Da cui

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
$C =$	27,85	27,34	—	—	—	—
$H =$	4,82	4,96	—	—	—	—
$S =$	—	—	35,16	35,13	35,70	37,00

Numeri che concordano sufficientemente colla formola $C^6 H^{12} S^3 O^5$ per la quale si calcola

$$C = 27,70$$
$$H = 4,61$$
$$S = 36,92.$$

Quest'ossisolfuro è in bei cristalli incolori, di odore lievemente agliaceo, solubile nell'alcool bollente. 100 parti di alcool a 93,5 $^0/_0$ ne sciolgono 0,54 parti a 15°,2 (media di due determinazioni concordanti). Si scioglie nell'acqua bollente, da cui cristallizza, ma è poco solubile a freddo; è quasi insolubile nell'etere, solubile nel cloroformio. Imbrunisce verso i 235° e non fonde a 245°. Scaldato in tubo da saggio fonde, dando sublimato bianco e sviluppando odore solforoso e vapori acidi. Bollito con soda si scioglie facilmente e cristallizza per raffreddamento; il liquido è un po' bruno ed il prodotto cristallizzato imbrunisce, ma non fonde a 245°. Nell'ammoniaca è meno solubile che nella soda e il liquido resta incoloro. Con acido nitrico ad 1,40 a freddo si scioglie ed a caldo sviluppa vapori rossi.

Riguardo all'analisi di questa sostanza è da notarsi, che col metodo di Carius si ossida difficilmente. Adoperando il metodo di Carius, con acido nitrico a 1,20 di densità e scaldando per molte ore ottenni in una analisi, 32 $^0/_0$, di solfo, e in un'altra solamente 18 $^0/_0$, essendo rimasta una parte della sostanza affatto incombusta, mentre come abbiamo visto più sopra coll'acido nitrico ad 1,48 e col metodo di Kolbe dà costantemente da 35 a 37 p. $^0/_0$ di solfo. Farò notare ancora che dà un prodotto, il quale imbrunisce già a 230° senza fondere, ottenni 30,05 e 29,81 p. $^0/_0$ di carbonio e 5,45 e 5,51 p. $^0/_0$ di idrogeno, e determinando lo solfo col metodo di Carius ottenni 32,18 p. $^0/_0$, il che mi fece supporre che si trattasse di un composto $C^3 H^{10} S^2 O^4$, pel quale si calcola $C = 30,30$, $H = 5,55$ e $S = 32,32$.

L'*ossisolfuro* $C^6 H^{12} S^3 O^5$ non si ossida più col permanganato di potassio solo, ma si ossida col permanganato potassico in soluzione alcalina. 5 gr. di sostanza furono ossidati con permanganato previa aggiunta di potassa caustica; dopo riscaldamento a bagno-maria il liquido si scolora. Cessata la reazione, il filtrato fu trattato con eccesso di barite poi con anidride

carbonica a caldo e di nuovo filtrato. Il liquido alcalino concentrato ed acidulato con acido acetico fu precipitato con alcool assoluto. Il precipitato cristallino bianco che ha l'aspetto dell'etilidendisolfato potassico, fu ripetutamente sciolto e precipitato con alcool. Questo sale rassomiglia molto al sale potassico che si ottiene per ossidazione diretta della tioaldeide, ma non l'ho esaminato.

Ossisolfuro $C^6H^{12}S^3O^4$ (?) (*prodotto B*). — Questa porzione di ossisolfuro è, dopo ripetute cristallizzazioni, in begli aghi corti, duri, pesanti, bianchissimi che fondono a 228-231° in liquido perfettamente incoloro, il quale a temperatura più alta diventa rosso-bruno. 1 p. si scioglie in 550 a 580° p. di acqua 19°. Molto più solubile a caldo.

All'analisi diede i risultati seguenti:

I. $0^{gr.},2436$ di sostanza fornirono: 0,2544 di CO^2 e 0,1082 di H^2O;

II. $0^{gr.},2738$ fornirono 0,2845 di CO^2 e 0,1207 di acqua;

III. $0^{gr.},2550$ di sostanza, col metodo Kolbe, diedero 0,7793 di $BaSO^4$.

Cioè:

	I.	II.	III.
$C =$	28,48	28,34	—
$H =$	4,93	4,89	—
$S =$	—	—	41,97.

Numeri, che concordano poco bene colla formola dell'*ossisolfuro* $C^6H^{12}S^3O^4$, per la quale si calcolerebbe:

$$C = 29,5$$
$$H = 4,9$$
$$S = 39,34.$$

Ossisolfuro $C^6H^{12}S^3O^2$. — Ricristallizzando moltissime volte la miscela fusibile a 150-200° che si trova nelle acque madri si separano diversi prodotti a punto di fusione non costante, come quelli che si ottengono col permanganato potassico cioè a: 190-230°;

160-190°: 140-155° e 108-116°. Da quest'ultima porzione riuscii finalmente ad ottenere un ossisolfuro fusibile a 112-116° ed il cui punto di fusione anche dopo molte cristallizzazioni dall'acqua bollente non variava che pochissimo. Quest'ossisolfuro cristallizza dall'acqua bollente in aghi piatti od in piccoli prismi corti, brillanti, solubili poco nell'acqua fredda, molto nella bollente, solubilissimo nell'alcool e nell'etere. Fonde a 112-116°. Sublima in parte scomponendosi e mandando odore solforoso. La soluzione acquosa, non si colora, nè precipita col nitrato d'argento.

Analizzato diede i risultati seguenti:

I. gr. 0,2715 di sostanza fornirono 0,3350 di CO^2 e 0,1395 di H^2O.

II. gr. 0,1652 di sostanza, col metodo Kolbe, fornirono 0,5427 di solfato baritico.

III. gr. 0,2746 di sostanza secca a 100° fornirono 0,3425 di CO^2 e 0,1420 di H^2O.

Da cui la composizione centesimale seguente:

	I.	II.	III.
$C =$	33,65	—	34,01
$H =$	5,69	—	5,71
$S =$	—	45,12	—

Numeri che concordano bene colla formola $C^6H^{12}S^3O^2$ per la quale si calcola:

$$C = 33,96$$
$$H = 5,65$$
$$S = 45,20.$$

Degli altri prodotti indicati più sopra e che sono senza dubbio miscele di ossisolfuri, nón me ne sono occupato.

Dunque, quando si ossida la tioaldeide col permanganato di potassio e col permanganato di zinco, i prodotti che si ottengono sono alquanto diversi: in tutteduе i casi però si formano sostanze contenenti *due* o *più* atomi di solfo ed altre con *sei* atomi di carbonio. I composti ossigenati che, oltre all'acido etilidendisolforico si producono in queste condizioni, formano una serie di ossisolfuri $C^6H^{12}S^3O^2$, $C^6H^{12}S^3O^3$, $C^6H^{12}S^3O^4$ e $C^6H^{12}S^3O^5$,

alcuni dei quali difficilmente si possono separare l'uno dall'altro ed ottenere in istato di completa purezza. La loro proporzione relativa varia nelle diverse preparazioni. Avrebbe avuto qualche interesse lo studio dell'azione del percloruro di fosforo e degli agenti riduttori su questi ossisolfuri.

Non ho trovato nè il primo prodotto di ossidazione $C^6H^{12}S^3O$ nè l'ultimo $C^6H^{12}S^3O^6$; forse esistono nelle mescolanze che ho indicato più sopra. Nemmeno ho potuto osservare la presenza di qualche isomero della tioaldeide.

È specialmente nell'ossidazione col permanganato di zinco che si forma la maggior quantità di ossisolfuri.

Ciò è importante (1) perchè dimostra, che nella tioaldeide solida sono riuniti tre gruppi C^2H^4S concatenati a mezzo dello solfo, cioè rende sempre più probabile la formola:

$$\begin{array}{ccccc} CH^3.CH & - & S & - & CH.CH^3 \\ | & & & & | \\ S & - & CH & - & S \\ & & \cdot & & \\ & & CH^3. & & \end{array}$$

Come fu ammesso da alcuni chimici senza però prove dirette eccetto la densità di vapore e l'altro fatto che la tioaldeide può essere ottenuta dalla paraldeide col gas solfidrico; per la paraldeide si ammette la formola di Kekulé e Zincke (2) cioè:

$$\begin{array}{ccccc} CH^3.CH & - & O & - & CH.CH^3 \\ | & & & & | \\ O & - & CH & - & O \\ & & \cdot & & \\ & & CH^3. & & \end{array}$$

Ma da questo corpo, sino ad ora, non si sono ottenuti prodotti con almeno *sei* atomi di carbonio.

---

(1) In quanto all'importanza della formazione dell'acido etilidendisolforico dalla tioaldeide da me accennata nella mia nota presentata all'*Accademia dei Lincei* nel 1878, mi piace notare che Kolbe e E. Meyer nel loro *Hand. d. Org. Chem.* I, p. 659, riportando questa mia osservazione dicono: « Die Beobachtung, dass der Sulfaldehyd durch Behandeln mit übermangansaurem Kali partiell in das Kalisalz einer Disulfonsäure übergeführt wird, vermuthlich in aethylidendisulfonsaures Kali, $CH^3CH(SO^3K)^2$, verdient besondere Beachtung ».

(2) *Berichte d. deut. Chem. Gesell.* III, p. 589.

Questa formola della tioaldeide spiega benissimo la formazione dell'acido etilidendisolforico $CH^3.CH\begin{cases}SO^3H\\SO^3H\end{cases}$ e degli ossisolfuri sopradescritti; intorno a molti di questi però non abbiamo dati sufficienti per stabilire se contengono l'ossigeno tutto od in parte sotto forma di SO o di SO^2 potendo esistere diversi isomeri, come ad esempio per l'ossisolfuro $C^6H^{12}S^3O^2$:

I. II.

$$\begin{array}{l} CH^3.CH-SO-CH.CH^3 \\ \quad\;\; | \qquad\qquad\;\; | \\ \quad SO-CH-S \\ \qquad\quad \cdot \\ \qquad\; CH^3 \end{array} \quad \text{oppure} \quad \begin{array}{l} CH^3.CH-SO^2-CH.CH^3 \\ \quad\;\; | \qquad\qquad\;\; | \\ \quad S-CH-S \\ \qquad\quad \cdot \\ \qquad\; CH^3. \end{array}$$

Mentre, per $C^6H^{12}S^3O^5$, è possibile una sola formola, cioè:

$$\begin{array}{l} CH^3.CH-SO^2-CH.CH^3 \\ \quad\;\; | \qquad\qquad\;\; | \\ \quad SO^2-CH-SO \\ \qquad\quad \cdot \\ \qquad\; CH^3. \end{array}$$

II. — Carbovaleraldina.

Ho preparato la carbovaleraldina nel modo seguente: 5 gr. di aldeide valerica (ordinaria) furono mescolati con circa 3 gr. di solfuro di carbonio e poi ammoniaca liquida a poco per volta ed agitai. Si osserva una viva reazione, il liquido si scalda, diventa un po' giallo e dopo pochi istanti quasi tutta la massa si solidifica. Triturato il prodotto cristallino, si lava con acqua e si ricristallizza dall'alcool. Quasi sempre si ottiene subito incolora affatto ed il liquido che filtra è anch'esso incoloro; qualche volta però è giallastra. Bisogna impiegare la quantità teorica di solfuro di carbonio e poco più della quantità necessaria di ammoniaca.

Cristallizza in aghi splendenti, incolori che fondono a 109-109°,5. Schroëder (1) trovò 115°.7-117°. Conservata a lungo si altera; diventa una massa gialla.

---

(1) *Berichte d. deut. Chem. Gesell.* IV, p. 470.

Azione del percloruro di ferro. — La soluzione alcoolica fredda di carbovaleraldina si colora in bruno col cloruro ferrico poi dà la reazione dei solfocianati con eccesso di percloruro; a caldo si ha la reazione intensissima. La carbovaleraldina sospesa nell'acqua non si colora in rosso col cloruro ferrico, ma a caldo si colora in rosso vivo pel solfocianato formatosi.

La soluzione alcoolica si decompone dopo ebollizione.

Azione del permanganato di potassio. — La carbovaleraldina sospesa in poca acqua fu trattata con soluzione di permanganato potassico sino a che cessasse la decolorazione. Si sviluppò ben manifesto l'odore d'acido cianidrico. Il liquido filtrato aveva l'odore d'acido valerianico, reazione lievemente alcalina e dava intensa la reazione dei cianuri. Aggiunte poche goccie di potassa e concentrato il liquido a bagno-maria, cristallizza per raffreddamento del solfato potassico. Il liquido trattato con eccesso di idrato di bario, poi con anidride carbonica, bollito, filtrato di nuovo ed evaporato diede un residuo bianco-giallastro contenente carbonato e valerianato di potassio, dal quale si separa l'acido valerianico coll'acido solforico; ma non trovai nessun acido organico solforato.

Per ossidazione con permanganato si ottiene dunque *acido cianidrico, acido solforico ed acido valerianico.*

Trasformazione in bisolfuro solfocarbamico. — La soluzione alcoolica fredda di carbovaleraldina trattata con percloruro di ferro ed eccesso di acido cloridrico, dopo agitazione e lasciata a sè, depone una polvere gialla. Questo precipitato ha tutti i caratteri del bisolfuro solfocarbamico $C^2H^4N^2S^4$: insolubile nell'acqua, solubile nell'alcool, fatto bollire con acqua e cloruro ferrico dà solfocianato, scaldato entro tubo da saggio fornisce gas solfidrico, ammoniaca, solfuro di carbonio, un sublimato giallo ed un residuo carbonioso.

Gr. 0,1025 di sostanza secca sull'acido solforico, fornirono col metodo Kolbe 0,5215 di solfato baritico.

Da cui:

	Trovato	Calcolato per $(CS.SNH^2)^2$
Solfo %	69,85	69,56.

La quantità di questo prodotto che ottenni fu assai piccola.

La carbovaleraldina si comporta dunque come la carbotialdina. ma dà meno nette ed incompletamente le reazioni indicate: sovrattutto in causa della sua poca solubilità nell'acqua.

La carbovaleraldina deve quindi essere considerata come *tiocarbamato di valerilidene*:

$$CS \begin{cases} NH^2 \\ SN\left(CH.CH^2.CH(CH^3)^2\right)^2 \end{cases}$$

come già ammise Mulder: il quale ottenne questa sostanza dall'aldeide valerianica col tiocarbamato d'ammonio.

Queste e le precedenti mie esperienze confermano la formola generale:

$$CS \begin{cases} NH^2 \\ SN(C^nH^m)^2 \end{cases}$$ proposta da E. Mulder per le carboaldine:

la qual formola. prima delle mie ricerche. non era accettata dai chimici.

Torino, R. Università, Maggio 1883.

Il Socio Professore CURIONI legge una sua nota intitolata: **Studi sulla resistenza alla pressione dei mattoni traforati** di cui si fa gran uso in quelle costruzioni murarie, nelle quali la leggierezza è condizione essenziale. In questo lavoro sono riassunte le risultanze di parecchie esperienze state instituite dal Professore predetto colla macchina per provare le resistenze dei materiali posseduta dalla nostra Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri, e le conseguenze che da tali esperienze emanano sull'impiego più o men utile dei mattoni traforati.

NOTA 4ª

Studi sulla resistenza alla pressione di mattoni traforati.

1. In quelle opere murali, che devono avere poco peso ed in cui la leggierezza è condizione essenziale, s'impiegano sovente mattoni vuoti ossia mattoni fabbricati con macchine in modo da presentare dei fori nel senso della loro lunghezza.

Parecchie esperienze ho instituite su mattoni di questo genere, aventi il giusto grado di cottura e provenienti dallo stabilimento del signor Ingegnere Chinaglia Giuseppe, impiantato in Borgo Po, presso la cinta daziaria della città di Torino.

Si è operato su mattoni disposti di piatto, ossia producendo la pressione in senso normale alle loro facce maggiori; e su mattoni disposti di costa, ossia producendo la pressione in senso normale alle loro facce medie. E, nell'operare su mattoni disposti di piatto, si è creduto conveniente di esperimentarne alcuni col porli fra due pezzi di lamiera di piombo e di esperimentarne altri col regolarizzare le facce da comprimersi con malta formata

per parti eguali di cemento di Casale Monferrato e di sabbia fina del fiume Po.

Si sono anche instituite esperienze sopra pilastrini fatti con due, tre e quattro mattoni sovrapposti, e sopra pilastrini fatti con due e tre strati di mattoni e con due mattoni per ogni strato. La malta è stata impiegata non solo per la regolarizzazione delle facce da comprimersi, ma anche per l'unione dei mattoni nei diversi giunti. I diversi saggi sono stati sottoposti ad esperimento dopo un medio intervallo di quarantacinque giorni dalla loro preparazione.

I risultati delle instituite esperienze ed i corollari, che dalle medesime risultano, sono riassunti nei tre numeri che seguono.

2. *Risultati delle esperienze su mattoni compressi normalmente alle loro facce maggiori.* — I saggi stati impiegati per queste esperienze erano di tre modelli differenti. Quelli del primo modello avevano mediamente la lunghezza di 232, la larghezza di 110 e la grossezza di 56 millimetri; ed i due fori erano tali da essere (Fig. 1)

$$\overline{ab} = \overline{ef} = 19^{mm}$$
$$\overline{cd} = 12$$
$$\overline{bc} = \overline{de} = 30$$
$$\overline{gh} = \overline{ik} = 13$$
$$\overline{hi} = 30 .$$

Quelli del secondo modello avevano mediamente la lunghezza di 230, la larghezza di 108 e la grossezza di 41 millimetri; ed i due fori erano disposti in modo e presentavano tali dimensioni da risultare (Fig. 1)

$$\overline{ab} = \overline{ef} = 16^{mm}$$
$$\overline{cd} = 18$$
$$\overline{bc} = \overline{de} = 29$$
$$\overline{gh} = \overline{ik} = 11$$
$$\overline{hi} = 19 .$$

Quelli del terzo modello avevano mediamente la lunghezza

di 232, la larghezza di 86 e la grossezza di 50 millimetri; ed i due fori erano fatti in modo da essere (Fig. 1)

$$\overline{ab} = \overline{cd} = \overline{ef} = 10^{mm}$$
$$\overline{bc} = \overline{de} = 28$$
$$\overline{gh} = \overline{ik} = 14$$
$$\overline{hi} = 22 .$$

Quindici serie di esperienze sono state instituite, ossia cinque per ogni modello di mattoni; e ciascuna serie si è compiuta con quattro prove.

Si è poi creduto conveniente di dedurre i coefficienti di rottura sia per rapporto alle totali facce premute, sia per rapporto alle vere superficie resistenti date dalle aree delle sezioni minime parallele alle facce premute.

Nella tavola che segue si ha il riassunto dei risultamenti delle varie esperienze:

INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Carichi di rottura T''	Superficie Ω_1 delle facce premute	Coeff. di rottura $R_1'' = T_1'' : \Omega_1$ p. 1.mmq. delle facce premute	Coeff. medi di rottura R_{1m}'' per 1.mmq. delle facce premute	Superficie Ω_2 delle sez. resistenti	Coeff. di rottura $R_2'' = T'' : \Omega_2$ p. 1.mmq. delle sez. resistenti	Coeff. medi di rottura R_{2m}'' per 1.mmq.
		Cg.	mmq.	Cg.	Cg.	mmq.	Cg.	C
Mattoni del primo modello posti fra due pezzi di lamiera di piombo (Fig. 2).	1	9400	25752	0,37	0,34	11600	0,81	0,
	2	8000	25752	0,31		11600	0,69	
	3	9500	25752	0,37		11600	0,82	
	4	8280	25752	0,32		11600	0,71	
Mattoni del primo modello colle facce compresse regolarizzate mediante malta (Fig. 3).	1	9800	25752	0,38	0,34	11600	0,84	0,
	2	8300	25752	0,32		11600	0,72	
	3	8100	25752	0,31		11600	0,70	
	4	9000	25752	0,35		11600	0,78	

INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Carichi di rottura T''	Superficie Ω_1 delle facce premute	Coeff. di rottura $R_1''=T_1'':\Omega_1$ p. 1.mmq. delle facce premute	Coeff. medi di rottura R_{1m}'' per 1.mmq. delle facce premute	Superficie Ω_2 delle sez. resistenti	Coeff. di rottura $R_2''=T'':\Omega_2$ p. 1.mmq. delle sez. resistenti	Coeff. medi di rottura R_{2m}'' per 1.mmq. delle sez. resistenti
		Cg.	mmq.	Cg.	Cg.	mmq.	Cg.	Cg
Pilastrini fatti con due mattoni el primo modello sovrapposti, colle icce compresse regolarizzate me- iante malta (Fig. 4).	1	6500	25752	0,25	0,23	11600	0,56	0,52
	2	5700	25752	0,22		11600	0,49	
	3	6000	25752	0,23		11600	0,52	
	4	5800	25752	0,23		11600	0,50	
Pilastrini fatti con due strati di iattoni del primo modello e con ue mattoni per ogni strato, colle icce compresse regolarizzate me- iante malta (Fig 5).	1	18700	53824	0,35	0,37	23200	0,81	0,86
	2	20800	53824	0,39		23200	0,90	
	3	19600	53824	0,36		23200	0,84	
	4	20600	53824	0,38		23200	0,89	
Pilastrini fatti con tre strati di iattoni del primo modello e con ue mattoni per ogni strato, colle icce compresse regolarizzate me- iante malta (Fig. 6).	1	16500	53824	0,31	0,31	23200	0,71	0,71
	2	16100	53824	0,30		23200	0,69	
	3	17000	53824	0,32		23200	0,73	
	4	16600	53824	0,31		23200	0,72	
Mattoni del secondo modello posti a due pezzi di lamiera di piombo ig 2).	1	15000	25164	0,60	0,57	11650	1,29	1,23
	2	13000	24516	0,53		11350	1,15	
	3	14400	25056	0,57		11600	1,24	
	4	14530	25056	0,58		11600	1,25	
Mattoni del secondo modello colle icce compresse regolarizzate me- iante malta (Fig 3).	1	16800	24840	0,68	0,67	11500	1,46	1,46
	2	51100	24624	0,61		11400	1,32	
	3	18000	25056	0,71		11600	1,55	
	4	17500	25056	0,68		11600	1,51	
Pilastrini fatti con due mattoni del econdo modello sovrapposti, colle icce compresse regolarizzate me- iante malta (Fig. 4).	1	11600	25056	0,46	0,42	11600	1,00	0,92
	2	10000	25164	0,40		11650	0,86	
	3	9500	24840	0,38		11500	0,83	
	4	11000	25056	0,44		11600	0,99	

INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Carichi di rottura T''	Superficie Ω_1 delle facce premute	Coeff. di rottura $R_1'' = T_1'' : \Omega_1$ p. 1.mmq. delle facce premute	Coeff. medi di rottura R_{1m}'' per 1.mmq. delle facce premute	Superficie Ω_2 delle sez. resistenti	Coeff. di rottura $R_2'' = T'' : \Omega_2$ p. 1.mmq. delle sez. resistenti	Coeff. medi di rottura R_{2m}'' per 1.mmq. delle sez. resistenti
		Cg.	mmq.	Cg.	Cg.	mmq.	Cg.	Cg.
Pilastrini fatti con tre mattoni del secondo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta (Fig. 7).	1	9000	24840	0,36	0,34	11500	0,78	0,74
	2	8000	24300	0,33		11250	0,71	
	3	9000	24840	0,36		11500	0,78	
	4	8100	24516	0,33		11350	0,71	
Pilastrini fatti con quattro mattoni del secondo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta (Fig. 8).	1	8050	24840	0,32	0,29	11500	0,70	0,6
	2	6820	24732	0,28		11450	0,60	
	3	8000	24948	0,32		11550	0,69	
	4	6430	24516	0,26		11350	0,57	
Mattoni del terzo modello posti fra due pezzi di lamiera di piombo (Fig. 2).	1	5100	20382	0,25	0,24	7110	0,72	0,6
	2	5200	20296	0,26		7080	0,73	
	3	4000	19780	0,20		6900	0,58	
	4	5050	20382	0,25		7110	0,71	
Mattoni del terzo modello colle facce compresse regolarizzate mediante malta (Fig. 3).	1	4725	19780	0,24	0,25	6900	0,68	0,7
	2	5000	19780	0,25		6900	0,72	
	3	4800	20296	0,24		7080	0,68	
	4	5100	19866	0,26		6930	0,73	
Pilastrini fatti con due mattoni del terzo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta (Fig. 4).	1	4700	20038	0,23	0,21	6990	0,67	0,6
	2	4600	20210	0,23		7050	0,65	
	3	3900	19866	0,20		6930	0,56	
	4	3900	20038	0,19		6990	0,56	
Pilastrini fatti con tre mattoni del terzo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta (Fig. 7).	1	4500	19780	0,23	0,20	6900	0,65	0,5
	2	3600	19952	0,18		6960	0,52	
	3	3900	19780	0,19		6900	0,57	
	4	4200	19866	0,21		6930	0,61	

INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Carichi di rottura T''	Superficie Ω_1 delle facce premute	Coeff. di rottura $R_1'' = T_1'' : \Omega_1$ p. 1 mmq. delle facce premute	Coeff. medi di rottura R_{1m}'' per 1 mmq. delle facce premute	Superficie Ω_2 delle sez. resistenti	Coeff. di rottura $R_2'' = T'' : \Omega_2$ p. 1 mmq. delle sez. resistenti	Coeff. medi di rottura R_{2m}'' per 1 mmq. delle sez. resistenti
		Cg.	mmq.	Cg.	Cg.	mmq.	Cg.	Cg
Pilastrini fatti con quattro mattoni del terzo modello sovrapposti, colle facce compresse regolarizzate mediante malta (Fig. 8).	1	4000	19780	0,20		6900	0,58	
	2	3600	19780	0,18	0,19	6900	0,52	0,55
	3	4200	19952	0,21		6960	0,60	
	4	3500	19952	0,18		6960	0,50	

La rottura di un sol mattone ben di frequente avveniva: o colla manifestazione di una fenditura quasi parallela alle facce premute, la quale talvolta era anche accompagnata o solo da una o più fenditure quasi parallele alle facce medie, od anche da una o più fenditure quasi parallele alle facce minori (Fig. 9); o colla divisione del mattone compresso in due, in tre od in quattro parti, come appare dalle figure 10, 11 e 12.

La rottura dei pilastrini formati con due mattoni sovrapposti si verificava: o coll'apparizione di una fenditura quasi parallela alle facce premute e passante pei due fori di uno stesso mattone, accompagnata talvolta da una fenditura pure passante per due fori e quasi perpendicolare alla prima (Fig. 13); o colla divisione del pilastrino in due o più parti presso a poco nei modi risultanti dalle figure 14, 15 e 16. Talvolta si presentavano anche alcune fenditure con direzione quasi perpendicolare ai fori, e questo avveniva principalmente allorquando le facce premute non erano perfettamente parallele.

La rottura dei pilastrini formati con tre o con quattro mattoni sovrapposti generalmente si manifestava coll'apparizione di fenditure in tre direzioni quasi ortogonali determinando i fori due di queste direzioni (Fig. 17). Queste fenditure però non comparivano generalmente nello stesso istante, nè era necessaria la loro coesistenza per determinare la rottura.

Le esperienze hanno dimostrato che, crescendo l'altezza dei pilastrini, cresceva la facilità di rompersi quasi istantaneamente per sfracellamento.

La quasi identità delle resistenze dei soli mattoni posti fra due pezzi di lamina di piombo e dei soli mattoni colle facce compresse regolarizzate mediante malta, è dovuta al fatto della regolarità delle facce compresse nei mattoni fabbricati con macchine, come sono sempre i mattoni traforati.

Le differenze, che si riscontrano fra i valori dei coefficienti medi di rottura dei mattoni soli colle facce compresse regolarizzate mediante malta ed i valori degli analoghi coefficienti pei pilastrini fatti con mattoni sovrapposti, sembrano dovute alle altezze dei saggi compressi, altezze che pei pilastrini sono tali da facilitare la divisione in parti tendenti ad accelerare lo sfasciamento laterale.

La differenza, che esiste fra il valore del coefficiente medio di rottura pei pilastrini fatti con due mattoni sovrapposti ed il valore dell'analogo coefficiente pei pilastrini fatti con due strati di mattoni e con due mattoni per ogni strato, si deve attribuire in parte all'essere in questi ultimi pilastrini il rapporto dell'altezza alla minor dimensione delle facce compresse minore e circa la metà dello stesso rapporto pei primi, ed in parte a ciò che, impiegando due mattoni in uno stesso strato, una delle loro facce non resta più libera.

A spiegare il fatto della minore resistenza dei mattoni del primo e del terzo per rapporto alla resistenza di quelli del secondo modello, vale in gran parte il rapporto dell'altezza del maschio interposto ai due fori alla grossezza del maschio stesso. Questo rapporto (ritenendo che l'altezza $\overline{lm}$ (Fig. 18), per cui il maschio aveva grossezza costante di 12, di 18 e di 10 millimetri, era di 28, di 17 e di 20 millimetri, secondo che trattavasi di mattoni del primo, del secondo e del terzo modello) ammetteva rispettivamente i valori 2,33, 0,94, e 2; e quindi, quand'anche i mattoni fossero della stessa qualità di terra, nessuna meraviglia deve destare la minor resistenza di quelli del primo e del terzo modello, per rapporto alla resistenza di quelli del secondo.

Finalmente, le notevoli differenze, risultanti dal confronto dei coefficienti medi di rottura contenuti nella tabella del numero 3 della nota 2ª con quelli stati riportati in questo numero, portano a conchiudere: che, per mattoni fatti con terre della stessa località e per le stesse superficie resistenti, quelli vuoti devono resistere meno di quelli pieni; e che questo fatto sembra principalmente dovuto alla fragilità delle diverse parti dei mat-

toni vuoti, fragilità che cresce col diminuire della grossezza delle parti stesse.

3. *Risultati delle esperienze su mattoni disposti in costa.* — Queste esperienze sono state divise in tre serie, e ciascuna serie si è compiuta con quattro prove operando sopra saggi dei tre modelli già stati indicati nel precedente numero, dopo aver regolarizzato con malta le facce da comprimersi.

I risultamenti ottenuti sono registrati nella tavola che segue:

INDICAZIONI DEI SAGGI	N. d'ord. dei saggi della stessa serie di esperienze	Carichi di rottura T''	Superficie Ω_1 delle facce premute	Coeff. di rottura $R_1''=T_1''\cdot\Omega_1$ p. 1.mmq. delle facce premute	Coeff. medi di rottura R_{1m}'' per 1.mmq. delle facce premute	Superficie Ω_2 delle sez. resistenti	Coeff. di rottura $R_2''=T''\cdot\Omega_2$ p. 1.mmq. delle sez. resistenti	Coeff. medi di rottura R_{2m}' per 1.mmq. delle sez. resistenti
		Cg.	mmq.	Cg.	Cg.	mmq.	Cg.	Cg.
attoni del primo modello (Fig. 19).	1	3300	12992	0,25	0,23	6032	0,55	0,49
	2	3600	12992	0,28		6032	0,60	
	3	2500	12760	0,20		5916	0,42	
	4	2280	12760	0,18		5916	0,39	
attoni del secondo modello (Fig. 19).	1	3300	9471	0,35	0,38	5082	0,65	0,71
	2	4000	9471	0,42		5082	0,79	
	3	3500	9307	0,38		4994	0,70	
	4	3600	9430	0,38		5060	0,71	
attoni del terzo modello (Fig. 19).	1	4300	11800	0,36	0,36	6608	0,65	0,64
	2	4375	11600	0,38		6496	0,67	
	3	4050	11350	0,36		6356	0,64	
	4	4000	11600	0,34		6496	0,62	

La rottura si è manifestata in tre distinte maniere: o con una fenditura quasi perpendicolare alle facce premute (Fig. 20) passante pei fori; o con una fenditura per cui una delle parti delle facce maggiori, distaccandosi dal maschio di mezzo, s'in-

curvava mostrandosi convessa verso l'esterno (Fig. 21); o con una fenditura quasi parallela alle facce premute (Fig. 22).

4. *Conclusioni risultanti dalle riportate esperienze.* — Le conclusioni, che ad evidenza si deducono dalle riportate esperienze, sono:

1° Che le prove sopra saggi di un sol mattone, colle facce compresse regolarizzate mediante malta, dànno risultamenti migliori di quelli che si ottengono sopra pilastrini degli stessi mattoni colle facce compresse regolarizzate nell'identico modo e coll'interposizione della medesima malta fra i giunti;

2° Che la resistenza alla rottura per pressione dei pilastrini, formati con mattoni sovrapposti della stessa provenienza, va diminuendo col crescere della loro altezza;

3° Che la resistenza alla rottura per pressione dei pilastrini, formati con mattoni sovrapposti e con un sol mattone per ogni strato, è minore dell'analoga resistenza dei pilastrini, formati con un egual numero di strati, ma con due mattoni per ogni strato;

4° Che i medesimi mattoni compressi di piatto, ossia sulla loro faccia maggiore, presentano una maggior resistenza che non quando sono compressi di costa;

5° Che la resistenza alla rottura per pressione dei mattoni vuoti, anche riferita alle loro sezioni resistenti, deve essere minore dell'analoga resistenza dei mattoni pieni fatti con terra della stessa provenienza, della stessa qualità e colla stessa preparazione.

Torino, 10 Giugno 1883.

Fig. 1.

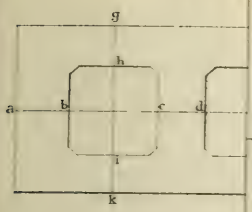


Fig. 5.

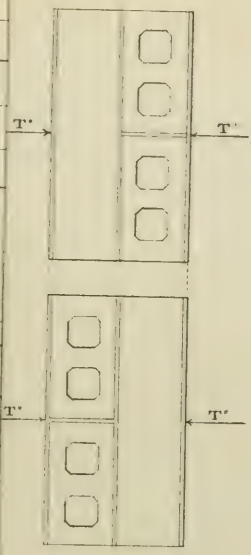


Fig. 6.

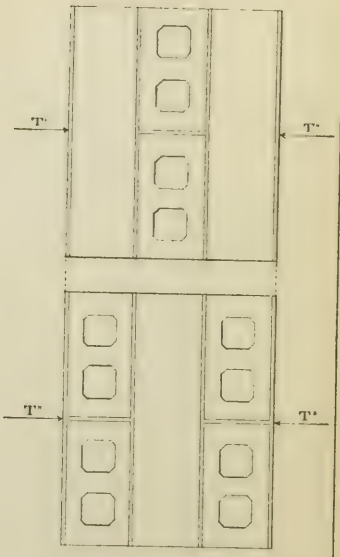


Fig. 7.

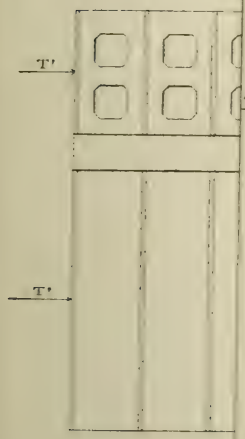


Fig. 18.

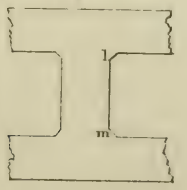


Fig. 20.

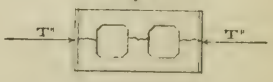


Fig. 8.

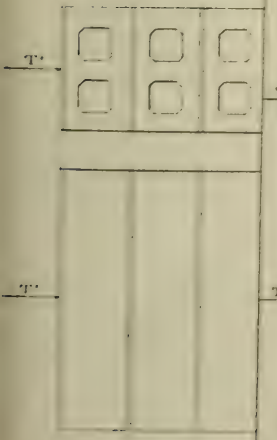


Fig. 19.

Fig. 21.

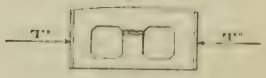
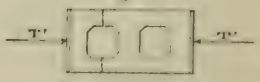


Fig. 22.



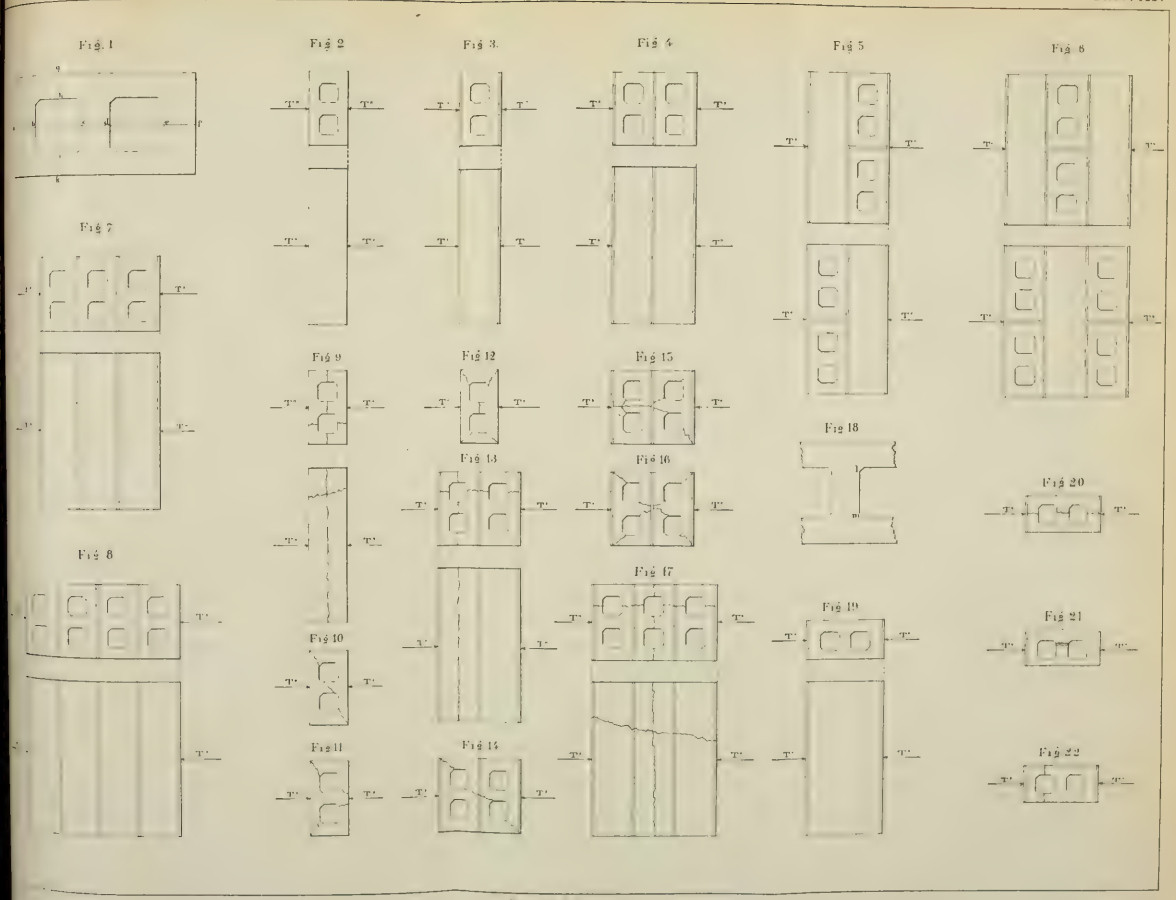


Fig. 1
Fig 2
Fig 3.
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14
Fig 15
Fig 16
Fig 17
Fig 18
Fig 19
Fig 20
Fig 21
Fig 22

Il Socio Cav. Prof. G. Basso presenta e legge la seguente Nota del P. Francesco Denza:

LE

AURORE POLARI IN ITALIA

NELL'ANNO 1882

NOTA SECONDA

L'aurora polare del 19-20 Aprile 1882.

Dopo i giorni 16 e 17 aprile, nei quali accadde l'aurora polare descritta nella Nota precedente, gli apparati magnetici continuarono a mostrarsi concitati, comechè assai più leggermente, e la superficie del sole rimase ancora agitata. Nulla accadde di nuovo nel giorno appresso 18, salvo nella sera una leggera luce aurorale annunziata dall'esperto osservatore di Alessandria. Ma nel 19 e 20 le perturbazioni elettro-magnetiche riacquistarono energia, ed una nuova aurora polare fu osservata nell'emisfero occidentale.

Dirò brevemente de' più importanti fenomeni che andarono congiunti a questa seconda apparizione, che può riguardarsi come complemento della prima; soggiungendo alcune brevi considerazioni, che sorgono naturali dall'esame di questo primo periodo aurorale dell'anno 1882.

I.

Fenomeni luminosi.

L'aurora del 19-20 aprile si estese, come quella del 16-17, sul solo occidente, in ambedue gli emisferi, boreale ed australe.

Nell'emisfero boreale, essa riescì meno diffusa e meno splendida della precedente. Fu osservata tuttavia in luoghi molto discosti

degli Stati Uniti; cioè al Nord, nelle stazioni della Nuova Inghilterra; al Sud negli Stati di Arizona e del Tennessee; all'Ovest verso lo Stretto di Behring, nell'Oregon.

Nell'emisfero australe riescì invece di uguale importanza di quella del 16-17, sia per lo splendore come per l'estensione; essendo stata vista in tutta quella regione.

Dalle relazioni degli osservatori della Nuova Zelanda si rileva, che l'apparizione incominciò colà prima delle 7 ore di sera del 19, e si protrasse fin oltre le 11; toccando il massimo tra le 7 e le 8. Per le stazioni degli Stati Uniti non si dice altro, salvo che il fenomeno fu osservato durante la sera del 19 e le prime ore del mattino del 20.

Ponendo quindi mente che le stazioni degli Stati Uniti sono comprese tra' meridiani di 4 e di 8 ore all'Ovest di Greenwich, e quelle della Nuova Zelanda trovansi intorno al meridiano di 11 ore 30 min. all'Est; ne segue che anche in questa seconda aurora, come nella precedente del 16-17, i fenomeni luminosi:

1° Cominciarono dovunque press'a poco alla stessa ora locale, cioè nelle prime ore della sera del 19.

2° Ritardarono, in tempo assoluto, coll' avanzarsi da oriente verso occidente, passando successivamente per le regioni in cui fu vista, prima all'Est degli Stati Uniti, poi all'Ovest; ed in ultimo per la Nuova Zelanda.

3° Cominciarono all'oriente degli Stati Uniti approssimativamente tra un' ora e le due del mattino del 20; e terminarono all'occidente della Nuova Zelanda tra le 11 e mezzodì del giorno medesimo, in tempo medio di Greenwich. L'aurora avrebbe quindi potuto esser vista anche nel nostro emisfero orientale, se realmente vi fosse apparsa.

I dati troppo generali ed incerti che abbiamo delle stazioni americane, non ci permettono di aggiungere altro.

II.

Perturbazioni magnetiche.

Le perturbazioni degli aghi magnetici si avvertirono press'a poco negli stessi luoghi, in cui si ebbero le altre del 16-17; ed in alcuni risultarono meno intense o poco diverse, in altri più energiche di queste ultime.

Italia. — In Italia si annunziarono perturbazioni negli aghi, pel giorno 20, da tutte le stazioni che fanno regolari osservazioni magnetiche.

L'escursione corrispondente alle due osservazioni delle 8 ant. e delle 2 pom. del giorno medesimo fu nelle seguenti stazioni;

	$2^h - 8^h$
Milano	36′ . 0
Moncalieri	18 . 1
Alessandria	21 . 6
Genova	15 . 9
Modena	26 . 1
Parma	13 . 5
Napoli	22 . 0 .

Tanto a Moncalieri, quanto a Parma, nelle quali stazioni si tenne dietro più di frequente ai movimenti dell'ago, la perturbazione era già cominciata all'ora della prima osservazione, che si è alle 6 del mattino a Moncalieri, ed alle 7 a Parma. Essa continuò in seguito, toccando il massimo tra le 9 e le 9 e un quarto; dopo la quale ora andò man mano diminuendo, sinchè tra le 9 e le 10 di sera era quasi interamente svanita.

In ambedue le stazioni gli estremi dell'escursione dell'ago accaddero presso a poco alla medesima ora; e ad ore poco diverse si ebbero pure all'Osservatorio del Collegio Romano, come risulta dal seguente prospetto:

	Minimo	Massimo
Moncalieri	9^h 15^m ant.	2^h 0^m pom.
Parma	9 15 »	0 50 »
Roma	9 20 »	1 0 »

Il valore della escursione totale fu nelle tre stazioni:

Moncalieri	19′. 5
Parma.	38 . 4
Roma	22 . 0

In Italia adunque l'agitazione magnetica del 20 risulterebbe per la maggior parte dei luoghi poco diversa da quella del 17. Ma essa dovette essere maggiore; giacchè il periodo più intenso della perturbazione deve essere avvenuto nelle prime ore del mattino del 20, pria cioè che s'incominciassero le osservazioni in tutte le stazioni italiane.

Ciò risulta chiaro dalle osservazioni fatte oltre Alpi negli Osservatorî, in cui si hanno apparati registratori, e dai quali mi vennero graziosamente comunicati i diagrammi dei valori magnetici pei giorni del fenomeno. Di questi dò qui breve cenno.

Pietroburgo. — Per disavventura mancano in questo Osservatorio le registrazioni del magnetografo, precisamente dal 18 al 20 aprile, per causa di modificazioni arrecate nel sistema di registrazione fotografica. Esse ricominciano alle 7 ant. del 20; mancano quindi le osservazioni della notte. Gli estremi della declinazione magnetica annotati dopo quell'ora, si furono:

Massimo . .	73′. 9 (?)	a	3 ore	25 min.	pom.
Minimo . .	— 9′. 5	a	9 ore	23 min.	ant.

con una escursione di 83′. 4, cioè di circa un grado e mezzo; escursione che sarebbe stata senza fallo maggiore, se si fossero avuti i diagrammi della notte.

Kew. — Difatti, le curve fotografiche di Kew fanno vedere come la perturbazione sia cominciata quasi all'improvviso alle ore 3 min. 35 ant., con una violenta deviazione occidentale del declinometro, il quale alle 4.33 uscì fuori di scala. Il forte della perturbazione perdurò sin verso le 8 e mezzo ant.; e poi l'ago continuò sempre agitato fin dopo la mezzanotte, nè ritornò nella calma consueta che intorno alle 8 del mattino del 21.

Il minimo assoluto delle 8 e mezzo ant. del 20 è molto incerto sulla carta incerata di Kew, che è assai delicata. Esso sarebbe di 20′. 4; mentre l'ultima traccia del massimo lasciata sulla carta alle 4. 33 ant. segna 104′. 4. Si avrebbe quindi:

Massimo. . .	104′. 4 (?)	a	4 ore	33 min.	ant.
Minimo	20. 4 (?)	a	8 ore	25 min.	ant.

con una escursione di 84′; cioè circa un grado e mezzo.

Gli estremi tracciati distintamente sulla carta sono:

Massimo	94'. 7	a	5 ore	15 min. ant.
Minimo	33. 9	a	7 ore	25 min. ant.

la variazione essendo di 60'. 8; ossia un intero grado.

Parigi. — Anche a Parigi la grande agitazione incominciò alle 3.45 del mattino del 20, con un improvviso aumento della declinazione e della componente orizzontale. Alle 4.50 la declinazione variò di + 40'; e più tardi, dalle 7.30 alle 8.30, si ebbero numerose oscillazioni, le quali però toccarono solamente i 25'. La perturbazione decrebbe in seguito, come tra noi, ma continuò sempre sino alle 6.45 del mattino del 21.

Vienna. — A Vienna i diversi elementi magnetici cominciarono a conturbarsi sino dalle 5 pom. del 19; e l'agitazione si accrebbe considerevolmente verso le 5 e mezzo del mattino del 20, persistendo per tutto il giorno; e le curve, come a Kew, risultarono singolarmente sinuose ed alterate.

Gli estremi della escursione del declinometro si furono:

Minimo	8'. 9	a	5 ore	40 min. ant.
Massimo	92. 7	a	9 ore	20 min. ant.

L'escursione totale si fu dunque di 83'. 8, ossia 1° 23'. 8. Le ore corrispondono quasi esattamente a quelle di Parigi e di Kew.

Lisbona. — In questo luogo la burrasca magnetica ha avuto cominciamento, come altrove, quasi all'improvviso, alle 2.58 del mattino del 20, con un periodo di aumento della declinazione e della componente orizzontale, e di diminuzione della componente verticale. Essa continuò sino al mattino del 21; ma il periodo più anormale finì intorno alle 10 e mezzo ant. del 20.

Gli estremi della declinazione registrati a Lisbona si furono:

Massimo . .	19° 17'. 8	a	3 ore	52 min. ant.
Minimo. . .	18 39. 4	a	8 ore	43 min. ant.

con una differenza di 38'. 4.

In tutti i luoghi adunque, in cui si hanno osservazioni della notte del 19-20, uno degli estremi della declinazione è accaduto prima delle 6 ant. del tempo locale; prima cioè che si cominciasse ad osservare nelle stazioni italiane. Se si fosse tenuto conto

dei soli valori registrati dopo quell'ora, lo spostamento dell'ago di declinazione sarebbe risultato anche oltre Alpi minore di quello del 17, nel qual giorno gli estremi della declinazione si ebbero nella maggior parte dei luoghi ambedue di giorno.

E difatti, a Buda-Pest, le quattro osservazioni diurne del 20, che incominciano solamente alle 8 ore del mattino, dànno l'escursione:

$$50'.\ 9 - 22'.\ 1 = 28'.\ 8\ ;$$

minore cioè di quella del 17 aprile.

A Klagenfurt la perturbazione sfuggì interamente alle osservazioni ordinarie.

Si può quindi conchiudere che la maggior perturbazione del magnetismo terrestre è avvenuta in Europa nella notte dal 19 al 20; e che dessa è stata maggiore di quella del 17, non ostante che le parvenze luminose dell'aurora siano state più deboli e meno estese al Nord dell'emisfero occidentale.

Zi-ka-wei. — Nell'Asia le cose andarono alquanto diversamente. Infatti l'Osservatorio di Zi-ka-wei annunzia pure perturbazione nei diversi istrumenti magnetici; la quale, incominciata tra le 7 e le 8 della sera del 19, continuò per tutto il 20, sino alle prime ore del mattino del 21.

Gli estremi della declinazione, riferiti alla media declinazione diurna, 2° 4'. 8, si furono nel 20:

Minimo	— 4'. 6	a	9 ore	0 min.	ant.
Massimo	+ 8. 4	a	3 ore	40 min.	pom.;

e l'escursione raggiunse solamente 13'. 0.

La perturbazione fu dunque a Zi-ka-wei molto meno intensa che all'occidente in Europa. Essa però rimane la più grande del mese di aprile dopo quella del 17.

Le ore, in cui accaddero i due suddetti estremi, corrispondono circa ad 1 ora ed alle 8 ant. del 20, in tempo medio di Greenwich.

Anche nell'emisfero occidentale pare che la burrasca magnetica sia stata molto meno intensa di quella del 16-17 aprile; non si hanno però dati sufficienti per affermar ciò con sicurezza.

Riepilogando adunque:

1° La perturbazione magnetica ebbe principio quasi dovunque alla stessa ora, in tempo assoluto; quando cioè cominciava

l'aurora all'Ovest. Il periodo di maggior agitazione incominciava intorno alle 4 e mezzo od alle 4 e tre quarti, in tempo medio di Greenwich, probabilmente nel tempo in cui accadeva il massimo dei fenomeni luminosi dell'aurora; e terminava quando questi cessarono, anticipando alquanto verso oriente.

2° L'intensità della perturbazione risultò, in generale, maggiore di quella del 17 aprile.

4° Essa decrebbe di molto nei luoghi di minor latitudine.

III.

Correnti terrestri.

Sebbene la tempesta magnetica che andò congiunta all'aurora del 19-20 aprile abbia avuto sugli apparati magnetici maggiore influsso di quella del 16-17; non pare tuttavia che la sua azione sui fili telegrafici sia stata così intensa e così estesa, come quella di quest'ultima.

Da tutte le relazioni che ho potuto raccogliere mi risulta, che il fenomeno ha esercitato influsso maggiore soprattutto sull'Europa occidentale; ed è invece rimasto molto meno intenso altrove, per quanto si riferisce alle alterazioni delle correnti telluriche. Imperochè nessuna menzione si fa di ciò nelle relazioni dell'Austria, nè in quelle degli Stati Uniti e dell'Asia orientale. Gli stessi relatori della Nuova Zelanda affermano che i fili telegrafici di quella regione rimasero solo leggermente affetti da disturbi elettromagnetici.

Ecco pertanto le notizie che posseggo a questo riguardo:

Al mattino del 20, verso le 9 ant., così mi telegrafava il Capo-turno dell'Ufficio centrale dei Telegrafi dello Stato di Torino:

« Da Lione siamo informati che tutti i fili sono influenzati da aurora boreale. Qui troviamo 45 gradi di corrente ».

E più tardi, alle 9.50:

« Da mezz' ora circa non si va con Parigi. Sono cessati i fenomeni osservati prima. Verso le ore 9 Marsiglia mi disse che tutti i campanelli funzionavano sotto l'influenza di correnti estranee atmosferiche; e che non avevano potuto ancor corrispondere con Parigi da nessun filo. Le mie osservazioni fatte dalle

7.20 alle 8 di stamane, diedero una corrente fissa di 50 gradi, costantemente verso destra, di un minuto e qualche secondo di durata. Cessata questa corrente, osservavasi una breve oscillazione dell'ago di 4 a 5 gradi da sinistra a destra ».

Dalla Direzione Generale dei Telegrafi dello Stato mi venne comunicato colla solita cortesia che:

« Nella mattina del giorno 20, fin verso il mezzogiorno, furono influenzate da perturbazioni le linee seguenti:

Torino-Parigi
Roma »
Milano »
Firenze »
Milano-Berlino;

e tutti i fili Sud-Nord della Svizzera. Si notarono pure dei disturbi sulle linee al Nord della Sardegna, e fra Genova e Milano; senza però che ne sia stata accertata la causa ».

D'altra parte il Prof. Forel, dell'Accademia di Losanna, mi scriveva da Morges, che per tutta la mattina del 20 si erano osservate in quelle contrade delle correnti telluriche molto intense; le quali si erano convertite in perturbazioni elettro-magnetiche sulle principali linee telegrafiche della Svizzera; ed in modo speciale sui fili Losanna-Briga-Milano e Ginevra-Zurigo.

Dai precedenti cenni pertanto si deduce che l'azione della burrasca magnetica su'fili telegrafici fu questa volta minore che nel 17, e conturbò in modo speciale le lunghe linee, disposte press'a poco secondo il meridiano, da Sud a Nord.

Il tempo poi, in cui si eccitarono tali correnti, corrisponde a quello, nel quale si manifestavano negli Stati Uniti e nella Nuova Zelanda le parvenze luminose dell'aurora; ed in parte ancora a quello delle maggiori perturbazioni magnetiche.

IV.

Attività solare.

Le convulsioni della superficie del sole continuarono ancora dopo il 17 aprile, nei due giorni appresso. In modo speciale i cangiamenti del secondo dei due grandi gruppi descritti nella Nota precedente, proseguirono con violenza anche dopo aver cessato di ingrandirsi; ed in quella che nel 18 era composto solamente di due grandi macchie, nel 20 ne aveva tre di considerevole grandezza e variabili non poco; dopo di che i suoi cangiamenti andarono man mano perdendo d'importanza.

V.

Conclusioni.

Prima di lasciare la trattazione delle circostanze che andarono congiunte alle due aurore del 16-17 e del 19-20 aprile, le quali costituiscono il primo dei due periodi di grandi burrasche elettro-magnetiche che si siano avuti nell'anno 1882, credo opportuno soggiungere alcune poche considerazioni, che si deducono agevolmente dal complesso dei fatti esposti.

1° Innanzi tutto, grazie alle pronte e numerose comunicazioni che si hanno al presente, rimane meglio confermato ciò che fu già provato nelle grandi aurore del 1870-72; che cioè le aurore australi possono essere egualmente splendide che le boreali, e spesso sono colle medesime simultanee.

2° Le aurore del 17 e del 20 aprile hanno dato una nuova ed evidentissima prova di ciò che era pur noto, ma che non è mai abbastanza studiato, cioè dell'intima connessione che vi ha tra le aurore polari e le burrasche elettro-magnetiche. Epperò è d'uopo ammettere che questi tre ordini di fatti, fenomeni aurorali, magnetismo terrestre e correnti telluriche, sono tutti della stessa natura, ed hanno comunanza di origine.

3° Ciò rimane ancor meglio confermato dal fatto, ormai messo fuor di dubbio, che il propagarsi dell'aurora sulla super-

ficie del globo è al tutto simile a quello delle variazioni dell'ago magnetico: cioè da oriente verso occidente, e proporzionalmente alla differenza di longitudine; seguendo il movimento diurno apparente del sole.

Che se in codesto propagarsi dei fenomeni luminosi dell'aurora, non si avverte lo stesso accordo e la stessa regolarità che nelle variazioni degli elementi magnetici; ciò può dipendere benissimo dall'essere tale concordanza realmente alterata da cause molteplici; ma è pur certo che il lieve disaccordo in non piccola parte deriva ancora dall'essere le osservazioni dei fenomeni suddetti assai spesso incerte ed incomplete, trattandosi di meteore che prendono l'osservatore alla sprovvista. E neanco nei movimenti degli aghi calamitati ci sarebbe dato ravvisare l'armonia che abbiamo fatto rilevare in queste due Note, se non avessimo potuto consultare istrumenti a registrazione continua ed esatta.

4° Tutti gli anzidetti fenomeni hanno stretto legame colle vicende solari; e ciò non solo nel loro complesso, in quanto che coll'aumento decennale dell'attività del sole va d'accordo anche quello delle apparizioni aurorali e delle perturbazioni magnetiche, come accade al presente; ma eziandio nei casi speciali di ogni apparizione.

Questa connessione tra le singole e più importanti convulsioni del sole e le agitazioni dell'ago calamitato, è già stata dimostrata da insigni cultori della fisica terrestre, tra' quali va ricordato in prima linea il nostro Padre Secchi, a cui tenne dietro il P. Ferrari con lunghi lavori; ma ora io la credo confermata fin quasi all'evidenza.

Le precedenti conclusioni, le quali non sono che la schietta affermazione dei fatti osservati e diligentemente raccolti, rivelando il legame sicuro e l'intima dipendenza che le aurore polari hanno, sia nel loro apparire come nel propagarsi, col centro del nostro sistema; mettono fuor di dubbio che se su tale fenomeno possono avere influsso le condizioni meteorologiche ed elettriche della terra, nonpertanto la causa genuina del medesimo deve rintracciarsi non già sul nostro globo, ma fuori di esso; e da quanto si è detto risulta che tal causa risiede nel sole.

Finora, intento sempre a raccoglier fatti, io mi era tenuto molto cauto nell'enunciare con asseveranza una tal legge; ma l'esame accurato che a bello studio ho intrapreso delle grandi apparizioni aurorali avvenute nell'attuale periodo d'incremento

dell'attività solare, mi ha reso interamente persuaso della sua giustezza; avendo trovato pienamente raffermato quanto il Donati asseriva in proposito nella Nota già precedentemente citata.

Che se si domanda di qual natura sia cosiffatta azione del sole, generatrice dei descritti fenomeni; parmi che, stando ai fatti costantemente osservati, si possa rispondere senza esitanza, che essa debba essere elettro-dinamica, come già ammetteva il P. Secchi ed ammettono altri ancora per le variazioni del magnetismo terrestre. Ed importa grandemente notare che questa azione del sole che produce i fenomeni aurorali, deve essere diversa da quella che pur genera gli altri fatti meteorologici nell'atmosfera terrestre.

Solo con questa ipotesi credo si possa render ragione dei fatti esposti. Invero; se si ammette che dal sole si slancino verso la terra, o dalla terra verso il sole, delle correnti elettriche in una certa direzione ed intensità; si intende di leggieri come queste possano generare gli effetti che si appalesano nelle aurore polari; e si comprende pure come l'azione di tali correnti debba farsi sentire successivamente nei luoghi che, pel moto diurno della terra, vengono l'un dopo l'altro a trovarsi nella stessa posizione e direzione delle correnti suddette: modificate pur sempre dall'influenza delle condizioni meteorologiche di ciascuna regione.

Se però cosiffatta ipotesi vale a dare spiegazione del fenomeno, preso nel suo complesso, e considerato sotto aspetto generale; essa lascia tuttavia ancora irresolute molte questioni speciali di non lieve importanza.

Perchè l'aurora appare in alcuni luoghi anzichè in altri, mentre le perturbazioni elettro-magnetiche si diffondono spesso su quasi tutta la terra? Perchè questi disturbi riescono di intensità e direzione diversa nei diversi punti terrestri? Perchè talvolta dove le perturbazioni nei magneti e nei fili telegrafici sono maggiori, l'aurora non rimane visibile; mentre apparisce dove quelle hanno minore energia? Perchè a perturbazioni elettro-magnetiche più energiche non di rado corrispondono apparizioni luminose meno splendide?

Di questi e di altri consimili problemi non meno importanti la soluzione è ancora incerta ed oscura. Su di qualcuno di essi ritornerò dopo aver trattato del secondo periodo aurorale, ottobre-novembre, del 1882, che tornò di maggior interesse per le nostre contrade. Intanto è agevole il comprendere quanto im-

porti di presente proseguire con alacrità e con persistenza le indagini coscienziose e continue su tai fatti naturali; i quali riguardano non solo il fenomeno speciale delle aurore polari, ma le vicende stesse del magnetismo terrestre. E siccome essi si estendono su tutto quanto il nostro pianeta ad un tempo, così la sola maniera di studiarli in modo adeguato e soddisfacente, si è di osservar simultaneamente sull'intera superficie della terra. Ed è questa appunto la meta che si propone di raggiungere la scienza moderna.

Il Socio Cav. G. Basso presenta e legge la seguente sua Relazione

SUL

FENOMENO OTTICO

DETTO *NODUS ROSI.*

Col titolo « *Histoire et Analyse du* Nodus Rosi, *phénomène peu connu, produit par quelques morceaux de Spath d'Islande* » il sig. Edoardo Sang di Edimborgo, Socio corrispondente della nostra Accademia, inviava a quest'ultima un suo lavoro manoscritto, corredato da un voluminoso atlante di figure ed accompagnato da alcuni saggi di calcite e da altri oggetti destinati a produrre ed a chiarire il fenomeno di cui l'A. intraprese lo studio.

Disposizioni regolamentari si opponevano a che la detta Memoria, insieme alle molte tavole che ne fanno parte, trovassero posto fra le pubblicazioni accademiche; però la Classe nominò una Commissione nelle persone dei Soci Berruti, Cossa e Basso, coll'incarico di esaminare il lavoro del sig. Sang e di presentare su di esso una relazione da pubblicarsi negli Atti, la quale relazione, redatta dal Commissario Socio Basso, viene appunto presentata in quest'Adunanza.

RELAZIONE.

Or sono cinquant'anni all'incirca, i signori Guglielmo Nicol ed Edoardo Sang ebbero occasione di riconoscere che certi pezzi di spato d'Islanda, a loro ceduti da Alessandro Rose mineralogo di Edimborgo, offrivano una particolarità oltremodo interessante, cui imposero il nome di *Nodus Rosi*. Ecco in che cosa essa consiste. Un luminare poco esteso, quale sarebbe la fiamma di una candela, posto a qualche metro di distanza dall'occhio dell'osservatore, venga guardato attraverso ad uno dei pezzi di cristallo atti a produrre il fenomeno di cui si tratta.

Invece di scorgere, come comunemente succede, il punto luminoso sdoppiato nelle sue immagini, ordinaria e straordinaria, ciascuna di queste immagini è sostituita da un anello luminoso, completo o ridotto ad un arco, che cangia di posizione e di grandezza ad ogni spostamento del cristallo. I due anelli che si osservano a questo modo per visione diretta, ma che si potrebbero pure ottenere proiettati su di un quadro, hanno sempre un punto comune che è sulla visuale condotta al luminare; dando una conveniente orientazione al cristallo, attraverso cui l'occhio riceve la luce, uno o l'altro dei due anelli può contrarsi e ridursi quasi ad un punto; i medesimi in certi casi s'intersecano in due punti, in altri sono fra loro tangenti e con contatto ora interno, ora esterno. Sempre la distanza angolare dei centri dei due anelli si conserva costante e la linea passante per questi centri divide il sistema in due parti simmetriche. Se il cristallo è tenuto nella posizione voluta affinchè uno degli anelli, dapprima esterno all'altro, trovisi poi ridotto ad un punto, l'unico anello ancora esistente presenta ai suoi lembi tracce di colorazione per dispersione, in modo che il rosso si trova al lembo interno, ed il violetto allo esterno. L'ordine dei colori è invertito quando il contatto dei due anelli era interno prima della riduzione di uno di essi ad un punto.

La spiegazione sommaria del fenomeno si trova facilmente quando si avverta che tutti i pezzi di cristallo atti a produrre il *Nodus Rosi* sono nel loro interno attraversati da finissime e numerose strie parallele, le quali danno al cristallo l'apparenza ottica del raso. Osservata al microscopio, ciascuna di queste strie, apparisce come una colonnetta cilindrica il cui diametro è spesso inferiore ad un centesimo di millimetro. Ora il fenomeno dianzi descritto è prodotto dalla riflessione della luce alla superficie delle strie; gli anelli si osservano quando, il cristallo essendo tenuto presso all'occhio, i raggi luminosi che provengono dal luminare lontano penetrano nel cristallo stesso, secondo una direzione inclinata alla direzione comune delle strie. Ogni fascetto di luce che incontra una di queste l'attraversa in parte, ed in parte viene riflessa dagli elementi di superficie che sono compresi fra le successive generatrici della colonnetta a cui la stria può essere assimilata. A questo modo ognuna delle strie sparpaglia la luce da cui è colpita lungo tante linee che sono le generatrici d'una superficie press'a poco conica sulla quale è

pure adagiata la direzione della luce incidente: le strie essendo molto numerose e serrate, cospirano tutte a produrre il fenomeno allo stesso modo e quindi ad aumentarne la intensità. E siccome ogni fascetto di luce entrando nel cristallo si bipartisce in due fascetti, ordinario e straordinario, questi vengono trasformati in due conoidi luminosi distinti, ed uscendo dal cristallo e giungendo all'occhio dànno luogo alla sensazione di un duplice anello.

Si può produrre artificialmente lo stesso fenomeno, però ridotto ad un anello solo, adoperando sostanze monorifrangenti. Si abbia un bastoncino di vetro internamente attraversato da molte strie parallele al suo asse; queste possono provenire da bollicine d'aria che si trovavano imprigionate nella pasta molle del vetro stesso e che, nello stirare quest'ultima, si allungarono in forma di cilindri sottilissimi. La luce che percorre l'interno del bastoncino, secondo una direzione formante un piccolo angolo colla direzione comune delle strie, uscendo dal vetro, si può ricevere nell'occhio o sopra un quadro qualunque e costituisce un anello luminoso rappresentante la sezione d'una superficie conica di rivoluzione. È facile il dimostrare, che l'asse di questa superficie conica è parallelo alle strie, e che il suo raggio angolare è uguale all' angolo compreso fra la direzione delle stesse strie e la direzione del fascetto incidente.

Il sig. Sang tentò d'indagare la causa probabile delle strie esistenti nei pezzi di calcite da lui studiati e credette di trovarla in certe condizioni che accompagnano la formazione dei cristalli. Alle stesse condizioni sarebbero pure da attribuirsi le frequenti irregolarità che nella forma cristallografica si riscontrano, come la non assoluta costanza degli angoli in una stessa specie cristallina, la mancanza di parallelismo fra le facce ed i piani di rottura, ecc. La formazione di un cristallo si fa per accessi successivi e distinti; al termine di ciascun accesso il cristallo si trova limitato da facce che raramente sono liscie; esse sono cosparse di piccoli buchi irregolari che, quando altra materia ricominci a depositarsi, vanno man mano riempiendosi. Però molti di essi possono dalla nuova materia essere sorpassati, e restano allora riempiti di liquido imprigionato nello interno della massa cristallina. Siffatti bucherelli, che in molti saggi di minerali potè il Sang riconoscere direttamente al microscopio, indicano sempre mediante la loro distribuzione il carattere dell'antica superficie del cristallo. Quando poi per un

abbassamento di temperatura le goccioline liquide vengano a contrarsi, si genera in ogni alveolo una bollicina di vapore, e si comprende come, sopraggiungendo, coll'andar del tempo, un conveniente innalzamento di temperatura, l'espansione del fluido chiuso negli alveoli possa provocare squarciamenti in seno al cristallo, determinare lievi dislocamenti nelle sue parti ed anche generare gruppi di strie finissime e numerose.

Venendo ora all'analisi del fenomeno del Nodo ed alla determinazione delle sue condizioni quantitative, conviene far capo alla rappresentazione geometrica di Huyghens che contiene le leggi della doppia rifrazione. Il sig. Sang procede appunto per questa via e ne deduce la costruzione seguente, la quale però non mi pare convenientemente giustificata in ogni sua parte.

S'immagini un piccolo cristallo a strie collocato in C (figura 1ª); il piano della figura contenga la direzione BB' dell'asse ottico e la direzione CS delle strie; sia DD l'intersezione della faccia rifrangente del cristallo collo stesso piano della figura. Parallelamente a questa faccia s'immagini situata una parete piana di traccia OM alla distanza CD dal piccolo cristallo e intendasi proiettata su tale parete la luce escente dal cristallo. Così la superficie sferica di centro C e di raggio CO si può considerare come superficie d'onda del moto luminoso eccitato in C in quanto si propaga nel mezzo esterno al cristallo. Nell'interno del cristallo la superficie d'onda del moto straordinario sia l'ellissoide che ha per sezione meridiana l'ellissi $ABA'B$.

Sia LC (in generale fuori del piano della figura) la direzione della luce incidente. Essa incontra la superficie sferica in un punto l pel quale s'intende condotto il piano tangente alla stessa superficie; per la linea d'intersezione di questo piano colla faccia del cristallo si conduca pure il piano tangente all'ellissoide; la retta $C\lambda$ che passa per il punto λ di contatto e che in generale è pur fuori del piano della figura rappresenterà la direzione della luce rifratta. Sia σ il punto in cui il piano tangente in λ all'ellissoide incontra la CS parallela alle strie. Si consideri la superficie conica di vertice σ e circoscritta all'ellissoide; essa taglierà la faccia del cristallo secondo una conica i cui vertici sono i punti T, U appartenenti alle generatrici $\sigma\lambda$, $\sigma\mu$. Se per le rette tangenti nei singoli suoi punti alla conica predetta si conducono i piani tangenti alla sfera, il luogo dei punti di contatto su di questa è una certa linea a doppia cur-

vatura a cui appartengono i punti l, m; la superficie conica su cui giace questa linea, e che ha il vertice in C contiene appunto le direzioni dei raggi rifratti e la sua sezione sul piano OM rappresenta la forma dell'anello.

La costruzione ora esposta si può facilmente tradurre sotto forma analitica. Sia C l'origine di un sistema di assi coordinati rettangolari così disposti che l'asse delle x sia normale al piano della figura cioè all'asse ottico ed alla direzione delle strie e l'asse delle y sia la traccia CD della faccia del cristallo. Questa faccia che, nel nostro caso, è perpendicolare alla sezione principale del cristallo giacerà per conseguenza nel piano xy. Siano a, b rispettivamente il semidiametro equatoriale ed il semiasse polare dell'ellissoide, ρ il raggio della sfera, θ l'angolo che la direzione delle strie fa col piano equatoriale dell'elissoide, ψ l'angolo che la faccia del cristallo fa collo stesso piano equatoriale; indichiamo infine con σ la lunghezza del segmento $C\sigma$ e con s la lunghezza del segmento CS, cioè la quantità:

$$\frac{ab}{\sqrt{a^2 \operatorname{sen}^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} .$$

L'equazione dell'ellissoide è:

$$b^2x^2 + (a^2 \operatorname{sen}^2 \psi + b^2 \cos^2 \psi)\, y^2 \\ + (a^2 \cos^2 \psi + b^2 \operatorname{sen}^2 \psi)\, z^2 - \operatorname{sen} 2\psi\, (a^2 - b^2)\, yz = a^2 b^2 .$$

È facile trovare l'equazione della superficie conica col vertice in σ e circoscritta all'elissoide; essa si può presentare sotto la forma:

$$\frac{\sigma^2 - s^2}{s^2} b^2 x^2 + \{\sigma^2 \operatorname{sen}^2 (\theta + \psi) - (a^2 \operatorname{sen}^2 \psi + b^2 \cos^2 \psi)\} y^2 \\ + \{\sigma^2 \cos^2 (\theta + \psi) - (a^2 \cos^2 \psi + b^2 \operatorname{sen}^2 \psi)\} z^2 \\ - \{\sigma^2 \operatorname{sen} 2 (\theta + \psi) - (a^2 - b^2) \operatorname{sen} 2\psi\} yz \\ + 2\sigma (b^2 \cos\theta \cos\psi - a^2 \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\psi)\, y \\ + 2\sigma (b^2 \cos\theta \operatorname{sen}\psi - a^2 \operatorname{sen}\theta \cos\psi)\, z - \frac{a^2 b^2 \sigma^2}{s^2} = 0 .$$

L'intersezione di questa superficie conica colla faccia rifrangente si ottiene ponendo: $z = 0$ nell'equazione ora scritta; ne risulta immediatamente l'equazione di una linea di 2° grado,

la quale è un'iperbole, una ellissi od una parabola secondochè σ^2 è minore, maggiore od eguale alla quantità

$$\frac{a^2 \operatorname{sen}^2 \psi + b^2 \cos^2 \psi}{\operatorname{sen}^2(\theta + \psi)} .$$

Si scriva, per maggior concisione, l'equazione di questa linea sotto la forma:

$$M x^2 + N y^2 + 2 P \sigma y + Q \sigma^2 = 0 .$$

e sia la linea stessa rappresentata dalla UTV nella fig. 2ª. Conducasi la tangente nel punto qualunque V (x, y) e dall'origine C si abbassi la perpendicolare CN. Essendo x_n, y_n le coordinate del piede N di questa perpendicolare, è facile il trovare le espressioni seguenti:

$$x_n = - M x \sigma \frac{P y + Q \sigma}{M^2 x^2 + (N y + P \sigma)^2}$$

$$y_n = - (N y + P \sigma) \sigma \frac{P y + Q \sigma}{M^2 x^2 + (N y + P \sigma)^2}$$

$$CN = \sqrt{x_n^2 + y_n^2} = \sigma \frac{P y + Q \sigma}{\sqrt{M^2 x^2 + (N y + P \sigma)^2}} .$$

Il piano che passa per la tangente qualunque VN alla conica ed è tangente alla superficie sferica di raggio ρ tocca quest'ultima in un punto che si trova nel piano condotto per la CN normalmente al piano xy. Perciò, preso il segmento CR in modo che si abbia:

$$CN . CR = \rho^2 ,$$

il punto R così determinato è la proiezione del punto di contatto anzidetto sul piano xy. Le coordinate x_r, y_r di questo punto R essendo:

$$x_r = - \frac{\rho^2}{\sigma} \frac{M x}{P y + Q \sigma} , \qquad y_r = - \frac{\rho^2}{\sigma} \frac{N y + P \sigma}{P y + Q \sigma} ,$$

si ottiene, dall'eliminazione di x, y fra queste due espressioni e l'equazione della conica, una relazione che sarà l'equazione della curva $PRLM$ quando in essa s'intenda che x_r, y_r ne siano le coordinate correnti. Si ha così:

$$\frac{N Q - P^2}{M} \sigma^2 x_r^2 + Q \sigma^2 y_r^2 + 2 P \rho^2 \sigma y_r + N \rho^4 = 0 .$$

Tenuto conto dell'equazione della sfera di raggio ρ, se ne deduce subito l'equazione della superficie conoidea che contiene l'anello. Quest'equazione è:

$$x^4\left\{N^2\rho^4+2N\frac{NQ-P^2}{M}\rho^2\sigma^2+\left(\frac{NQ-P^2}{M}\right)^2\sigma^4\right\}$$
$$+2x^2y^2\left\{N^2\rho^4+\left(NQ-2P^2+N\frac{NQ-P^2}{M}\right)\rho^2\sigma^2+Q\frac{NQ-P^2}{M}\sigma^4\right\}$$
$$+2x^2z^2\left\{N^2\rho^4+N\frac{NQ-P^2}{M}\rho^2\sigma^2\right\}+y^4\left\{N^2\rho^4+(2NQ-4P^2)\rho^2\sigma^2+Q^2\sigma^4\right\}$$
$$+2y^2z^2\left\{N^2\rho^4+(NQ-2P^2)\rho^2\sigma^2\right\}+z^4N^2\rho^4=0\ .$$

Vedesi che la proiezione dell'anello sopra un piano qualunque è una linea di quarto grado.

L'esame analitico del fenomeno del *Nodo* può condurre ad un procedimento che permette di determinare le costanti ottiche del cristallo capace di produrre questo fenomeno. Se nell'equazione della curva $PRLM$ precedentemente trovata si pongono per M, N, P, Q i loro valori, essa diventa:

$$a^2\operatorname{sen}^2(\theta+\psi)\sigma^2x^2+(a^2\operatorname{sen}^2\theta+b^2\cos^2\theta)\sigma^2y^2$$
$$+2(a^2\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\psi+b^2\cos\theta\cos\psi)\rho^2\sigma y$$
$$+[a^2\operatorname{sen}^2\theta+b^2\cos^2\theta-\sigma^2\operatorname{sen}^2(\theta+\psi)]\rho^4=0\ ,$$

la quale ci dimostra che la curva di cui si tratta è sempre una ellissi in cui il rapporto degli assi è indipendente da σ. Dalla equazione stessa si deducono immediatamente i valori dei semiassi QL e QP e della distanza CQ del suo centro dal punto C. Ponendo per maggior semplicità:

$$\sigma=s\,.\sec\varphi\ ,$$

si ha:

$$CQ=\frac{\rho\,s}{a^2b^2}(b^2\cos\theta\cos\psi-a^2\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\psi)\cos\varphi$$

$$QL=\frac{\rho^2s}{ab}\operatorname{sen}(\theta+\psi)\operatorname{sen}\varphi$$

$$QP=\frac{\rho^2}{a}\operatorname{sen}\varphi\ ,$$

ricordando che si ha:

$$s=\frac{ab}{\sqrt{a^2\operatorname{sen}^2\theta+b^2\cos_2\theta}}\ .$$

Ora, per un dato pezzo di cristallo, gli angoli θ e ψ si possono facilmente misurare; d'altronde le quantità CQ, QL, QP si deducono direttamente da osservazioni che si possono eseguire sulla forma ed ampiezza degli anelli; per conseguenza le relazioni precedenti permettono l'eliminazione della φ e forniscono i valori delle costanti ottiche a e b.

La via tenuta dal sig. Sang per l'osservazione e la misura degli anelli è la seguente. Sopra una parete verticale viene tracciato, su fondo nero, un reticolo a maglie quadrate costituito da linee bianche orizzontali e verticali ordinatamente numerate e formanti perciò un sistema di coordinate rettangolari. Presso questa parete ed in un punto di posizione determinata può essere collocata una fiamma di piccole dimensioni. Il cristallo che si sottopone alla esperienza è montato sopra un piccolo teodolite ad una distanza nota dalla parete ed in modo che il cristallo si trovi sulla normale alla parete stessa condotta per l'origine delle coordinate. Se l'occhio dell'osservatore collocato vicino al cristallo guarda attraverso di questo la fiammella, il duplice anello si scorge nettamente proiettato sulla parete reticolata e si possono con sufficiente esattezza leggere le coordinate per un numero qualsivoglia di punti appartenenti tanto all'anello di luce ordinaria, come a quello di luce straordinaria. Le osservazioni possono essere ripetute per posizioni diverse della fiamma; così si ha modo di verificare l'esattezza della teoria per ciò che riguarda le varie forme che gli anelli possono assumere, il modo con cui essi ora si incrociano, ora si toccano, ecc.

I valori di a e di b dedotti mediante il procedimento, ora sommariamente, descritto sono abbastanza d'accordo con quelli trovati per la calcite coi metodi ordinari da vari fisici e particolarmente con quelli trovati da Malus già fino dal 1810. Quest'ultimo aveva ottenuto per b (inverso dell'indice di rifrazione ordinaria) il numero 0,604; il signor Sang trova 0,622 relativamente alla luce rossa, e 0,569 relativamente alla violetta. Malus trovò per a (inverso dell'indice di rifrazione straordinaria) il valore 0,674 e il sig. Sang ottiene 0,701 e 0,663 rispettivamente per il rosso ed il violetto.

Fig. 1

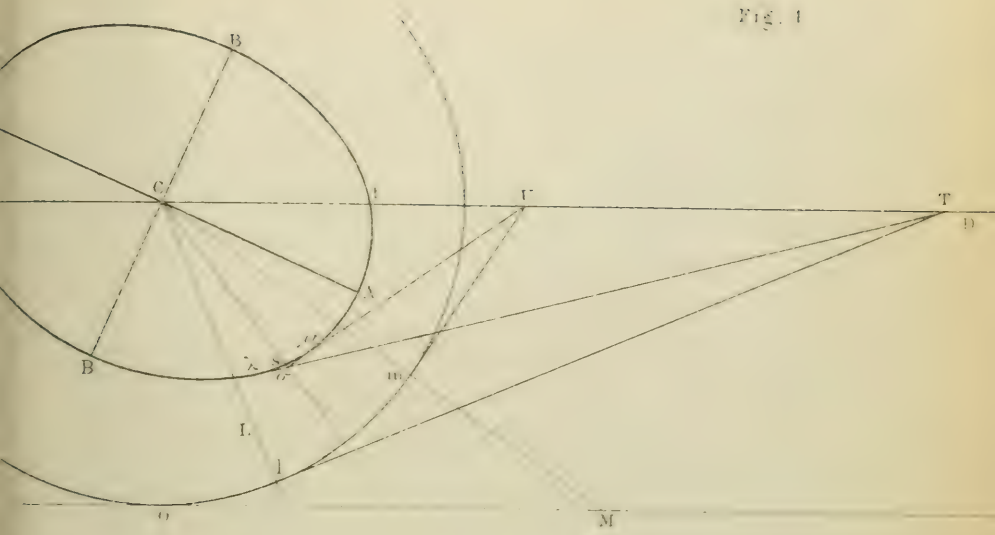
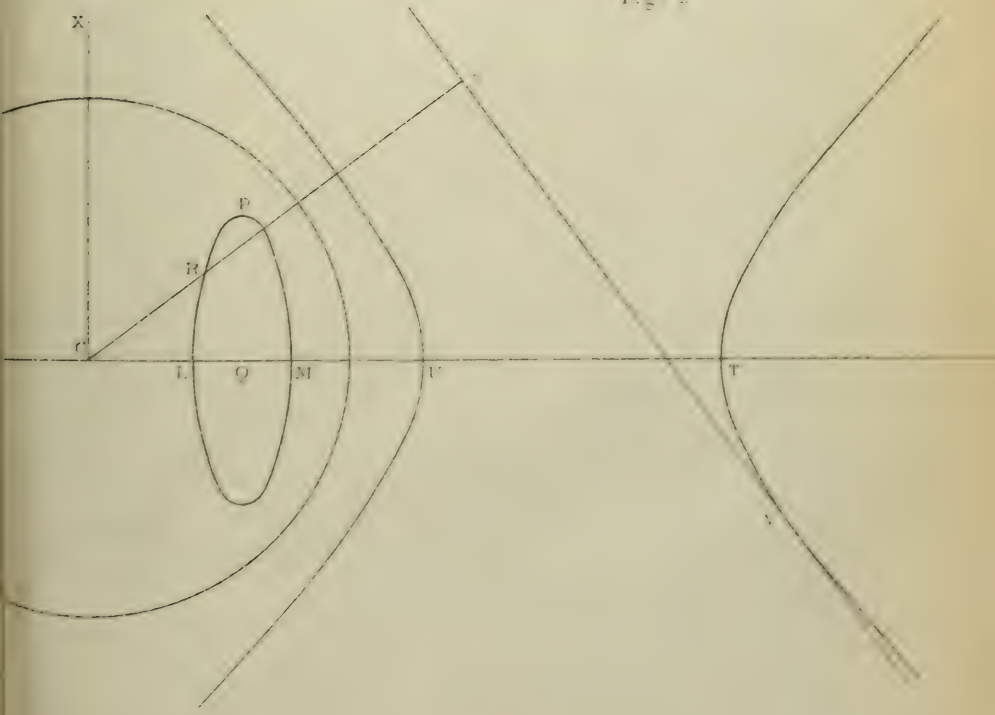


Fig. 2



Il Socio Comm. Prof. M. Lessona, in assenza del Socio relatore condelegato ad esaminare un lavoro del Dott. A. Portis, intitolato: « **Nuovi Chelonii fossili del Piemonte** » legge la seguente Relazione:

Il manoscritto che il sig. Dott. Alessandro Portis ha presentato all'Accademia nella seduta dellì 29 Aprile scorso, e che porta per titolo *Nuovi Chelonii fossili del Piemonte*, è un appendice ad un lavoro più esteso che l'Autore ha stampato nelle Memorie dell'Accademia nell'anno 1879 sullo stesso argomento.

Nel presente scritto il sig. Dott. Portis descrive due nuove specie di Chelonii fossili del Piemonte, una proveniente dal terreno pliocenico superiore di Rocchetta-Tanaro presso Asti, l'altra dal terreno miocenico inferiore di Nuceto nell'alta valle del Tanaro; le reliquie della prima appartengono al Gabinetto di Storia Naturale del R. Liceo di Asti; quelle della seconda fanno parte della Collezione paleontologica che il compianto collega Gastaldi raccolse presso la R. Scuola di Applicazione per gl' Ingegneri al Valentino, la quale è ora unita al R. Museo di Geologia di questa città.

Nello stesso scritto inoltre si fa cenno di un frammento di piastra marginale di una specie di *Emys*, il quale, se per la sua imperfetta conservazione non permette di determinarne la specie, basta tuttavia per poterne riconoscere il Genere, e, quel che più importa, constatare per tal modo la presenza di Chelonii nelle alluvioni plioceniche a Mastodonti del Piemonte, nelle quali non era fino adesso conosciuta la presenza di questa classe, ed alle quali alluvioni appartiene l'orizzonte geologico in cui fu trovato presso Fossano sulla sponda sinistra della Stura, il frammento sovra citato.

L'importanza delle parecchie pubblicazioni che il sig. Dott. Portis ha fatte, ed in particolar modo di quella recente che ha

per titolo *Les Chéloniens de la Mollasse vaudoise* e che ebbe l'onorevole incarico di redigere per le Memorie della Società paleontologica Svizzera, ed il conto nel quale sono, ed a ragione, tenute dai Paleontologi, dimostrano la competenza dell'autore negli argomenti che tratta.

Per queste considerazioni, ed in particolar modo per la natura dello scritto che la Commissione ebbe l'incarico di esaminare e pel quale sono fatte notevoli aggiunte alla Fauna dei terreni terziari del Piemonte, i sottoscritti ne propongono alla Classe la lettura, nella fiducia che l'Accademia lo voglia approvare per l'inserzione nei volumi delle sue Memorie, nei quali può essere inserto sia per la poca estensione del testo sia per il numero delle tavole (due), il quale non eccede i confini assegnati dai vigenti regolamenti dell'Accademia.

Michele LESSONA

L. BELLARDI, *Relatore.*

Secondo le conclusioni della Commissione, vien letto il lavoro del Dott. A. PORTIS, che è approvato per la stampa nei volumi delle *Memorie.*

Lo stesso Socio Lessona, a nome del Socio Bellardi, presenta e legge la seguente Nota del Dott. A. Portis:

IL CERVO

DELLA

TORBIERA DI TRANA.

Nello scorso autunno il signor Avv. F. Cantamessa, appassionato dilettante di tutto quanto riguarda la Paleontologia del nostro paese, trovava nelle torbiere di Trana una mandibola di Ruminante che gli parve degna di essere conservata, sia per la località in cui essa si rinvenne, sia per la relativa sua buona conservazione, sia per la sua mole. Per tratto di squisita cortesia me la volle comunicare affinchè la esaminassi ed, ove il caso ne fosse, la illustrassi.

Questa mandibola fu, come già dissi, trovata nella torbiera ed a poca distanza dallo abitato di Trana, nel taglio verticale che fanno gli operai per estrarre la torba. Essa giaceva alla base dello strato utilizzabile del combustibile e sul fondo parte torboso, parte argilloso della torbiera: devo allo stesso signor Cantamessa di possedere un bel saggio, pieno zeppo di conchiglie palustri, di questo materiale costituente lo strato sottostante alla torba (1).

La mandibola, di cui è questione, ha un bel colore oscuro di legno-noce, che si conserva tal quale anche nello interno dell'osso; quantunque questo abbia perduta parte della sostanza

(1) Tale campione ho inviato al sig. Cav. Tapparone-Canefri perchè determinasse le specie di molluschi in esso contenute. Egli mi ha gentilmente comunicato il seguente breve elenco delle conchiglie che accompagnavano il Cervo fossile della Torbiera di Trana. Esse sono:

Valvata piscinalis Müller
Id. obtusa Studer
Limnaea n. Sp.
Pisidium italicum Clessin.
id. fossarinum id.

organica, tuttavia esso presenta ancora un certo qual grado di compattezza, tantochè esso resistette, senza guasto ulteriore, ad essere portato senza invoglio in una tasca dell'abito durante una passeggiata di un paio d'ore, poichè lo scopritore la trovò, quando men la cercava, durante una piccola escursione in compagnia di amici e non aveva per conseguenza con sè l'occorrente per metter tosto in salvo quello che gli veniva dato di trovare. Per effetto della lunga macerazione, la lamina del periostio tendeva a sfogliarsi e separarsi dal resto dell'osso, per conseguenza sulla faccia esterna essa manca in diversi punti, ed in altri è sollevata, ma ancora semi-aderente e nella sua posizione primitiva: dal lato interno essa è ancora quasi tutta al suo posto e, leggermente fessurata, comunica all'osso un lieve riflesso perlaceo.

Per qualche accidente posteriore alla sua fossilizzazione ma anteriore allo scoprimento, la mandibola si ruppe ed ora trovasi mancante di grande porzione della parte espansa postero-inferiore: Conservatissimi ne sono invece: la faccia articolare, tutta l'apofisi montante, tutta la faccia alveolare, la porzione anteriore del bordo inferiore fino a tutta la lunghezza del secondo premolare ed il forame del mento; de' denti mancano: tutti gli incisivi, il canino ed il premolare anteriore; conservati, intatti e freschissimi ne sono invece i due seguenti premolari ed i tre molari; questi tutti mostrano lo smalto rugoso ed ancora bianchissimo, ed invece tinto in bruno l'avorio; le radici si presentano pure con un bel colore bruno cupo e quasi nero.

L'esame dei denti e la leggerezza di costruzione della mandibola mi indicarono subito come l'animale cui questa mandibola appartenne doveva essere una specie del genere Cervo, le sue dimensioni però grandissime mi lasciarono qualche tempo in dubbio sulla specie al quale lo doveva riferire, dopo averlo però comparato con alcune specie di Cervi diluviali e recenti, potei convincermi che non si trattava di altro che di un individuo di grande statura appartenente alla specie *Cervus elaphus Linn.* concordando il pezzo che ho fra mani, se non nelle dimensioni, certo in ogni minimo dettaglio e della forma delle parti ossee conservate e di ogni piega, tubercolo e tallone di ogni singolo dente presente, colle corrispondenti parti della mandibola di Cervi comuni adulti che ebbi occasione di esaminare.

L'esame dei denti ci dimostra pure che l'individuo a cui questa mandibola appartenne, era, allorchè per qualsiasi motivo

incontrò la morte e lasciò l'avanzo nella torbiera di Trana, già adulto ma non stravecchio; infatti la corona dell'ultimo molare non è ancora tutta fuori dello alveolo, e ne rimane ancora mezzo nascosto in esso il piccolo tubercolo accessorio esterno tra il primo ed il secondo lobo, mentre il colletto del tallone è ancora affatto invisibile; lo stesso dicasi del secondo molare, dove il prisma accessorio tra i due lobi è appena visibile e pure nascosto è ancora il colletto del secondo lobo. Molto più sviluppato fuori dello alveolo e consunto dalla masticazione è invece il primo vero molare, il primo ad apparire, come ognun sa nell'apparato dentale definitivo.

In conclusione, come già dissi, questo ramo destro di mandibola appartenne ad un animale sul vigor dell'età e probabilmente, vista la sveltissima struttura dell'osso, ad una femmina; con tuttociò la lunghezza sua dal bordo dello incisivo esterno all'angolo postero-inferiore della mandibola non poteva essere inferiore ai 30 centimetri; misura, che potei facilmente prendere anche mancando l'angolo stesso, aiutandomi della presenza della faccia articolare e della parte conservata anteriormente della faccia inferiore dell'osso. In uno scheletro di maschio conservato nelle collezioni del Museo di Anatomia Comparata di Torino, e nel quale i denti hanno di già un grado di sviluppo e di consumazione ulteriormente spinto, questa stessa lunghezza non è che di 25 centimetri.

Noi sappiamo, che fra i Cervi maschi dei nostri dì, ben di rado avviene il poter trovare un individuo tanto grosso che la sua mandibola raggiunga tra i due punti notati una lunghezza di 30 centimetri, sappiamo invece che il Cervo delle Palafitte della Svizzera raggiunse dimensioni molto superiori a quelle che raggiungono gli individui giganti dei dì nostri, ed infatti il Rutimeyer cita appunto una mandibola di Robenhausen che misurava 35 centimetri, e la confronta con un cranio gigante moderno la cui mandibola non misura, sempre fra i due punti accennati, che 30 centimetri.

È noto come il ghiacciaio della Dora Riparia si sia una volta spinto fino alla Pianura Padana e che, giunto contro al masso serpertinoso di Avigliana, si sia diviso in due rami, l'uno più grande proseguente la valle sino oltrepassato il Musiné e del quale non ci abbiamo a preoccupare, l'altro destro più piccolo che superata la stretta Avigliana-Sant'Ambrogio si allargò nel

bacino Avigliana-Trana portando la sua morena terminale fino oltre il Santuario di Santa Maria di Trana a sbarrare in parte la estremità della valle del Sangone, costringendo il Sangone stesso a cambiare di direzione e poi ad erodere profondamente la morena stessa. È noto pure come, dopo aver formata questa estrema morena e dopo aver goduto per un certo periodo di tempo di una estensione considerevole, il ghiacciaio cominciò lentamente a ritirarsi facendo però nel suo periodo di regresso varii tempi di sosta, durante i quali nuove morene concentriche alla estrema formavansi attraverso al bacino stesso. Una prima corrispondente ad un primo tempo di sosta si è quella che separa la torbiera di Trana dal lago dello stesso nome, una seconda separa il lago di Trana da quello di Avigliana, una terza questo dalla torbiera di Avigliana ed una quarta il bacino di Avigliana dalla valle della Dora. Il bacino veniva così suddiviso in altrettanti bacini minori in ognuno dei quali dovevansi raccoglier le acque non aventi uscita fino al punto in cui od a monte od a valle queste trovavano a riversarsi fuori della propria conca ed a trovar così uno sfogo alla pianura. Tale sfogo fu, dopo lo sgombro del bacino per parte del ghiaccio, trovato a monte per essere le morene più recenti sempre una più bassa dell'altra; mentre però il ghiaccio occupava ancora la estremità settentrionale del bacino di Avigliana le acque dovevano esservi molto più alte e cercare uno sfogo a valle, superando ed erodendo in parte la morena estrema e gettandosi così nella valle del Sangone. Il primo laghetto formossi adunque topograficamente in coincidenza della torbiera di Trana, ebbe però molto maggiore estensione di quella ed andò man mano allargandosi verso Avigliana a misura che il ghiacciaio ne abbandonava il bacino. Allorchè però il ghiacciaio nel suo regresso ebbe reso libero il varco tra il bacino di Avigliana e lo sbocco della valle della Dora, il lago, non più sostenuto dal ghiaccio, si svuotò nella Dora e solo ne rimasero, sostenuti da altrettante morene, quattro laghetti residui occupanti: la moderna torbiera di Trana, il lago di Trana, il lago di Avigliana e la moderna torbiera di Avigliana. Mentre il gran lago primitivo si versava a valle, i laghetti residui, per le nuove condizioni di pendenza, ebbero loro sfogo a monte e cominciò lo scaricatore di ciascuno ad erodere la morena che gli serviva di barra.

Il bacino della odierna torbiera di Trana, che aveva già,

all'epoca della propria individualizzazione, una esigua profondità non tardò ad aver ancora scemata quest'ultima per l'erosione operata dal suo scaricatore e per l'accumularsi di detriti caduti dal circostante pendio, cosicchè in breve, per lo svolgersi e rapido estendersi di vegetazione selvosa e palustre favorita dal raddolcimento della temperatura, passò rapidamente dalla fase di Lago a quella di Torbiera. Gli stessi motivi portarono la intorbazione del laghetto occupato dalla odierna torbiera di Avigliana, mentre più a lungo resistettero, per la maggior loro profondità e per essere forse in essi scemata la vegetazione palustre, i moderni due laghi. Ad ogni modo è certo che quando la torbiera di Trana poteva ancor chiamarsi lago, essa fu abitata dall'uomo, il quale o si stabilì sulle sue rive o, men probabilmente, trovò conveniente stabilire in essa le Palafitte che i suoi coetanei fabbricavano nel laghetto, oggi pur torbiera, di Mercurago e in tanti altri laghi e laghetti del Piemonte e della Lombardia.

Che la torbiera, antico lago, di Trana sia stata un'antica stazione umana lo provano le armi in bronzo in essa trovate e segnalate dal Gastaldi, l'una nella *Iconografia di alcuni oggetti di remota antichità rinvenuti in Italia*, Mem. d. R. Acc. d. Sc. di Torino, Ser. II, Tomo XXVI, pag. 21 (dell'estratto), Tav. VIII, fig. 15, e stata trovata dal compianto Avv. C. Calandra; l'altra nei *Frammenti di Paleoetnologia italiana*, Mem. della R. Acc. dei Lincei, Tomo 3°, Ser. II, pag. 14 (dell'estratto), Tav. XI, fig. 1, e comunicatagli dal sig. Cav. Vignola. Non sono che due, ciò è vero, ma se non basteranno a dimostrare che l'uomo abbia colà avuto stabile dimora, sono sufficienti però a farci conchiudere che il bacino fu dal nostro progenitore dell'epoca del bronzo visitato con qualche frequenza allo scopo di caccia e di pesca.

Ora noi sappiamo come l'abitatore delle palafitte dei laghi, laghetti e torbiere della Svizzera, oltre ad avere, specialmente nell'epoca del bronzo, tenuti animali domestici e coltivata la terra ed in tal modo provvisto al proprio mantenimento, cercò nella caccia un potente sussidio alla propria alimentazione. Sappiamo che fra gli animali cacciati, che più sovente fornirono di carni la sua mensa, abbondantissimo trovasi in tutte le palafitte il Cervo comune o *Cervus elaphus*, come questa specie si trova ne' suoi avanzi di cucina rappresentata con individui di tutte le età, dal cerbiatto neonato all'adulto gigante che oltrepassa la statura di un grande cavallo.

Le ossa del cervo si trovano nelle palafitte svizzere per la maggior parte appositamente spezzate, alcune però sono costantemente intiere poichè nessuna parte utile era in esse rinchiusa e fra queste costantemente trovasi la mandibola.

Vogliamo ora chiudere la digressione e tornare al bel pezzo trovato dallo Avvocato Cantamessa. In questo esemplare, dopo averne fatta la descrizione ed indicate le condizioni e la concomitanza di giacitura, vedo l'avanzo di un bottino di caccia fatto dall'uomo dell'epoca del bronzo, il quale, stabilito nel bacino di Avigliana-Trana o nelle vicinanze, cacciava gli animali che aveva d'attorno a sè e forse con marcata predilezione il Cervo, il bello ed utile animale che gli forniva buone e, per ogni individuo preso, copiose carni, ossa e corna da farne utensili e che si trovava abbastanza frequentemente e con non estremi pericoli a portata delle sue armi.

Il Cervo comune, scemato di volume, visse da noi ancora lungamente allo stato selvatico durante l'epoca storica, ora è scomparso. Ma allorchè esso all'epoca della formazione delle torbiere in Piemonte veniva cacciato dall'uomo, un'altra specie di Cervo, pure comune in Piemonte, tendeva ad estinguersi e gli ultimi suoi rappresentanti venivano pur, con molta probabilità, ricercati e cacciati dall'Uomo dell'epoca della pietra e del bronzo. Tale Cervo è il *C. euryceros* il più recente rappresentante del quale, trovato in Piemonte, si è appunto rinvenuto in un deposito di formazione contemporanea alla Torbiera di Trana o forse di poco anteriore, ma certo già durante la fase di regresso dei nostri ghiacciai. Intendo con queste parole il corno di *C. euryceros*, trovato alla cascina La Costa, tra Crescentino e Fontanetto, e donato dal Comm. Calandra al Gastaldi. Quest'ultimo nell'anno 1875 ne fece oggetto di una sua nota alla R. Acc. dei Lincei (inserta nel Tomo II, Serie II, degli atti della stessa Accademia), col titolo: *Cenni sulla giacitura del Cervus euryceros*, accompagnandola di una tavola e segnalando alla base del corno intagli ed impronte a cui non volle dare troppa importanza, sembrandogli fatti da uno strumento troppo tagliente per essere di pietra.

Torino, il 5 febbraio 1883.

È probabile che, se qualche cultore di Scienze Naturali si fosse recato più di sovente a visitare le Torbiere di Trana e ad interrogare gli operai addetti all'estrazione del combustibile, forse si sarebbero prima d'ora avute notizie su Vertebrati fossili di quel giacimento: Infatti non era ancor finita la composizione tipografica della Nota precedente che il mio cugino Coll. Cav. Carletti recatosi a Trana ed interrogati i cavatori e ritirato da loro quello che essi avevano incontrato, mi portò alcune ossa della stessa Torbiera. Fra esse hanno maggior importanza: una bella e completa tibia destra di *Cervus elaphus* misurante 31 centimetri di lunghezza ed una vertebra cervicale di un individuo adulto della stessa specie. Tali pezzi accompagnati da frammenti di tronchi or tondeggianti ancora e giungenti fino a 60 centimetri di diametro, or compressi e contorti, ma ancora rivestiti dalla corteccia. Dalla stessa sorgente venni a sapere come anni addietro sia stato rinvenuto nella stessa Torbiera un teschio di un Cervo probabilmente della stessa specie che i pezzi precedenti, ancor munito di gran parte delle sue corna e che dopo essere stato qualche tempo nella casetta dello scopritore venne inavvertentemente dalla stessa sua moglie buttato sul fuoco e così distrutto.

Anche il giovane studente di Scienze Naturali signor Carlo Sacco recatosi a visitare la località di Trana mi portava alcuni oggetti da lui stesso raccolti colà. Fra essi alcuni frutti del *Corylus avellana* che ancora vive allo stato selvatico attorno alla Torbiera. Due di essi erano stati, analogamente a quanto succede oggidì, forati e vuotati dal Moscardino delle nocciuole *(Moscardinus avellanarius)* o da qualche altro rosicante di specie o di genere affine: gli altri erano vuoti. Riconobbi inoltre alcuni grani che paiono essere caduti da frutti del *Rubus fruticosus*,

esso pure oggidì molto abbondante nella località. Quantunque entrambi questi frutti siano stati trovati fra gli *avanzi di cucina* nelle altre torbiere abitate dall'uomo della Svizzera e dell'Alta Italia, non possiamo tuttavia, dalla presenza di essi conchiudere ancora alcuna cosa in più sulla presenza dell'uomo nella Torbiera di Trana e sulla sua abitudine di fare provviste. Constatiamo invece, analogamente a quanto succede oggidì, la presenza del Moscardino anche nella immediata vicinanza dell'Uomo.

Torino, il 1° Luglio 1883.

Il Socio Lessona legge ancora la seguente sua

COMMEMORAZIONE

DI

CARLO DARWIN.

In Italia nel principio del corrente secolo i medici filosofi e i naturalisti in progresso si preoccuparono molto di due pubblicazioni, che facevano conoscere fra noi l'ingegno e il sapere dell'inglese Erasmo Darwin.

Queste pubblicazioni vennero fuori tutte e due a Milano.

Una di esse era intitolata: *Gli amori delle piante*, in quattro canti, tradotta in versi sciolti dal Medico Giovanni Gherardini, ed ebbe tre edizioni, di cui l'ultima è dell'anno 1844.

L'altra pubblicazione è intitolata: *Zoonomia*, ed è una grossa opera di cui fu traduttore il grande Medico e patriota Giovanni Rasori. Secondo il concetto che guidò Erasmo Darwin in questo suo grande lavoro, tutte le scienze fisiche e biologiche dovevano condurre a una giusta conoscenza e ad una classificazione naturale delle malattie, e la classificazione naturale doveva condurre a una buona medicina.

Un immenso capitale di cognizioni e un finissimo criterio nello adoperarle splendono in quest'opera, degna in ogni tempo di essere studiata.

Nel tratto dove parla dei rapporti fra i viventi l'autore dimostra stretto assai più che non si credesse al suo tempo il legame fra le piante e gli animali, e ammette un certo grado di sensitività nelle prime. Mostra la malagevolezza in certi casi, tanto nelle piante quanto negli animali, di riconoscere la individualità e di discernere l'individuo dall'organo in quegli aggregamenti che si riscontrano tanto nel regno vegetale, in cui è malagevole dire se si tratti di parecchi organi costituenti un in-

dividuo solo o di parecchi individui riuniti insieme. Dice che gli animali hanno soggiaciuto a dei cambiamenti nel progresso graduale della formazione della terra e di tutti gli esseri che l'abitano, nelle serie lunghissime di tempi dappoichè la terra incominciò ad esistere, forse milioni di secoli prima del principio della storia del genere umano. Dice che fin dalla prima esistenza di questo globo terracqueo gli animali che lo abitano andarono sempre perfezionandosi e sono tuttavia in uno stato di perfezionamento progressivo.

I combattimenti dei maschi, in varie sorta di animali, pel possesso delle femmine, hanno dovuto produrre a mano a mano dei cambiamenti di cui l'effetto finale è stato da una parte quello di indurre certe differenze, talora notevoli, fra i maschi e le femmine, e da un'altra parte il miglioramento generale della specie. Un altro grande elemento modificatore ha dovuto essere lo sforzo continuo dei vari animali a procacciarsi il cibo, un altro ancora quello di provvedere alla propria sicurezza.

Insomma, Erasmo Darwin, dichiara nel modo il più palese, e s'ingegna anche di spiegare, che le diverse specie degli animali di generazione in generazione collo andare dei secoli si sono venute più o meno profondamente modificando.

Questo concetto delle variabilità delle specie, così espressamente dichiarato e sostenuto da Erasmo Darwin, era tutt'altro che nuovo. Senza parlare dell'antichità, dove non fu pure senza essersi manifestato, al tempo di Erasmo Darwin lo esprimevano il Kant e il Goethe, il Treviranus, l'Oken, il quale disse arditamente che l'uomo si è sviluppato, non è stato creato. Più di tutti, in sul principio del corrente secolo, sostenne il concetto della variabilità delle specie il Lamarck, il quale anche spiegò il fatto collo sviluppo progressivo e trasmesso di generazione in generazione degli organi più esercitati e il ridursi delle parti tenute inerti. In Italia il Bonelli e il Foderà, il primo in Torino e il secondo in Palermo, si professarono seguaci del Lamarck.

Erasmo Darwin ebbe parecchi figli, di cui uno, Roberto, studiò medicina e scrisse, giovanetto, una memoria, sugli *Spettri oculari*, che il padre pubblicò nella *Zoonomia*; poi si diede tutto allo esercizio della medicina e passò la vita nella piccola città di Shrewsbury fra le cure del suo ufficio e gli affetti della famiglia. Egli aveva per moglie una donna di rare qualità, figlia

di quel Giosuè Wedgwood che fu artista e scienziato mentre portava in Inghilterra ad una rara perfettezza la fabbricazione delle porcellane.

Carlo Darwin nacque da questi genitori in Shrewsbury addì 12 febbraio 1809 e vi passò il tempo della sua fanciullezza.

Suo padre lo aveva destinato alla medicina e lo mandò, in età di sedici anni, a studiare a Edimburgo. Là un professore dichiarò Carlo Darwin inetto agli studi della medicina e svogliato degli studi della storia naturale. Il padre, dopo questa dichiarazione, si deliberò ad avviarlo per la carriera ecclesiastica e lo mandò a Cambridge, al collegio del Cristo. Un professore di quelli che sanno farsi amare dai giovani, lo Henslow, si impadronì dell'animo del giovanetto e gli accese nell'animo un ardore per lo studio che fiammeggiò per tutta quanta la vita. Il professore Henslow era naturalista valente. Il professore Peacock, suo amico, gli scrisse un giorno che il capitano Fitz-Roy doveva fare il giro del mondo sopra una nave della marina inglese, e che avrebbe preso volentieri con sè a bordo un giovane naturalista. Lo Henslow ne parlò con Carlo Darwin e lo incoraggiò a imprendere quel viaggio dicendogli che molto volentieri lo avrebbe raccomandato. Carlo Darwin, che leggeva con passione lo Humboldt e sognava grandi viaggi, prese fuoco a quella proposta. Al dottor Roberto Darwin non pareva che il giro del mondo fosse la miglior via per suo figlio alla carriera ecclesiastica, ma era uomo ben pensante e in breve si arrese.

Carlo Darwin s'imbarcò sul *Beagle*, comandato dal Capitano Fitz-Roy, e salpò dall'Inghilterra il giorno 27 dicembre 1831, e il giorno 2 ottobre 1836 rivedeva le spiaggie della sua patria.

Carlo Darwin portò dal suo viaggio molte collezioni, di cui s'era riservata la proprietà, e che diede poi a poco a poco ai principali istituti scientifici d'Inghilterra; pubblicò parecchi lavori intorno alle collezioni raccolte; fece la narrazione del suo viaggio in un volume intitolato: *Viaggio di un naturalista intorno al mondo.*

Quando Carlo Darwin partì, egli credeva nella immutabilità delle specie; viaggiando, un gran numero di fatti lo colpirono, segnatamente rispetto al succedersi delle specie affini di terra in terra, alla affinità o alla disparità delle specie fra le isole e i continenti vicini, alla affinità fra le forme fossili e le forme vi-

venti; allo adattamento della vita di certi animali nelle acque dolci e nelle acque salse o salmastre, e altro somigliante Allora gli nacque il dubbio che le specie affini possano derivare da uno stipite antico comune. Questo dubbio gli empì l'animo per modo che vi andò volgendo sempre più sopra il pensiero e cominciò a considerare da questo punto di vista un gran numero di fatti ed a raccogliere materiali e argomenti in proposito.

Sia per riparare i danni che la sua salute aveva sofferto per le fatiche del viaggio e segnatamente pel travaglio del mal di mare, sia perchè egli si sentiva tutto tratto allo studio e alieno dalla vita pubblica e dai centri clamorosi, poco dopo il suo ritorno dispose le cose sue per modo da poter seguire quel tenore di vita che meglio si confaceva coi suoi gusti.

Prese a Cambridge il grado di maestro nelle arti, corrispondente a un di presso alla laurea in filosofia delle università germaniche, sposò Emma Wedgwood, sua cugina, degnissima donna che gli abbellì la esistenza e lo fece lieto di numerosa figliuolanza, e nell'anno 1842 prese dimora nel piccolo villaggio di Down, presso Beckenam, nella contea di Kent, e non se ne mosse più fino all'ultimo della sua vita.

Egli si trovava là indipendente, libero da ogni legame esterno, padrone di tutto quanto il suo tempo, padrone di volgere a sua posta i suoi pensieri.

Continuò ad occuparsi di lavori scientifici in rapporto col viaggio, fece ricerche originali intorno ai Cirripedi pubblicandone una monografia, ma al disopra di tutto nella sua mente stava la quistione della variabilità delle specie e di essa principalmente si preoccupava, e ad essa faceva convergere tutti i suoi lavori, tutti i suoi studi, tutte le sue osservazioni, tutte le sue meditazioni.

Un fatto volgarissimo, continuamente sotto gli occhi di tutti, mise il Darwin sulla via di dimostrare, per quanto è possibile una dimostrazione di tal fatta, la variabilità delle specie; il variare delle forme negli animali domestici e nelle piante coltivate. Nissun popolo diede tanto opera a diversificare e moltiplicare le razze degli animali domestici e le varietà delle piante coltivate quanto l'inglese.

Il grande fattore di queste modificazioni è la scelta dei riproduttori, o, come disse il Darwin, la scelta artificiale. Ciò che avviene nei viventi in potere dell'uomo, può essere avvenuto in

natura. Carlo Lyell aveva distrutto la teoria geologica dei cataclismi e delle rivoluzioni del globo, e aveva fatto accogliere quella delle cause lente. I cambiamenti che avvengono lentissimamente oggi sulla superficie del nostro pianeta hanno dovuto compiersi pure nel passato, e per una sequela indefinita di secoli, producendosi grandi modificazioni nel clima e nelle condizioni dei viventi. Per quanto tutti i viventi di una specie vegetale o animale si rassomiglino, pure vi è sempre qualche differenza individuale. Quegli individui che per taluna di queste differenze si trovano meglio favoriti resistono, mentre gli altri soccombono.

Segue così una lotta per la vita, nella quale i forti si salvano per una sorta di elezione cui il Darwin diede il nome di scelta naturale. La lotta per la vita e la scelta naturale operano continuamente sui viventi, ed è un effetto loro la modificazione nelle forme, pel conservarsi e svilupparsi dei caratteri favorevoli alle nuove condizioni. La lotta per la vita e la scelta naturale traggon seco la variabilità delle specie.

Il Darwin comprendeva che egli non avrebbe potuto venir fuori a manifestare cosifatte idee senza un grande corredo di fatti, e, per quanto fossero imponenti e numerosi i fatti raccolti, pure non gli parevano mai bastanti.

Una circostanza speciale, lo avergli il Wallace mandato un lavoro nel quale era sostenuto il concetto della variabilità delle specie, e che egli fece subito pervenire alla Società Linneana, e le insistenze di due suoi amici, il dottore Hooker e Carlo Lyell, che da lungo tempo conoscevano il suo operare, fecero sì che finalmente, ma ancora un po' mal suo grado, il Darwin si deliberasse a presentarsi al pubblico, e ciò fece col volume intitolato: *L' Origine della specie*, che fu messo in vendita il giorno 24 novembre 1859.

La prova che in quel volume c'era quanto bastava, la prova che, anche quando il Darwin non fosse stato per pubblicare poi mai altro più tardi, quel volume sarebbe stato più che sufficiente, si ha nello effetto immenso che esso produsse fin dal suo primo apparire.

Ma il Darwin dopo quella pubblicazione visse ancora abbastanza perchè abbia potuto fare molte altre ricerche e pubblicazioni importanti.

La scelta sessuale, di cui aveva già un chiaro concetto il

suo nonno Erasmo, fu presa meglio in considerazione da lui, e pubblicata in un nuovo volume sulla origine dell'uomo, di cui prima non aveva parlato. Così pubblicò in un volume tutti i materiali che aveva raccolto dalla lunga intorno alle variazioni indotte dall'uomo negli animali domestici e nelle piante coltivate, e in questo volume espose la sua teoria della pangenesi già, secondo che egli stesso dichiara, preveduta chiaramente dal Mantegazza.

L'espressione dei sentimenti nell'uomo e negli animali fu poi pel Darwin argomento a un nuovo volume.

Lo studio delle piante non si attraeva meno la mente del Darwin di quello degli animali. I movimenti delle piante, quelli in special modo delle piante rampicanti, la fecondazione, la curiosa natura di talune che si pascon d'insetti, diedero luogo a parecchie pubblicazioni sue, di cui una, quella intorno alle piante insettivore, meravigliosa per la esposizione del modo di sperimentare dell'autore e investigare i fatti della chimica fisiologica e della fisiologia vegetale, si ebbe il premio Bressa dalla Accademia delle Scienze di Torino.

L'ultimo lavoro di Carlo Darwin fu sui lombrici e la loro azione sulla terra vegetale, non meno mirabile degli altri e non meno ricco di quei pregi che sono tanto caratteristici dell'autore, la erudizione, il criterio, la investigazione retta, la considerazione diligente di ogni possibile obbiezione, la limpidissima esposizione.

In ogni suo volume il Darwin fa una breve e chiarissima esposizione dell'argomento e una breve e chiarissima ricapitolazione delle cose dette.

Il volume sulla *Origine delle specie* finisce con queste parole:

« È cosa molto interessante il contemplare una spiaggia ridente, coperta di molte piante di ogni sorta, cogli uccelli che cantano nei cespugli, con diversi insetti che ronzano da ogni parte e coi vermi che strisciano sull'umido terreno; ed il considerare che queste forme elaborate con tanta maestria, tanto differenti fra loro e dipendenti l'una dall'altra, in una maniera così complicata, furono tutte prodotte per effetto delle leggi che agiscono continuamente intorno a noi.

« Queste leggi, prese nel senso più largo, sono: lo Sviluppo colla Riproduzione, l'Eredità che è quasi implicitamente com-

presa nella Riproduzione; la Variabilità derivante dall'azione diretta e indiretta delle condizioni esterne della vita e dall'uso o dal non uso; la legge di Moltiplicazione in una proporzione tanto forte da rendere necessaria una lotta per l'Esistenza, dalla quale deriva l'Elezione naturale, la quale richiede la Divergenza del Carattere e l'Estinzione delle forme meno perfezionate.

« Così, dalla guerra della natura, dalla carestia e dalla morte segue direttamente l'effetto stupendo che possiamo concepire, cioè la produzione degli animali più elevati. Vi ha certamente del grandioso in queste considerazioni sulla vita e sulle varie facoltà di essa, che furono impresse dal Creatore in poche forme o anche in una sola; e nel pensare che, mentre il nostro pianeta si aggirò nella sua orbita, obbedendo alla legge immutabile della gravità, si svilupparono da un principio tanto semplice, e si sviluppano ancora, infinite forme vieppiù belle e meravigliose ».

Carlo Darwin morì a Down addì 19 aprile 1882. La commozione destatasi in tutto il mondo civile per la notizia della sua morte prova quanto grande sia stato l'effetto del suo pensiero sugli uomini del suo tempo, ed è probabile che sia per essere grande in pari modo sempre nello avvenire.

PUBBLICAZIONI PRINCIPALI

di CARLO DARWIN

Di Argomento generale.

A naturalist's voyage round the world on board of H. M. S. Beagle, 1831-36.

Journal of researches in to the natural history and geology of countries visited by H. M. S. Beagle, 1845.

On the origin of species by means of the natural selection, 1 vol., 1859.

On the variation of organic beings in a state of nature, (Journal of the Linnean Society, 3 vol., *Zoology)* 1859.

The variation of plants and animals under domestication, 2 vol., 1868.

The descent of man and selection in relation to sex, 2 vol., 1871.

The expression of the emotions in man and animals, 1 vol., 1871.

The formation of vegetable mould, 1881.

Zoologia.

The zoology of the voyage of H. M. S. Beagle , edited and superintended by Ch. Darwin, 1840.

Observations on the structure of the genus Sagitta. (Ann, his., 13 vol., 1844).

Brief description of general terrestrial Planariae, etc. (Ibidem, 14 vol., 1844).

A Monograph of the Cirripedia, Parte I, *Lepadidae*, *Roy. Soc.*, 1851.

A Monograph of the Cirripedia. Parte II, *Balanidae*, 1854, *Roy. Soc.*

A Monograph of the fossil Lepadidae. Pal. Soc., 1851.

A Monograph of the fossil Balanidae and Verrucidae. Pal. Soc. 1854.

Botanica.

On the action of seawater on the germination of seeds. (Jorn. Linn. Soc., 1 vol., 1857).

On the agency of bees in the fertilisation of papilionaceus flowers. (*Ann. nat. hist.* 2 vol., 1858).

On the two forms or dimorphic condition of the species of Primula. (Journ. Linn. Soc. 7 vol., 1862).

On the various contrivances by which British and foreign Orchids an fertilised, 1862.

On the existence of two forms and their reciprocal sexual relations in the genus linum. (*Journ. Linn. Soc.* 7 vol., 1868).

On the sexual relations of three forms of Lythrum (*Journ. Linn. Soc.* 8 vol., 1864).

On the character and the brid-like nature of the illegitimate offspring of dimorphic and trimorphic Plants. (*Journ. Linn. Soc.* 10 vol., 1867).

On the specific difference between Primula veris and P. vulgaris, etc. (Ibidem, 10 vol., 1867).

Insectivorous Plants. 1 vol., 1875.

On the movements and habits of climbing Plants. (*Journ. Linn. Soc.*, 10, 1865).

The effects of cross and self fertilisation in the vegetable kingdom, 1876.

On the different Forms of Flowers on Plants of the same species, 1876.

The Power of Movement in Plants, 1880.

Geologia.

On the formation of mould. (*Trans. geolog. Soc.*, 5 vol., 1837).

Origin of the saliferous depots of Patagonia. (*Journ. geol. Soc.* 2 vol., 1838).

On the connection of the volcanic phenomena in South America. (*Transac. geol. Soc.* 5 vol., 1838).

On the parallel roads of Glen Roy. (*Trans. Phil. Soc.*, 1839).

On the distribution of the erratic boulders in South America. (*Trans. geol. Soc.* 6 vol. 1841).

On a remarkable bed of sandstone of Fernambuco. (*Phil. Mag.* 1841.

Notes on the ancient glaciers of Caernarvonshire. (*Phil. Mag.* 20 vol., 1842).

The structure and distribution of coral reefs, 1844.

Geological observations on volcanic islands, 1842.

An account of the fine dust which often falls on the vessels in the Atlantic Ocean. (*Proc. geol. Soc.*, 1845).

On the geology of the Falkland island. (*Journ. geol. Soc.*, 1846).

On the trasportal of erratic boulders from a lawer to a higher level. (Ibidem, 1848).

On the power of icebergs to make grooves on a submarine surface. (*Phil. Mag. Aug.*, 1855).

Geological observations on South America, 1846.

Il Socio Cav. Prof. Alessandro DORNA, Direttore dell'Osservatorio astronomico di Torino, presenta all'Accademia, per l'annessione agli *Atti* in continuazione delle precedenti, le *Osservazioni meteorologiche ordinarie* dei mesi di Aprile e Maggio di quest'anno, state redatte coi rispettivi riassunti e diagrammi dall'Assistente Dott. Angelo CHARRIER.

Anno XVIII **1883**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Aprile.

La media delle altezze barometriche osservate in questo mese è 34,96, superiore alla media degli ultimi diciassette anni di mm. 0,43.

I valori estremi osservati sono i seguenti:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
7	35,27	8	43,95
10	31,05	17	40,83
24	26,73	26	37,41
29	22,85		

La temperatura ha per valor medio 11°,7 ed è inferiore alla media di Aprile degli ultimi diciassette anni di 1°,2. I valori estremi 20°,9 e 0°,7 si ebbero nei giorni 5 e 24.

Si ebbe pioggia in 13 giorni e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 127.

Il quadro seguente dà il numero delle volte che spirò il vento nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
9	6	7	4	3	1	2	0	4	2	5	0	0	0	0	0

Anno XVIII **1883**

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI

fatte nel mese di Maggio.

La media delle osservazioni barometriche in questo mese è di 35,40 inferiore solo di mm. 0,50 alla media di maggio degli ultimi diciassette anni.

Le variazioni della pressione barometrica son contenute nella tabella seguente:

Giorni del mese.	Massimi.	Giorni del mese.	Minimi.
3	31.49	5	24,60
8	33,87	10	27,55
12	41,91	15	37,05
16	40,87	20	27,43
24	41,75	26	35,35 .

La temperatura in questo mese ha per valor medio 17°, 1, superiore di 0°, 3 alla media di Maggio degli ultimi diciassette anni.

La minima delle temperature 5°, 1 si ebbe nel giorno 11; la massima 27°, 5 nel giorno 17.

I giorni con pioggia furono 12 e l'altezza dell'acqua caduta fu di mm. 110, 1.

Il quadro seguente dà la frequenza dei venti nelle singole direzioni:

N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
10	12	28	3	15	8	3	1	13	10	10	4	9	1	3	1

Queste Osservazioni verranno stampate nel solito fascicolo annuale che si pubblica per cura dell'Accademia, e che va annesso agli *Atti*.

Il Socio Alfonso Cossa, per incarico del Socio corrispondente Prof. Carlo Friedel di Parigi, fa omaggio all'Accademia di una Memoria importantissima, che si riferisce a ricerche eseguite dal Friedel, colla collaborazione di J. Curie *sulla piroelettricità del quarzo.*

Adunanza del 24 Giugno 1883

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. PROF. ARIODANTE FABRETTI

Il Socio Cav. Prof. Andrea NACCARI presenta e legge la seguente Nota del sig. Dott. FILETI, Professore nella R. Università di Torino:

TRASFORMAZIONE
DELLO SCATOL IN INDOL
E PREPARAZIONE DELL' INDOL

In una mia precedente memoria ho fatto vedere un nuovo modo di formazione e preparazione dello scatol, ed ho dato una formola di costituzione secondo la quale questa sostanza è da considerarsi come metilindol; questa maniera di vedere riceve ora una conferma nel fatto che lo scatol per l'azione del calore si trasforma in indol.

Se si fanno passare dei vapori di scatol in un tubo riscaldato al rosso e contenente dei pezzetti di porcellana, si ottiene un distillato oleoso e si sviluppa contemporaneamente un gas infiammabile del quale non studiai la natura sia per la piccola quantità sia perchè avendo esso subìto l'influenza dell'elevata temperatura, nessuna conseguenza si avrebbe potuto tirare dalla sua composizione.

Impiegai gr. 0,14 di scatol che misi dentro il tubo in navicella di platino; operai in atmosfera di anidride carbonica, ed il gas sviluppatosi e liberato dall'anidride carbonica era 7^{cc}. Il liquido distillato fu trattato con acqua, e la soluzione acquosa diede con acido cloridrico e nitrito potassico manifesta reazione d'indol.

Questa trasformazione può anche mettersi in evidenza in modo semplice operando sopra piccolissima quantità di sostanza: — Si introduce in un tubo da saggio una piccola quantità di

scatol e si riscalda direttamente sopra una lampada Bunsen, in modo che i vapori incontrino le pareti calde del tubo; dopo raffreddamento si tratta con acqua, ed il liquido dà con acido cloridrico e nitrito potassico la reazione dell'indol.

Su questa proprietà dello scatol di trasformarsi per l'azione del calore in indol, riposa il processo di preparazione di quest'ultimo corpo che descriverò qui appresso e che, secondo la mia osservazione è preferibile a tutti gli altri sinora conosciuti. Invero, se il vapore di cumidina, preparata dalla distillazione dell'amidocuminato di bario con barite, si fa agire sull'ossido di piombo riscaldato, invece di scatol che per analogia al modo di produzione di questa sostanza da me nella precedente memoria indicato dovrebbe formarsi, si ottiene indol.

Si fa passare, non molto rapidamente, il vapore di cumidina sull'ossido di piombo contenuto in un tubo di porcellana di 40 cm. di lunghezza riscaldato al rosso in un fornello a gas: si condensa un liquido nerastro e si sviluppa abbondantemente un gas. Il liquido distillato si tratta con acido cloridrico diluito dove si discioglie parzialmente, la parte restata indisciolta si distilla in una corrente di vapor d'acqua e il distillato si acidifica con acido cloridrico e si precipita con acido picrico.

Le acque madri dalle quali si precipitò il picrato furono esaminate distillandole con ammoniaca: se ne ricavò soltanto piccolissima quantità d'indol mescolato a un po' di sostanza resinosa.

Invece il picrato disseccato, lavato con etere di petrolio, dà alla distillazione con ammoniaca un liquido lattiginoso che ha le reazioni dell'indol; le goccioline oleose, che distillano, si solidificano soltanto nel recipiente nel quale si raccolgono; nel pallone resta un po' di resina nera.

L'indol passato alla distillazione, raccolto sopra un filtro e asciugato nel vuoto sopra cloruro di calcio, si fonde, senza bisogno di ulteriore purificazione, a 52°.

Il filtrato contiene disciolto ancora molto indol; per estrarlo e per assicurarmi se contemporaneamente nella reazione si forma dello scatol, acidificai il liquido, lo precipitai con acido picrico e poi ridistillai con ammoniaca tanto le acque madri quanto il picrato: soltanto quest'ultimo diede nelle prime gocce del distillato pochissime laminette che si depositarono nella canna del refrigerante; erano però in così piccola quantità che appena potei raccoglierle onde determinarne il punto di fusione: si fu-

sero a 64° e sono quindi probabilmente di scatol impuro. Del resto, i liquidi distillati in ambo i casi, agitati con etere cedettero a questo dell'indol che senza ulteriore purificazione si fondeva a 51°,5; e se in qualche caso si ebbe dallo svaporamento del solvente un residuo fondente alcuni gradi al disotto, bastò una semplice cristallizzazione dall'acqua per ottenerlo fusibile a 52°.

Come si vede il prodotto che si ottiene da questa reazione, nella quale si forma contemporaneamente soltanto una traccia di scatol, è molto puro, e sia per questa ragione che per il soddisfacente rendimento, io ritengo che questo metodo sia da preferire a tutti gli altri conosciuti per la preparazione dell'indol.

Da gr. 35 di cumidina ottenni gr. 8 di picrato. È da notare però che la buona riuscita dell' operazione dipende principalmente dalla temperatura, la quale se è troppo elevata carbonizza tutto, e se è di troppo inferiore al rosso, non dà buoni risultati: così, in un' operazione nella quale non scaldai forse sufficientemente, ottenni soltanto circa un grammo di picrato grezzo da 45 di cumidina.

La soluzione cloridrica ottenuta dal trattamento con acido cloridrico del prodotto grezzo dell' azione della cumidina sull'ossido di piombo, per l'aggiunta di soda caustica lascia separare un liquido che disseccato e distillato comincia a bollire prima di 200°, la massima parte passa tra 200° e 210°, ed una piccola porzione verso 225°; questa è un po' di cumidina inalterata, le altre porzioni contengono dell'ortotoluidina e un po' di anilina che ho constatato per mezzo delle reazioni colorate.

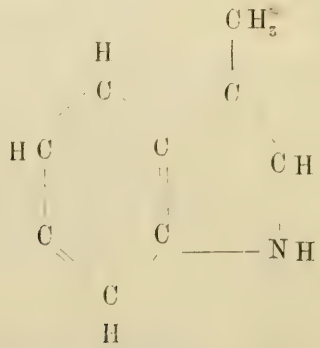
Il gas sviluppatosi da 35 grammi di cumidina è da 4 a 5 litri; lo feci passare attraverso il bromo con che soltanto una parte si assorbì, e, dopo l'allontanamento dell'eccesso di bromo, restò un liquido molto pesante, di odore gradevole etereo, bollente a 128-140° (per la massima parte a 132°); non si solidificò nel ghiaccio, ma quasi totalmente nel ghiaccio e sale. Era un miscuglio di molto bromuro di etilene (p. di eboll. 131°) con poco bromuro di propilene (p. di eboll. 142°) come fu del resto confermato dall'analisi.

Il gas non assorbibile dal bromo è combustibile; non lo analizzai, ma facendovi agire sopra un eccesso di cloro alla luce

diretta in modo a far mescolare i due gas poco a poco per diffusione, si depositarono sulle pareti del vaso cristalli che, alle proprietà e principalmente al punto di fusione, riconobbi per sesquicloruro di carbonio. Il gas conteneva dunque dell'etano.

Sul prodotto dell'azione del cloro feci anche la reazione per cloroformio e tetracloruro di carbonio con potassa e anilina, ma ebbi risultati negativi.

La trasformazione dello scatol in indol conferma la formola da me data per lo scatol:



secondo la quale, questo è da considerarsi come metilindol.

Torino, Laboratorio di Chimica della R. Università,

24 Giugno.

Il Socio Naccari presenta ancora la seguente Nota dello stesso Prof. Fileti:

SINTESI DELLO SCATOL.

Nel 1880 in una nota preliminare sul cumofenol, dissi che nella preparazione della cumidina per distillazione dell'amidocuminato di bario con barite si formava una piccola quantità di una sostanza solida fusibile a 88-89°, dotata di odore caratteristico e spiacevole; ne ebbi però quantità troppo piccola e potei farne soltanto una determinazione di azoto.

Più tardi ripresi lo studio di questa sostanza che ottenni in stato più puro e fusibile a più elevata temperatura, constatai che essa si forma dall'acido nitrocuminico contenuto nell'amidoacido grezzo da me adoperato, e, stabilita la sua identità collo scatol, comunicai a questa R. Accademia la sua formazione nella distillazione secca del nitrocuminato di bario.

Ecco ora i risultati della continuazione di queste ricerche.

Se si distilla nitrocuminato di bario, preparato da acido nitrocuminico purissimo, con eccesso di barite, e tanto più se si aggiunge una sostanza capace di togliere ossigeno come polvere di zinco o limatura di ferro, si ottiene un liquido nero, di odore spiacevole, che contiene principalmente dello scatol e della cumidina insieme ad una sostanza resinosa. In una prima operazione trasformai gr. 100 di acido nitrocuminico in sale di bario, aggiunsi 3 parti di idrato baritico secco e 4 di polvere di zinco; il rendimento in scatol fu piccolo poichè ebbi soltanto gr. 3 di picrato grezzo.

Migliori risultati ebbi adoperando come riducente il ferro: distillai difatti il sale baritico proveniente da gr. 100 di acido nitrocuminico con 3 p. di idrato baritico secco e 3 p. di ferro in polvere; la distillazione fu fatta per porzioni di gr. 50 in una storta di rame e scaldando moderatamente in principio, poichè la reazione è piuttosto energica e quindi buona parte dei vapori scappa facilmente senza condensarsi cagionando delle perdite. Da gr. 100 di acido nitrocuminico ottenni gr. 10 di picrato grezzo.

Un rendimento ancora migliore si ha operando come segue. Gr. 40 di acido nitrocuminico si riducono in amidoacido sciogliendolo in eccesso di ammoniaca e sottoponendolo per lungo tempo all'azione dell'idrogeno solforato: si decompone il solfuro ammonico per mezzo del calore e si precipita con acido acetico; l'acido amidocuminico così ottenuto si mescola con gr. 60 del nitroacido, si tratta il miscuglio con eccesso (gr. 100) di idrato baritico cristallizzato per trasformare gli acidi in sali di bario, si dissecca a 120°, si mescola col doppio peso di idrato baritico secco e si distilla in storta metallica per porzioni di 50 grammi. La reazione procede più regolarmente che nel caso precedente, ma anche qui si deve scaldare con precauzione onde evitare delle perdite.

Il liquido distillato si tratta con acido cloridrico diluito e dalla soluzione acida si separa, per mezzo di idrato sodico, una base (gr. 20) che bolle verso 220° e che probabilmente è cumidina.

La parte insolubile nell'acido si distilla col vapor d'acqua, con che resta una resina nera e passa in notevole quantità dello scatol in laminette bianchissime che si condensano nel tubo del refrigerante; il distillato si tratta con acido cloridrico diluito, si precipita con acido picrico, si asciuga il picrato per esposizione all'aria o riscaldandolo verso 80°, si cristallizza dalla benzina e si distilla con ammoniaca. Lo scatol così ottenuto si fonde a 88° e in alcuni casi l'ho avuto fusibile direttamente a 90°; si purifica per cristallizzazione dall'acqua o dall'acqua alcoolica, con che il punto di fusione si eleva sino a 94°.

Da 100 grammi di acido nitrocuminico ottenni sino a 14 grammi di picrato grezzo.

Gr. 0,2133 di sostanza diedero gr. 0,6437 di CO_2 e gr. 0,1395 di H_2O.

Gr. 0,0715 di sostanza diedero gr. 0,0075 di azoto.

Cioè in 100 parti:

	Trovato	Calcolato per C_9H_9N
C	82,30	82,44
H	7,26	6,89
N	10,48 (1)	10,67

(1) Questa determinazione di azoto fu fatta nel 1880 sopra un campione allora preparato.

Nella reazione oltre allo scatol si formano tracce di indol, mentre non ho riscontrato la più piccola quantità di metilchetol; ma la quantità di indol è così piccola che soltanto dopo una serie di trattamenti potei ottenere la reazione rossa con acido nitroso. Invero filtrando il prodotto avuto nella distillazione con ammoniaca del picrato cristallizzato dalla benzina, la sostanza in pagliette bianchissime che resta sul filtro, che si fonde verso 90° e che è scatol quasi puro, dà colorazione rossa col legno di conifere, ma con acido nitroso non dà la reazione dell'indol; e così anche il liquido filtrato dà la reazione col legno, ma nello stato di diluizione nel quale si trova non dà la reazione rossa con acido nitroso. Per constatare in esso la presenza dell'indol ho operato in questo modo: ho neutralizzato con acido cloridrico diluito la quasi totalità dell'ammoniaca che si trova nel liquido, ho agitato con etere, ho distillato il solvente ed ho sciolto in tanta acqua che è necessaria ad ottenere una soluzione satura a freddo, la sostanza solida bianco giallastra, che l'etere avea trasportato. Dal liquido acquoso neutro una soluzione satura a freddo di acido picrico precipita un picrato rosso che distillato con ammoniaca fornisce dello scatol; le acque della distillazione dànno la reazione colorata col legno delle conifere, ma non quella dell'indol coll'acido nitroso. Aggiungendo però acido cloridrico diluito alle acque madri del picrato, precipita ancora dell'altro picrato, dal quale, per distillazione con ammoniaca, si ottiene scatol, ed il liquido dà con acido cloridrico e nitrito potassico manifesta reazione d'indol.

Lo scatol che io ho avuto per le mani mi ha sempre dato la colorazione rossa col legno di conifere umettato di acido cloridrico (1). Baeyer (2) assicura che lo scatol non presenta questa reazione, mentre che io, malgrado tutte le purificazioni alle quali l'abbia assoggettato, ho ottenuto sempre la cennata colorazione.

---

(1) Per fare questa reazione io mi servo abitualmente di *larice rosso nostrale*; l'abete o altra conifera corrisponderebbe egualmente allo scopo. Tengo per qualche momento il pezzettino di legno in acido cloridrico concentrato e poi lo introduco nel liquido (neutro o acido) che voglio saggiare: la reazione si suol manifestare tosto, e ancora più prontamente se si immergo nuovamente il legno nell'acido cloridrico.

(2) *Berliner Berichte*, XIII, 2340.

Nencki (1) dice che la separazione dello scatol dall'indol si può fare per cristallizzazione dall'acqua profittando della minore solubilità del primo: Brieger (2) la effettua sciogliendo la sostanza nell'alcool e precipitando con acqua; Baeyer (l. c.) distillando il miscuglio dei picrati con soluzione di soda discretamente concentrata decompone l'indol ed ottiene soltanto lo scatol.

Io presi un campione di scatol una volta cristallizzato, fusibile a 91°, che non dava la reazione dell'indol con acido nitroso ma colorava in rosso il legno di conifere; sciolto nell'alcool e riprecipitato con acqua si fonde a 92°,5 e dà la reazione col legno; ripetendo la stessa operazione si fonde a 93°,5 e dà sempre la reazione di sopra; distillato in seguito con una soluzione concentrata di idrato sodico (1 p. di soda e 2 p. di acqua) conserva la reazione: cristallizzato ancora dall'acqua alcoolica si fonde a 94° e dà tuttavia la colorazione rossa; cristallizzato finalmente ancora una volta dall'acqua, mantiene costante il suo punto di fusione a 94°, ma non ha perduto la proprietà di colorare in rosso il legno di conifere.

Un'altra esperienza ho ancora fatto per indagare se questa proprietà del mio scatol è dovuta a tracce di indol, ho cioè ricercato questo corpo nelle acque madri che mi servirono a cristallizzare tutto lo scatol da me ottenuto dalla distillazione con ammoniaca del picrato purificato dalla benzina; ho detto difatti precedentemente che in questa porzione di scatol si ottiene la colorazione del legno, ma non la reazione rossa con acido nitroso, mentre che nelle acque insieme ad esso distillate, col processo della precipitazione frazionata con acido picrico, potei arrivare a scoprire con certezza tracce d'indol. Ora dunque applicai questo metodo di precipitazione frazionata alle acque madri della cristallizzazione dello scatol. Esse, che hanno reazione neutra, furono trattate con eccesso di acido picrico ed il precipitato raccolto e lavato; le acque madri del picrato addizionate di acido cloridrico diluito ed il picrato separatosi raccolto anch'esso e lavato: distillando con ammoniaca queste ultime acque madri e le due porzioni di picrato, si ottennero in tutti e tre i casi distillati contenenti scatol, che coloravano in rosso il legno di conifere, ma in nessun caso si ebbe la reazione rossa con acido cloridrico

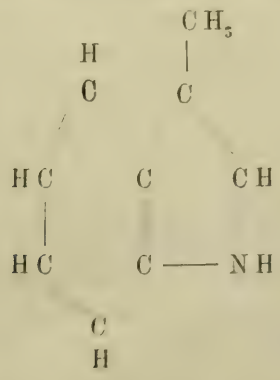
(1) *Journ. pr. Chem.*, 17,101.
(2) *Zeitschr. physiol. Chem.*, 4,414.

e nitrito potassico. È a credere pertanto che se quantità anche piccole d'indol fossero state nello scatol sottoposto alla cristallizzazione, esso si sarebbe accumulato nella seconda porzione di picrato, in quella cioè precipitata dall'acido cloridrico, o almeno nelle ultime acque madri, tanto da rendersi palese per mezzo dell'acido nitroso.

Io riesaminerò questa questione; per ora, in conseguenza delle esperienze descritte inclino a credere che lo scatol abbia per sè la proprietà di colorare in rosso il legno delle conifere umettato con acido cloridrico (1).

Lo scatol da me ottenuto non è affatto privo di odore; quando è grezzo ha qualche volta odore fecale, ma il carattere fecale di quest'odore si perde per la purificazione e viene sostituito da un odore caratteristico non molto intenso, che rammenta la naftilamina; quando è invece trasportato dai vapori d'acqua odora solamente pungente, tanto da irritare in modo insopportabile la mucosa del naso.

Da questo modo di formazione dello scatol si può dedurre una formola di costituzione molto probabile per questa sostanza; difatti, siccome l'acido cuminico contiene certamente l'isopropile e l'acido nitrocuminico ha il nitrogruppo al posto orto relativamente all'isopropile stesso, così la formola che meglio corrisponde al modo di formazione dello scatol è la seguente:



(1) Debbo alla cortesia del Prof. Giacosa un campione di scatol preparato dal cervello nel laboratorio del Prof. Nencki; si comporta precisamente come il mio verso il legno delle conifere.

Io credo invero molto più probabile che lo scatol contenga il gruppo imidico come l'indol e il metilchetol, che l'azoto terziario come la chinolina; ciò del resto mi propongo di dimostrare per mezzo del derivato acetilico, come mi propongo inoltre di mettere in evidenza la presenza del metile, cosa alla quale si deve forse arrivare per mezzo dei prodotti di ossidazione.

In conformità dunque a questo modo di vedere lo scatol va considerato come metilindol, nello stesso modo che come metilindol deve riguardarsi, in seguito alla nuova formola di Jackson, il metilchetol di Baeyer e Jackson.

Torino, Laboratorio di Chimica della R. Università,

12 Giugno.

Il Socio Prof. Alfonso Cossa, condeputato col Socio Professore Angelo Mosso ad esaminare un lavoro manoscritto del Prof. Icilio Guareschi: « **Ricerche sui derivati della Naftalina** », legge la seguente

RELAZIONE.

L'autore, premesse alcune considerazioni generali, divide la sua memoria in sei capitoli.

Nel capitolo I espone le ricerche da lui eseguite per separare le diverse bibromonaftaline che si formano per l'azione diretta del bromo sulla naftalina. Egli arrivò a separarne tre, delle quali egli descrive più dettagliatamente quelle che sono fusibili a 82° ed a 131°,4. In seguito l'autore dimostra che il tetrabromuro di Laurent corrisponde alla bibromonaftalina fusibile ad 82°, dalla quale si può ottenere direttamente, mentre essa non si produce con quella fusibile a 131°,4.

Nel capitolo II l'autore accenna che studiando l'azione dell'acido nitrico sulla bibromonaftalina fusibile ad 82°, è riuscito ad ottenere un acido bibromoftalico e l'acido nitrobromoftalico.

Nel capitolo III si descrive come per l' azione dell' acido cromico siasi ottenuto un *nuovo* bibromonaftachinone ed una bibromonaftalide. In seguito a questi risultati, e tenendo conto della trasformazione della bromonitronaftalina di Jolin in un derivato alfa-amidico, l'autore stabilisce definitivamente la costituzione della bibromonaftalina fusibile a 82°, la quale conterrebbe pertanto i due atomi di bromo nello stesso nucleo ed in quella posizione relativa, che i chimici contrassegnano colla denominazione: *para*.

Nel capitolo IV si tratta dell' azione di una molecola di bromo sulla alfanitrobromonaftalina, i cui derivati più importanti sono:

1) Una nuova mononitrobromonaftalina fusibile a 122°,5;

2) Una bibromonitronaftalina;

3° e 4°) Due tetrabromuri $C^{10}H^{7}NO^{2}.\ Br^{4}$, dei quali uno è fusibile a 130°,5 e l'altro a 171°-172°. — E importante il fatto osservato che il primo di questi due tetrabromuri, per l'azione del calore, si trasforma in parte in un isomero fusibile a 142-143°,5 e per l'ebollizione con alcool nell'altro isomero fusibile a 171°-172°.

Nel capitolo V l'autore descrive la nitrobromonaftalina, dimostrando che essa contiene il residuo NO^{2} nella posizione α, ed il bromo in una delle due posizioni β.

Nel VI ed ultimo capitolo si descrive la nuova amidobromonaftalina fusibile a 62°-64°, e la preparazione della base corrispondente alla nitrobromonaftalina di Jolin. Questa base fu ottenuta allo stato liquido e non si è potuto ancora stabilire se essa sia identica od appena isomera con quella di Rother.

Il lavoro del Prof. Icilio Guareschi è, a nostro parere, pregevolissimo per l'importanza delle questioni risolte, per la descrizione completa di sedici specie chimiche ben definite da lui nuovamente ottenute, per la chiarezza con cui sono descritte le esperienze eseguite, e per il rigore col quale ne sono interpretati i risultati.

Pertanto ne proponiamo la lettura e la inserzione nelle Memorie della nostra Accademia.

Alfonso Cossa, *Relatore.*

Angelo Mosso.

La Classe, udita la lettura del lavoro del Prof. Guareschi, ne approva la stampa nei volumi delle *Memorie.*

Il Socio Comm. Prof. G. Curioni presenta e legge il seguente lavoro del sig. Ing. Scipione Cappa, Assistente alla Cattedra di Meccanica ed Idraulica nella R. Scuola d'Applicazione per gli Ingegneri in Torino,

SULLA

TRASMISSIONE DEL MOVIMENTO

FRA DUE ASSI QUALUNQUE.

In questa memoria mi sono proposto di dimostrare un teorema di cinematica che si può stabilire relativamente alla trasmissione del movimento fra due assi qualunque e di farne in seguito una applicazione.

Premetto a questo scopo il seguente teorema di geometria:

Le perpendicolari abbassate dalle traccie di una retta che incontra due piani, sulla comune intersezione di questi piani, stanno fra loro in ragione inversa dei seni degli angoli fatti dalla retta rispettivamente coi due piani.

Sia infatti $I\,I$ (Fig. 1) l'intersezione di due piani $A\,I$, $B\,I$; siano M, N le traccie di una retta $M\,N$ su questi piani; α e β gli angoli che la retta $M\,N$ fa coi due piani $A\,I$, $B\,I$ medesimi e finalmente φ l'angolo dei due piani. Dal punto M si abbassi la $M\,H$ perpendicolare al piano $B\,I$ e si conduca la retta $N\,H$; l'angolo $M\,N\,H$ sarà l'angolo della retta $M\,N$ col piano $B\,I$, angolo che si è chiamato β. Dal punto H si abbassi la $H\,m$ normale alla $I\,I$ e si conduca la retta $M\,m$; questa retta $M\,m$ sarà normale essa pure alla $I\,I$. Invero se da un punto M si tirano ad un piano $B\,I$ la perpendicolare $M\,H$ ed un'obliqua $M\,m$, e se ne uniscono con una retta i piedi H ed m e per ultimo si conduce nel piano $B\,I$ la retta $m\,I$ perpendicolare alla retta $H\,m$, questa retta $m\,I$ risulta eziandio perpendicolare all'obliqua $M\,m$. Segue da ciò che l'angolo $M\,m\,H$ sarà uguale all'angolo dei due piani che si è chiamato φ.

Considerando ora i triangoli MHN, MHm, rettangoli in H si avranno le relazioni seguenti:

$$MH = MN \,.\, \text{sen}\,\beta \;,$$

$$MH = Mm \,.\, \text{sen}\,\varphi \;,$$

dalle quali eguaglianze deriva:

$$MN\,\text{sen}\,\beta = Mm \,.\, \text{sen}\,\varphi \;,$$

e quindi

$$Mm = \frac{MN \,.\, \text{sen}\,\beta}{\text{sen}\,\varphi} \;.$$

Analogamente si trova la lunghezza della perpendicolare Nn abbassata dal punto N sulla retta II e sarà:

$$Nn = \frac{MN \,.\, \text{sen}\,\alpha}{\text{sen}\,\varphi} \;.$$

Dividendo membro a membro queste due ultime equazioni si avrà:

$$\frac{Mm}{Nn} = \frac{\text{sen}\,\beta}{\text{sen}\,\alpha} \;,$$

che è appunto quanto si voleva dimostrare.

Ciò posto, veniamo a dimostrare il teorema di cinematica relativo alla trasmissione del movimento fra due assi qualunque e che enuncieremo in questi termini:

Se due sistemi di forma invariabile rotanti intorno ad assi aventi direzioni qualunque, si trasmettono il movimento direttamente, ovvero per mezzo di un tirante di lunghezza invariabile, le velocità angolari dei due sistemi sono in ragione inversa delle perpendicolari rispettivamente abbassate su ciaschedun asse dal punto rispettivo di incontro della retta d'azione col piano condotto per l'asse stesso parallelamente all'altro asse (1).

---

(1) Questo teorema si può considerare come la generalizzazione di quello relativo alla trasmissione del movimento fra due assi compiani: *Se due sistemi di forma invariabile rotanti intorno ad assi compiani si trasmettono*

Siano $a\,c$, $b\,d$ (Fig. 2) i due assi $a\,M$, $b\,N$ due braccia rispettivamente normali ai due assi, ed $M\,N$ un tirante che unisca le estremità delle due braccia. Sia $I\,I$ la comune intersezione dei piani $A\,I$, $B\,I$ determinati da ciaschedun asse e dal rispettivo braccio; C il punto in cui il tirante $M\,N$ incontra il piano che si può immaginare condotto per l'asse $a\,c$ parallelamente all'altro asse $b\,d$ e D il punto di incontro dello stesso tirante col piano condotto per l'asse $b\,d$ parallelamente all'altro asse $a\,c$. Siano ancora α e β gli angoli fatti dal tirante rispettivamente coi piani $A\,I$, $B\,I$ e γ l'angolo che misura l'inclinazione dello stesso tirante rispetto ai due piani condotti per ciaschedun asse parallelamente all'altro, piani che necessariamente risulteranno paralleli fra di loro.

Dai punti M ed N si abbassino sulla retta $I\,I$ le perpendicolari $M\,m$, $N\,n$, dal punto C si conduca la $C\,c$ normale all'asse $a\,c$ e dal punto D la $D\,d$ normale all'asse $b\,d$.

Tendendo le estremità M, N del tirante $M\,N$ a descrivere due archetti normali ai piani $A\,I$, $B\,I$, la retta $I\,I$, intersezione di questi due piani, sarà l'asse di istantanea rotazione del tirante medesimo. Siano $d\,\varphi$, $d\,\psi$, $d\,\theta$ gli angoli elementari descritti contemporaneamente dai sistemi rotanti intorno agli assi $a\,c$, $b\,d$ e dal tirante intorno all'asse d'istantanea rotazione $I\,I$. Lo spazietto descritto dall'estremità M del tirante si può esprimere in due modi, secondochè si considera il punto M siccome rotante intorno all'asse $a\,c$, ovvero intorno ad $I\,I$. Le due espressioni dello spazietto medesimo sono:

$$M\,a\,.\,d\,\varphi\ , \qquad\qquad M\,m\,.\,d\,\theta\ ,$$

e dall'eguaglianza di queste due espressioni si avrà l'equazione:

$$M\,a\,.\,d\,\varphi = M\,m\,.\,d\,\theta\ .$$

Analogamente considerando l'estremità N del tirante si avrà quest'altra equazione:

$$N\,b\,.\,d\,\psi = N\,n\,.\,d\,\theta\ .$$

---

il movimento direttamente o per mezzo di un tirante di lunghezza invariabile, le velocità angolari dei due sistemi sono in ragione inversa delle distanze degli assi dal punto di incontro della retta di azione col piano degli assi medesimi.

Dalle equazioni scritte si ricava:

$$\frac{d\varphi}{d\psi} = \frac{Mm}{Nn}\,\frac{Nb}{Ma}\,.$$

ossia, dette ω_1 ed ω_2 le velocità angolari dei due sistemi rotanti:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Mm}{Nn}\,\frac{Nb}{Ma}\,,$$

vale a dire, che le velocità angolari dei due bracci stanno come le distanze degli estremi del tirante dalla retta II divise pei raggi dei circoli descritti da queste due estremità medesime (1). Ora pel teorema di geometria citato si ha:

$$\frac{Mm}{Nn} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha}\,,$$

sarà quindi

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Nb\,.\operatorname{sen}\beta}{Ma\,.\operatorname{sen}\alpha}\,.$$

Siccome poi l'asse ac è l'intersezione del piano AI col piano condotto per lo stesso asse ac parallelamente all'altro bd, ed i punti M, C sono le traccie del tirante MN sui due piani medesimi, così in virtù sempre del citato teorema sussisterà la relazione:

$$\frac{Ma}{Cc} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{\operatorname{sen}\alpha}\,.$$

Considerando l'asse bd si avrà la relazione analoga

$$\frac{Nb}{Dd} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{\operatorname{sen}\beta}\,.$$

Dividendo membro a membro queste due eguaglianze si ricava:

$$\frac{Ma}{Nb}\cdot\frac{Dd}{Cc} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha}\,,$$

(1) Questa proposizione trovasi pure accennata in una nota, del *Trattato di Cinematica applicata alle arti*, del Giulio.

ossia:

$$\frac{N b \operatorname{sen} \beta}{M a \operatorname{sen} \alpha} = \frac{D d}{C c},$$

e sostituendo nell'espressione ultima di $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ si ha:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D d}{C c},$$

che è quanto si voleva dimostrare.

Da questo teorema si può dedurre il seguente corollario relativo alla trasmissione di movimento fra due assi qualunque con ragione equabile delle velocità.

Affinchè la trasmissione di movimento fra i due assi a c, b d (Fig. 3) *si faccia con ragione equabile delle velocità, è necessario e sufficiente che le lunghezze delle perpendicolari* C *c*, D *d abbassate su ciaschedun asse dai punti rispettivi di incontro* C, D *della retta d'azione coi piani c a h, d b k condotti per ciaschedun asse parallelamente all'altro, siano costantemente fra loro nella ragione reciproca di quella voluta delle velocità angolari.*

Osserveremo, che nel caso in cui i due assi siano paralleli o concorrenti, il luogo geometrico di tutti i punti in cui la retta d'azione può incontrare il piano dei due assi, mantenendo soddisfatta la condizione di equabilità, è la linea retta che si assume per generatrice dei così detti cilindri primitivi o coni primitivi.

Il teorema di cinematica che si dimostrò, si può ancora esprimere in un altro modo.

Ricordiamo perciò due altre proposizioni di geometria.

1° *L'angolo di due rette aventi direzioni qualunque, è uguale all'angolo fatto da una delle due rette col piano passante per l'altra retta e per la perpendicolare comune alle due rette date.*

Siano infatti $A H$, $B K$ (Fig. 4) due rette qualunque ed $H K$ la loro perpendicolare comune. Condotta la $K C$ parallela alla $A H$, il piano $B K C$ sarà perpendicolare alla $H K$, il piano $A H K C$ sarà perpendicolare al piano $B K C$ e viceversa, quindi l'angolo $B K C$ che è uguale all'angolo delle due rette $A H$, $B K$ è eziandio la misura dell'angolo che la $B K$ fa col piano $A H K C$.

2° *Se da un punto preso fuori di un piano si tira una retta qualunque che incontri questo piano e dalla traccia di questa retta si abbassa una perpendicolare su di un'altra retta giacente nel piano, la lunghezza di questa perpendicolare e la minima distanza fra la retta che incontra il piano e quella che giace nel piano, stanno fra loro in ragione inversa dei seni degli angoli che la prima retta fa col piano e colla retta giacente nel piano.*

La dimostrazione di questa proposizione si fonda sul teorema citato fin da principio. Sia infatti M la traccia di una retta PM sopra di un piano HK (Fig. 5), Ma la normale alla retta ap giacente nel piano HK e Pp la perpendicolare comune alle due rette PM, ap. Sia α l'angolo della retta PM col piano HK ed A l'angolo della stessa retta PM colla ap, e che in virtù della proposizione 1ª è uguale all'angolo fatto dalla PM col piano che si può immaginare passante per le rette ap, Pp. Essendo i punti P, M le traccie della retta PM sul piano ora immaginato e sul piano HK, in virtù del teorema citato in principio si avrà:

$$\frac{Ma}{Pp} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} \alpha}.$$

Ciò premesso potremo enunciare il teorema di cinematica nel seguente modo.

Le velocità angolari dei due sistemi rotanti sono fra loro in ragione inversa dei prodotti delle minime distanze della linea d'azione dagli assi pei seni dei rispettivi angoli fatti da questa linea d'azione cogli assi stessi.

Noi abbiamo infatti trovata l'espressione (Fig. 2):

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{Nb \operatorname{sen} \beta}{Ma \operatorname{sen} \alpha},$$

e, se A e B sono gli angoli fatti dal tirante cogli assi, ed m, n le minime distanze del tirante dagli assi stessi, in virtù delle proposizioni di geometria precedenti sussisteranno le relazioni:

$$\frac{Ma}{m} = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} \alpha},$$

$$\frac{Nb}{n} = \frac{\operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} \beta}.$$

dalle quali si ricava:

$$M a \operatorname{sen} \alpha = m \,.\, \operatorname{sen} A \;.$$

$$N b \operatorname{sen} \beta = n \,.\, \operatorname{sen} B \;.$$

quindi, sostituendo nell'espressione del rapporto delle velocità angolari si ha:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n \,.\, \operatorname{sen} B}{m \,.\, \operatorname{sen} A} \;.$$

come si è enunciato.

Pel caso particolare in cui la retta d'azione giace in un piano parallelo ai due assi, la nuova espressione del teorema di cinematica è più utile della prima, essendochè con quella non si potrebbe determinare il valore del rapporto delle velocità angolari dei sistemi rotanti.

Siano $a\,c$, $b\,d$ (Fig. 6) i due assi, $M\,O\,N$ un piano parallelo ai due assi e quindi normale alla retta $a\,b$ comune perpendicolare ai due assi stessi, sia $M\,N$ il tirante giacente nel piano $M\,O\,N$; A, B gli angoli fatti dal tirante colle parallele $O\,M$, $O\,N$ agli assi ed m, n le minime distanze del tirante dagli assi, le quali distanze saranno uguali alle lunghezze dei segmenti $a\,O$, $O\,b$, si avrà:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n \,.\, \operatorname{sen} B}{m \,.\, \operatorname{sen} A} \;.$$

Se il tirante sarà parallelo alla comune normale ai due assi, si avrà:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n}{m} \;.$$

e se inoltre i piani determinati da ciaschedun braccio col rispettivo asse saranno paralleli fra di loro, le velocità angolari dei bracci stessi saranno in ragione inversa delle loro lunghezze.

Applicheremo ora il teorema di cinematica che si è dimostrato al caso di due circoli che giacciono in piani differenti e si conducono per mutua aderenza.

Immaginiamo che all'asse $a\,c$ (Fig. 6) sia solidario un circolo di raggio $a\,O$, ed all'asse $b\,d$ un circolo di raggio $O\,b$; e sia l'asse $a\,c$ quello che appartiene al sistema conduttore. Supponiamo poi che l'aderenza faccia per la trasmissione del movi-

mento l'uffizio che farebbe un tirante, il quale passando pel punto O di contatto dei due circoli, giacesse nel piano MON ed avesse la direzione del moto del sistema condotto, cioè direzione normale ad ON. In tale ipotesi l'angolo B vale 90° e l'angolo A è complemento dell'angolo fatto dai due assi, angolo che diremo ε.

Sarà pertanto

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m \operatorname{sen} A}{n} .$$

ossia:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m}{n} \cos \varepsilon .$$

Se i due assi sono paralleli si ha $\varepsilon = O$, epperò

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m}{n} .$$

ed i due circoli si conducono per contatto di sviluppo.

Se i due assi sono fra loro normali si ha $\varepsilon = 90°$ ed in tal caso si trova:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 0 ,$$

ossia non ha luogo comunicazione di movimento come era facile prevedere.

Se finalmente il circolo conduttore ha un raggio, metà del raggio del circolo condotto ed i piani dei due circoli fanno tra loro un angolo di 60° sarà:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{4} ,$$

cioè, mentre il circolo conduttore farà quattro giri, il circolo condotto ne farà soltanto uno.

Giova notare la circostanza che in queste trasmissioni di movimento per aderenza, onde stabilire il rapporto delle velocità dei due sistemi, non basta conoscere i raggi dei circoli e l'angolo fatto dai loro piani, ma fa duopo eziandio sapere quale dei due sistemi sia il conduttore e quale il condotto.

Fig. 1

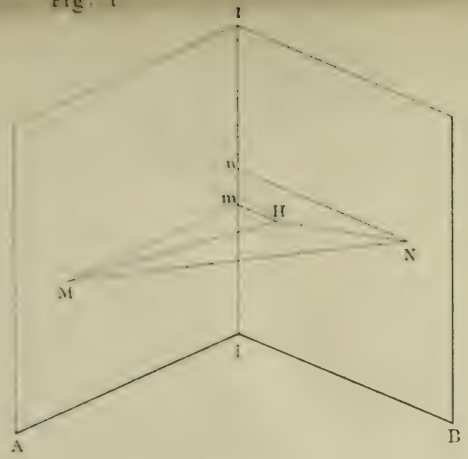


Fig. 2

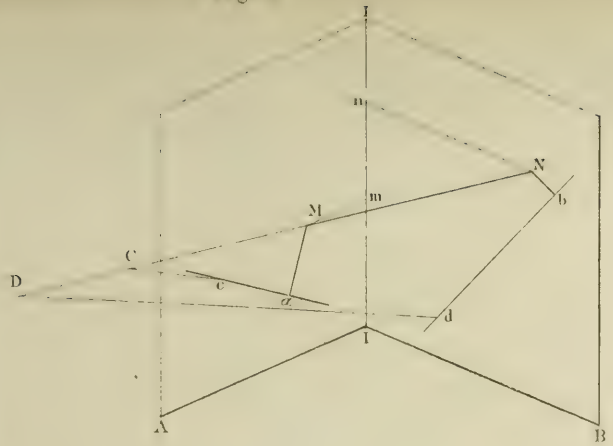


Fig. 3

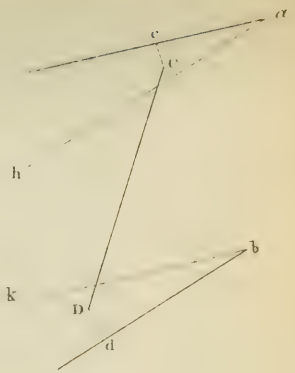


Fig. 4

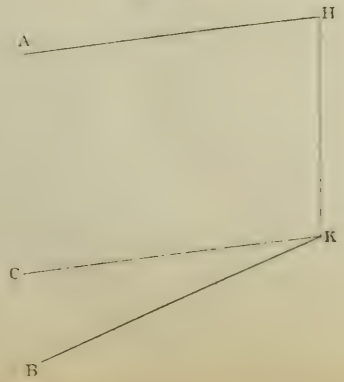


Fig. 5

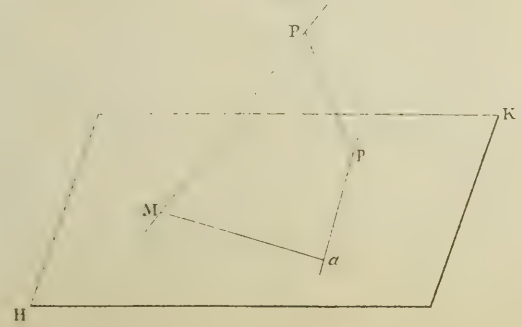
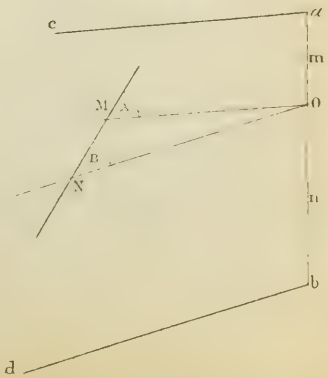


Fig. 6



Il Socio Comm. Prof. M. Lessona legge la seguente sua

COMMEMORAZIONE

DI

EMILIO CORNALIA.

Il Conte Vittore Trevisan, addì 22 Giugno 1882, faceva una Commemorazione di Emilio Cornalia, morto quattordici giorni prima, all'Accademia fisio-medica-statistica di Milano di cui è presidente e di cui il Cornalia era membro.

Il Conte Trevisan diceva in quella commemorazione che l'opera di Emilio Cornalia si può compendiare in queste parole: *consacrò tutta intera la vita allo studio.* Queste parole sono un elogio grande, che non si può fare sovente oggi, e che dal Cornalia fu veramente meritato.

Nel passato non sarebbe venuto in mente a chi stesse per fare la biografia di uno scienziato. di dire che quello scienziato aveva consacrata tutta intera la vita allo studio. Anche quando avesse voluto, lo scienziato allora non avrebbe potuto guari fare altrimenti.

Oggi non è più così. L'uomo che è riuscito ad acquistarsi una riputazione col sapere si può abbandonare a ogni desiderio più ambizioso.

Si potrebbe domandare se sia un bene o un male questo volgersi che fanno oggi in Italia tanto frequentemente gli scienziati alla politica e alla amministrazione.

Non sarebbe difficile dimostrare che c'è in ciò, come in ogni cosa umana, del bene e del male, ma non sarebbe facile in pari modo dire quanto di bene e quanto di male ci sia.

Certo è, che se la politica e l'amministrazione ci possono guadagnare, la scienza ci perde. Perciò, chi ha la scienza a cuore ammira e loda quello scienziato che sta costantemente nello studio e non si lascia deviare da nessuna altra attrattiva, e l'elogio del

Conte Trevisan al Cornalia ha quindi un grande valore ed è veramente meritato.

Per oltre a trent'anni i naturalisti di tutto il mondo che passavano per Milano, e i naturalisti italiani che ci andavano di proposito per ragion di studio in quel ricco Museo di storia naturale, erano certi sempre a ogni ora del giorno di trovarvi il Cornalia. Lo trovavano al lavoro, ma pronto a lasciar tutto per dar loro schiarimenti e ragguagli, per mettere a loro disposizione i materiali, i libri, i disegni del museo.

Il museo civico di storia naturale di Milano è tale che il naturalista si compiace nel trattenervisi pel ricco materiale che possiede. Ma il naturalista italiano si compiace nel trattenervisi anche per un'altra ragione. Quel Museo nacque per opera di due benemeriti, il De Cristoforis e il Jan, che volsero tutto il loro ingegno, il primo anche tutte le sue ricchezze, a crearlo; e nacque nel miglior terreno per un pronto e grandioso sviluppo. I cittadini di Milano, i cittadini opulenti che non son rari in quella degna città, fra i vari modi coi quali facevano una opposizione costante, tenace, implacabile, al Governo straniero, avevano questo nobilissimo, di associarsi per tutte quelle cose che potessero riuscire vantaggiose alla città, spendendo somme enormi in pro di ogni progresso della istruzione popolare, delle scienze, delle industrie, delle arti, di ogni ramo dello incivilimento.

L'opera privata del De Cristoforis e del Jan, divenuta opera municipale, fece in così breve tempo un così grande progresso, quale nessun somigliante istituto aveva in pari tempo fatto mai sotto nessun Governo, e ciò solo coi fondi del Municipio e dei cittadini. In quello istituto si esercitarono uomini di immenso valore, in quell'istituto il Cornalia, perduto il posto di Pavia per aver preso parte alle cinque giornate, fu accolto e rimase tutta la vita.

Emilio Cornalia fu figlio del Barone Francesco Cornalia e di Luigia Kramer, e nacque a Milano addì 25 Agosto 1824. Il Barone Francesco Cornalia durante il primo regno d'Italia era stato prefetto del Tronto e del Serio; Luigia Kramer era sorella di Antonio Kramer, chimico sommamente benemerito, cui la città di Milano va debitrice, fra tante altre cose, della Società d'incoraggiamento di arti e mestieri.

L'ambiente in cui nacque e passò la fanciullezza fu sommamente giovevole allo sviluppo delle facoltà intellettuali di Emilio

Cornalia. L'insegnamento elementare e secondario si faceva fin d'allora in Milano assai bene, e nella famiglia il Cornalia trovava ogni ammaestramento migliore e meglio impartito. Egli raccontava più tardi come negli anni della fanciullezza si fosse tanto innamorato degli studi della geografia che passava tutto il tempo che poteva aver libero nel far carte geografiche.

Il Barone Cornalia voleva che suo figlio studiasse giurisprudenza, e in tale intendimento lo mandò, nel principio dell'anno scolastico 1842-43, all'Università di Pavia. Là invero l'Emilio imprese quello studio, ma in breve sentì che proprio non ci avrebbe potuto reggere e disse francamente la cosa a suo padre, il quale acconsentì a che egli mutasse e imprendesse il corso di medicina.

Non è che il Cornalia si fosse proprio invogliato della medicina, ma egli si sentiva attratto dalle scienze naturali e trovava nel corso di medicina molti insegnamenti che erano appunto quelli che desiderava.

Quegli anni di Pavia furono pel Cornalia interamente e intensamente consacrati allo studio. Tutte le ore che non passava in iscuola le passava al lavoro, privandosi sovente del sonno per aver maggior tempo a studiare. Si era incontrato con un giovane che anelava allo studio al pari di lui, che aveva con lui qualche punto di contatto anche pel carattere e pel sentimento, e con cui, siccome stavano a dozzina presso la stessa famiglia, passava nello studio assiduo, nel breve riposo, e negli scarsi divertimenti, tutto quanto il suo tempo. Quel giovane era Francesco Brioschi.

La prima pubblicazione del Cornalia fu fatta da lui appunto in quegli anni di Pavia, e mentre era ancora studente, ed ebbe per argomento i progressi della geologia nel nostro secolo. A quella tenne dietro una dissertazione inaugurale comprendente notizie geo-mineralogiche sopra alcune valli meridionali del Tirolo. Nel primo lavoro egli aveva dato prova di criterio e di coltura scientifica, nel secondo diede prova di attitudine alla osservazione. L'uno e l'altro lavoro destarono meraviglia pel merito intrinseco che si accresceva grandemente dalla giovanissima età dell'autore.

La stima dei professori pel giovane e già tanto segnalato studente si manifestò colla nomina che egli ebbe, prima ancora della laurea, ad assistente a quella Cattedra di storia naturale. Ma egli durò poco in quel posto. Nominato nel 1847, accorse in Milano nel 1848 a far la sua parte nelle cinque giornate,

e gli austriaci al loro ritorno lo lasciarono fuori e allora, come ho già detto sopra, egli incominciò a lavorare in quel museo civico di storia naturale in cui doveva passare tutta la vita.

Il viaggiatore Gaetano Osculati, rimasto quattro anni in America, aveva portato appunto allora al museo civico di Milano una buona messe di prodotti naturali di quella contrada, e il Cornalia prese a studiare i vertebrati di quel viaggio, e fece subito ottima prova nel campo della zoologia. Trovò parecchie specie nuove che descrisse diligentemente, e incominciò a rivelarsi fin d'allora, come poi si dimostrò sempre, valentissimo nella sistematica, sia pel suo padroneggiar l'arte, in apparenza tanto facile, in realtà tanto difficile, del ben descrivere, sia per la sua maestria nel disegnare.

Nell'anno 1851 il Cornalia fu nominato Direttore aggiunto del Museo civico di storia naturale di Milano, e rimase in tale qualità fino al 1866. Il Direttore titolare era il Jan; ma il Jan si era fin d'allora raccolto tutto intorno allo studio dei rettili, continuando poi così fino al termine della lunga sua vita, e lasciando al Cornalia effettivamente l'ufficio vero di direttore.

Sia per compiere degnamente questo ufficio, il quale richiede buone cognizioni intorno ai vari rami della scienza, sia perchè la sua natura lo portava a ciò, egli prese subito a occuparsi di diversi studi, di fossili, insetti, uccelli, minerali, in ogni suo studio rivelando qualche cosa di nuovo, e sovente anche d'importante, sia nel campo della scienza pura, come in quello delle sue applicazioni.

La nota degli scritti del Cornalia, che il Conte Trevisan pose in fine alla sua Commemorazione e che io qui pure riferisco, fa vedere quanto fosse grande e in pari tempo varia la sua operosità allora, come fu poi in tutto il rimanente della sua vita.

La grandiosa *Monografia del Bombice del gelso*, pubblicata nelle Memorie dell'Istituto Lombardo nel 1856, pose il Cornalia a paro coi primi zoologi del suo tempo, e mostrò la vastità delle sue cognizioni di anatomia e di fisiologia e il suo grande valore nel disegno.

In quel tempo egli faceva ogni anno, e anche più di una volta nell'anno, una gita ora a Genova ora a Venezia, e una dimora più o meno lunga sul litorale per studi di zoologia marina, e la sua Memoria sulle branchie transitorie dei plagiostomi, e altre sui crostacei inferiori, dimostrano quale fosse il frutto di quelle gite.

In Lombardia s'era proposto di fare un ampio studio sugli invertebrati al disotto degli insetti e un ampio studio sui mammiferi fossili. Quest'ultimo riuscì a compiere meglio del primo, ma anche in quello raccolse molti materiali e fece pubblicazioni.

La sua monografia del bombice del gelso, dove già c'era un capitolo di patologia, lo spinse a studiare poi meglio quelle malattie che minacciando la esistenza di questo insetto minacciano una grande sorgente di ricchezza della industria agricola, e lo condusse alla scoperta di quei corpuscoli che il Pasteur volle fossero nominati corpuscoli del Cornalia, e che diedero modo di discernere il mal seme dal buono, con immenso vantaggio della bachicoltura.

Per questi suoi lavori principalmente il Cornalia fu fatto corrispondente dell'Accademia di Parigi, e ciò avvenne nell'anno 1869. Ma il signor Milne Edwards ebbe cura di dire che l'eminente scienziato aveva anche come zoologo titoli non meno considerevoli all'alta stima di quella Accademia.

Un quesito fattogli dal Tribunale criminale di Milano, nell'anno 1862, condusse il Cornalia a studiare diligentemente la cantaride comparativamente a molti insetti ad essa più affini, e l'anno seguente egli pubblicò in proposito un rimarchevole lavoro.

Morto il Jan, nell'anno 1866, il Cornalia fu fatto officialmente Direttore del Museo civico di storia naturale di Milano, ma ciò non mutò nulla allo stato delle cose, secondo quello che ho già detto precedentemente.

Nell'inverno dell'anno 1873-74 il Cornalia fece un viaggio in Egitto, che diede luogo a pubblicazioni susseguenti, sia immediatamente, sia più tardi. La sua salute allora incominciava ad alterarsi, e lo costringeva a passare regolarmente in Liguria i mesi più freddi dell'anno. Ma non si rallentava la sua operosità, e io torno ad invocare in prova la lista delle sue pubblicazioni.

La malattia che lo travagliava era una malattia di cuore, la quale, a malgrado di ogni miglior cura, andava progredendo, con soste più o meno lunghe, interrotte da più o meno forti aggravamenti.

Egli si doleva soprattutto di non poter più dare opera assiduamente come prima allo insegnamento, opera che gli era sempre riuscita gradita, e cui compieva con coscienza pari al valore.

Il giorno 25 del mese di Maggio dello scorso anno 1882 il Cornalia parlava all'Istituto Lombardo delle tombe dei Faraoni

recentemente scoperte presso Tebe e dello stato meraviglioso di conservazione di foglie e di fiori trovati in quelle tombe. Il giorno 3 di Giugno andava ancora al Museo, il giorno 4 veniva fuori sulla *Illustrazione Italiana* un suo articolo sulla ricchissima collezione ornitologica del Conte Turati. Il giorno 8 egli moriva; la malattia del cuore si era complicata di una polmonite, che lo tolse di vita.

Ho parlato ripetutamente della grande operosità del Cornalia e del suo grande amore per lo studio, che lo tenne tutta quanta la vita e lo distolse da ogni altro allettamento. Soggiungerò ora che egli amò di tanto affetto la sua nativa Milano e quel Museo di storia naturale, che non volle staccarsene mai, per quante offerte, e furono parecchie e lusinghiere, gli fossero fatte. Amò i suoi amici affettuosissimamente, e di un affetto veramente fraterno il De Filippi e il Panceri; amò ed ebbe compagno diletto di studi il Bellotti. Fu amato da quanti ebbero la ventura di conoscerlo. Il suo ingegno fu grande, ma non furono meno grandi la sua bontà e la sua virtù; dell'ingegno rimangono le orme evidenti, delle virtù rimane la memoria feconda di bene.

SCRITTI

PUBBLICATI

da EMILIO CORNALIA

Sui progressi della geologia nel secolo XIX. Pavia, tip. Bizzoni, 1847, in-8°.

Notizie geo-mineralogiche sopra alcune valli meridionali del Tirolo. Milano, tip. Guglielmini, febbraio, 1848, in-4°, con tre tavole.

Note sull'oro dei fiumi equatoriali d'America. Negli *Annali universali di statistica, economia pubblica, geografia, storia, viaggi e commercio,* compilati da Francesco Lampato, Serie II, vol. XVIII, pag. 102. Milano, 1848.

Vertebratorum synopsis in Museo Mediolanense extantium quae per Novam Orbem Cajetanus Osculati collegit annis 1846-47-48, *speciebum novis vel minus cognitis adiectis nec non descriptionibus atque iconibus illustratis.* Moetiae, typ. Corbetta, 1849, in-4°, con una tavola.

Su alcune caverne ossifere dei monti del lago di Como. Memoria inserita nei *Nuovi Annali delle Scienze Naturali di Bologna,* fascicoli di gennaio e febbraio, 1850, con una tavola ristampata a Como, tip. Ostinelli, 1825, in-8°.

Sul movimento cigliare. Confutazione ad una nota del signor Mefzer *Sur la cause probable du mouvement ciliaire.* Nella *Gazzetta Medica* del 1849.

Cenni geologici sull'Istria (in collaborazione con Luigi Chiozza), letti al Reale Istituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti nell'adunanza del 9 gennaio 1851 ed inseriti nel *Giornale* di esso Istituto, Tomo III, pag. 18, con 3 tavole.

Note sur une nouvelle espèce du genre Euchlornis. Nella *Revue et Magasin de Zoologie*, N. 3. Paris, in-8°, con una tavola.

Notizie zoologiche sul Pachypleura Edwarsii. Memoria letta al Reale Istituto Lombardo nell'adunanza del 6 aprile 1854 ed inserita nel *Giornale* di esso Istituto, Tomo VI, con 2 tavole.

Il regno minerale elementarmente esposto. Milano, tip. Bernardoni, 1854, in-8°, con 6 tavole. Seconda edizione con aggiunte e note di Camillo Marinoni. Milano, tip. Treves, 1871, in-16°, con 89 incisioni e una tavola colorata.

Prelezione al Corso di Mammologia data al civico Museo di Milano. Nel *Crepuscolo* del 1854.

Traduzione con note della Geologia applicata *dei signori Genta e d'Orbigny.* Milano, 1854, 1 vol. in-8°.

L'Eria o il bruco del Ricino (Saturnia cynthia, *Drury) ne' suoi rapporti scientifici ed industriali.* Memoria letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 14 dicembre 1854, ed inserita nel *Giornale* di esso Istituto, Tomo VI, con 2 tavole.

Sur le Bombyx du Ricin. Lettre à M. Isidore Géoffroy de Saint-Hilaire, président de la Société Impériale d'acclimatation. Paris, 1855, opuscolo in-8°.

Monografia sul Bombice del Gelso (Bombyx mori, *Linneo).* Memoria coronata dal premio Fermo Secco Comneno dal R. Istituto Lombardo, ed inserita nelle *Memorie* di esso Istituto. Vol. VI, 1856, pag. 3 a 387, con 15 tavole.

La Natura rappresentata e descritta. Milano, tip. Salvi, 1856, con 2 tavole.

Sulle branchie transitorie dei feti plagiostomi. « Ricordi di Nizza (estate 1856) ». Memoria letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 4 dicembre 1836 e inserita nel *Giornale* di esso Istituto. Tomo IX, con 3 tavole.

Rapporto sull'annata bacologica del 1856. Letto al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 16 aprile 1857, ed inserita nel *Giornale* di esso Istituto. Tomo IX, pag. 292.

Osservazioni zoologico-anatomiche sopra un nuovo genere di crostacei ispodi sedentari (Gyge branchialis) in collaborazione con Paolo Panceri. Inserite nelle *Memorie* della Regia Accademia delle Scienze di Torino, Serie II, Tomo XIX, 1858, con 2 tavole.

Fossili di Lesse in Val Seriana. Memoria presentata alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 29 aprile 1858 ed inserita negli di *Atti* essa Società. Vol. I, pag. 60.

Sur les vers à soie. Lettre à M. Géoffroy de Saint-Hilaire. Paris, 1858, opuscolo in-8°.

Mammifères fossiles de Lombardie. Milan, 1858-1871, vol. I, in-8°, con 28 tavole.

Programma di studi proposti alla Società Italiana di Scienze naturali, presentato nella seduta del 25 gennaio 1859 ed inserito negli *Atti* di essa Società. Vol. I, pag. 70.

Illustrazione della Mummia peruviana esistente nel civico Museo di Milano, letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 21 aprile ed inserita negli *Atti* di esso Istituto. Vol. II, in-4°, con una tavola.

Commemorazione del Socio Torquato Canetta, letta alla Società, Italiana di Scienze naturali nella seduta del 29 agosto 1859 ed inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. I, p. 346.

Sopra una nuova specie di crostacei sifonostomi (Gyropeltis doradis). Nelle *Memorie* del R. Istituto Lombardo. Vol. VIII, luglio 1860, con una tavola.

Bacologia. Appendice nel giornale *la Perseveranza* di Milano del 16 luglio 1860, N. 236.

Sulla vita e sulle opere di Abramo Massalongo. Cenni letti alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta 22 luglio 1860 ed inseriti negli *Atti* di essa Società. Vol. II, pag. 188.

Sui caratteri che presenta il seme sano dei bachi da seta, e come questo si possa distinguere dal seme infetto. Memoria letta alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 26 agosto 1860 e inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. II, pag. 235, con una tavola

Sulla malattia dei gamberi. Comunicazione alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 25 novembre 1860 ed inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. II, pag. 334.

Il bruco dell'Ailanto. Due appendici nella *Perseveranza* del 1861.

Sull'allevamento dei bachi da seta dell'Ailanto. Comunicazione alla Società Italiana di Scienze naturali, nella seduta del 30 giugno 1861 e inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. III, pag. 352.

Sul concorso al premio straordinario governativo intorno alla malattia dominante nei bachi da seta. Rapporto di Commissione al R. Istituto Lombardo, letto ed approvato nell'adunanza del 22 luglio 1861 ed inserito negli *Atti* di esso Istituto. Vol. III, pag. 44.

Rapporto della Commissione d'agricoltura della Società d'incoraggiamento sulla campagna bacologica del 1861. Milano, tip. Bernardoni, 1862, in-8°.

Tentativi di allevamento della Saturnia hesperus *e della* Saturnia Ya-ma-mai. Comunicazione alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 26 luglio 1863, inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. V, pag. 275.

Rapporto della Commissione d'agricoltura della Società d'incoraggiamento sulla campagna bacologica del 1862. Milano, tip. Bernardoni, 1864, in-8°.

Sull'origine e sullo sviluppo della Società Italiana di Scienze naturali. Relazione presentata alla riunione straordinaria a Biella nella seduta del 5 settembre 1864 ed inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. VII, pag. 81.

Di una terramara recentemente trovata a Salso Maggiore e di alcune ossa dei sepolcri etruschi. Memoria presentata alla riunione straordinaria a Biella nella seduta del 5 settembre 1864 ed inserita negli *Atti* della Società Italiana di Scienze naturali. Vol. VII, pag. 208.

Sopra due saggi di farina rinviati per esame dalla Giunta Municipale di Milano. Rapporto di Commissione letto al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 29 dicembre 1864 ed inserito nei *Rendiconti* della Classe di Scienze matematiche e naturali di esso Istituto. Vol. I, fasc. X.

Sopra i caratteri microscopici offerti dalle cantaridi e da altri coleotteri facili a confondersi con esse. Studi di Zoologia legale, inseriti nelle *Memorie* della Società Italiana di Scienze naturali. Tom. I, N. 10. Milano, 1865, in-4°, con 4 tavole.

Descrizione di una nuova specie del genere Felis (Felis jacobita) presentata alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 4 settembre 1864 ed inserita nelle *Memorie* di essa Società. Tom. I, N. 1. Milano, 1864, in-4°, con una tavola.

Del bruco del Lentisco (Lasiocampa Otus). Memoria letta alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 26 marzo 1865 ed inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. VIII, pag. 186, tav. 1.

Sull'elefante di Jeffe. Appendice nella *Perseveranza* del 1865.

Le palafitte e stazioni lacustri del lago di Varese. Nella *Perseveranza* del 1865.

Sulla Lophoura Edwardsii *di Kölliker.* Osservazioni zoologiche ed anatomiche presentate alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 28 gennaio 1866 ed inserite negli *Atti* di essa Società. Vol. IX, pag. 259, tav. 1.

Relazione dell'annata bacologica del 1865 *con l'appendice di una lettera del Prof. A. Galanti.* Milano, tip. Bernardoni, 1866, in-8°.

Inaugurandosi solennemente nel palazzo del Museo Civico il busto di Giorgio Jan. Commemorazione letta il giorno 11 giugno 1867. Milano, tip. Pirola, in-8°.

Sopra due casi di albinismo negli uccelli. Memoria letta alla Società Italiana delle Scienze naturali nella seduta 29 dicembre 1867 ed inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. X, pag. 449.

Gli Axolots *del Museo Civico di Milano.* Nota letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del maggio 1868 ed inserita nei *Rendiconti* di esso Istituto. Serie II, fasc. IX.

Festa bacologica. Nel giornale *La Perseveranza* del 20 luglio 1868, N. 3128.

Sopra gli insetti che devastano i campi della Lombardia. Rapporto al R. Istituto Lombardo. Milano, 1868.

La Pebrina, osservazioni e studi di Carlo Bassi. Nella *Perseveranza* del 12 maggio 1868.

Dei giardini zoologici. Nel *Politecnico* del 1868.

Sur la méthode proposée pour régénérer les races des vers à soie. Lettre à M. Pasteur. Nei *Comptes rendus* des séances de l'Académie des Sciences (Institut de France). Tome LXVIII, séance du 15 mars 1869.

Sulla malattia dei bachi da seta. Corrispondenza tra il Professore Cornalia ed il sig. Pasteur. Nell'*Italia agricola*, 1869.

Norme pratiche per l'esame microscopico delle sementi, crisalidi e farfalle del baco da seta. Milano, tip. Golio, 1870, in-16°.

Fauna dei mammiferi d'Italia. Un fascicoletto in-8°, con una tavola. Milano, Vallardi, 1870.

L'Ugi, insetto parassita del baco da seta. Opuscolo in-8°, con una tavola. Firenze, 1870.

Della Braula Coeca, *parassita dell'Ape.* Nell'*Apicultore* del 1870, in-8°.

Sui fossili delle Pampas donati al Museo Civico. Prelezione. Opuscolo in-8°, luglio 1872.

Esperienze sull'accoppiamento delle farfalle del baco da seta. Rovereto, novembre 1872.

Ancora della stazione zoologica di Napoli. Appendice nella *Perseveranza* del 1872.

Sul Pelobates fuscus *trovato per la prima volta nei dintorni di Milano.* Nota letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 15 maggio 1873 ed inserita nei *Rendiconti* di esso Istituto. Serie II, Vol. VI, fasc. X.

Osservazioni sul Pelobates fuscus *e sulla* Rana agilis *trovata in Lombardia.* Lette alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 25 maggio 1873 e inserite negli *Atti* di essa Società. Vol. XVI, pag. 96, tav. 2.

Sui molluschi terziari di Bellardi e Cocconi. Nella *Perseveranza* del 1873.

Lettere dall'Egitto. Nella *Perseveranza* del 1874.

Gli Akka, ossia i pigmei dell'Africa equatoriale. Nella *Rivista italiana di scienze, lettere ed arti.* Anno I, Vol. I, pag. 311. Milano, maggio 1874.

Rapporto sul concorso al premio di fondazione Brambilla. Nei *Rendiconti* del Regio Istituto Lombardo. Serie II, Vol. VII, 1874.

La Grotta di Mahabded e le sue mummie. Nota letta al Regio Istituto Lombardo nell'adunanza del 10 dicembre 1874 ed inserita nei *Rendiconti* di detto Istituto. Serie II, Vol. VII, fasc. XIX e nella *Rivista italiana di scienze, lettere ed arti.* Anno I, Vol. II, pag. 233.

Sulla Traphrobia pileardi, *nuovo genere di crostacei parassiti.* Memoria letta alla Società Italiana di Scienze naturali nella seduta del 4 aprile 1875 ed inserita negli *Atti* di essa Società. Vol. XVIII, pag. 198, con una tavola.

Expériences sur l'accouplement des papillons du Bombyx du murier. Opuscolo in-4°. Montpellier, 1875.

Intorno ai parassiti animali osservati nel frumento del 1875. Nell'*Italia agricola* del 1876.

Commemorazione del Prof. Paolo Panceri. Letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 7 giugno 1877, inserita negli *Atti* di esso Istituto. Serie II, Vol. X, fasc. XV.

Il Barone Bettino Ricasoli. Commemorazione letta al R. Istituto Lombardo nella solenne adunanza del 25 novembre 1880 ed inserita nei *Rendiconti* di esso Istituto. Serie II, Vol. XIII, fasc. XVIII, pag. 604.

Di un erbario di circa 3500 *anni fa.* Nota letta al Regio Istituto Lombardo nell'adunanza del 25 maggio 1882 ed inserita nei *Rendiconti* di esso Istituto. Serie II, Vol. XV, fasc. XI, pag. 971.

Il Conte Ernesto Turati. Nel giornale l'*Illustrazione italiana*, anno IX, N. 23; 4 giugno 1882, pag. 389.

Il Socio Prof. Lessona, condeputato col Socio Prof. Bizzozero ad esaminare un lavoro del Dott Prof. L. Camerano, intitolato: « **Ricerche intorno alla vita branchiale degli Anfibi** », legge la seguente

RELAZIONE.

Lo stadio della vita branchiale nei Vertebrati anfibi è variabile rispetto alla sua durata, incomparabilmente più che non si credesse fino a questi ultimi tempi. Il De Filippi chiamò l'attenzione dei naturalisti su questo fatto, con alcune sue osservazioni sulla vita lunga branchiale del *Triton alpestris*, Laur. I fatti che avvennero negli Axolotl del Giardino delle Piante in Parigi furono tali da chiamare più che mai l'attenzione su questo argomento.

L'autore della memoria intorno alla quale riferiamo, fece uno studio particolare, e lungo in proposito, raccogliendo e notando molti fatti di sua osservazione personale. Fece uno studio di quanto fu riferito prima, e lo espose qui ordinatamente.

L'A. passa in rassegna, nella prima parte del suo lavoro, gli scrittori che hanno trattato morfologicamente o fisiologicamente della vita branchiale degli Anfibi avendo speciale riguardo ai fatti di allungamento o di raccorciamento del periodo branchiale degli Anfibi stessi, fatti che sono relativamente numerosi, e che come risulta da uno specchietto riassuntivo dell'A., si sono verificati oramai in quasi tutte le specie europee, le sole si può dire, conosciute nel loro sviluppo.

L'A. descrive, secondo osservazioni proprie, vari casi analoghi nella *Rana muta*, nel *Bufo viridis*, nel *Pelobates fuscus*, nel *Triton alpestris*, nella *Salamandra maculosa*, ecc.

Nei capitoli seguenti, mediante lo studio correlativo delle dimensioni, della colorazione, delle estremità del canal digerente, delle branchie, dei polmoni, degli apparati sessuali, dello scheletro e del sistema nervoso, l'A. cerca di determinare quale *criterio si debba avere nello stabilire il limite estremo del periodo girinale degli Anfibi, o, in altre parole, quando è che l'Anfibio si può dire adulto.*

L'A. trae dal suo studio le conclusioni seguenti, le quali riguardano in parte direttamente la questione sopra detta, e in parte la vita branchiale degli Anfibi in generale.

1° Il periodo della vita branchiale negli Anfibi può variare assai secondo le circostanze, ora raccorciandosi, ora invece allungandosi;

2° Il massimo raccorciamento è quello che si osserva nella *Salamandra atra*, ed in vari altri Anfibi. Il massimo allungamento si osserva nel Proteo, negli Axolotl, e nel Triton, in cui spesso l'animale invecchia conservando lo stato branchiale;

3° È d'uopo distinguere due categorie di prolungamento di vita branchiale. La prima comprende i fatti dello svernamento semplice di quegli individui i quali non hanno potuto compiere in tempo il loro sviluppo, e che lo compiono poi nella buona stagione successiva. Questi casi sono frequenti negli Anfibi anuri. La seconda categoria comprende i fatti del prolungarsi per vari anni dello stato branchiale. Questa seconda categoria di fatti dà luogo a considerazioni diverse, secondo che essi si riferiscono agli Anfibi urodeli o agli Anfibi anuri;

4° Negli Anfibi urodeli sono le condizioni locali, come ad esempio la quantità d'acqua, il nutrimento ecc., che in molti casi fanno sì che l'animale trovi, diremo, più convenienza di rimanere conformato per la vita acquatica anzichè passare allo stato di animale schiettamente terragnolo. In questo caso lo sviluppo degli individui branchiati procede parallelamente a quello degli individui abranchi, e l'animale dà opera alla riproduzione. Si ha in questo caso, in certe specie di Anfibi, un esempio di polimorfismo per adattamento alle condizioni locali:

5° Negli Anfibi anuri invece il fatto del prolungarsi per tre o quattro anni della vita branchiale produce un disordine nello sviluppo dell'animale, poichè una parte dell'organismo, scheletro, sistema nervoso, apparato respiratorio polmonare, procede

nello sviluppo, e piglia la forma dell'animale metamorfizzato; mentre le altre parti rimangono indietro. L'animale non sviluppa mai, almeno per quanto si osservò fino ad ora, gli organi riproduttori. Negli Anfibi anuri ciò non si osserva che in pochi individui qua e là, e non come carattere locale costante, come spesso accade negli Anfibi urodeli.

L'A. fa molte e varie considerazioni nella vita branchiale negli Anfibi in generale, e conchiude:

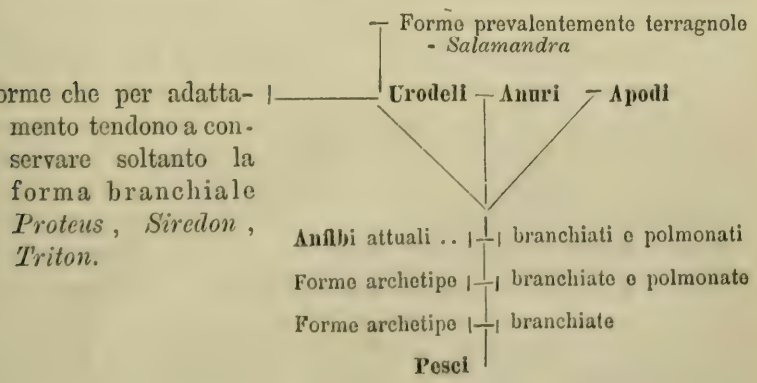
1° Gli Anfibi attuali, provenienti senza dubbio filogeneticamente dai pesci, sono tutte forme polmonate allo stato perfetto. In una certa parte di questi Anfibi, per adattamento alla vita acquatica, il periodo polmonare tende a scomparire ritornando l'Anfibio ad uno stato più semplice di organizzazione.

2° In certe specie di Anfibi l'adattamento, ha già rese prevalenti le forme branchiate, e rese rarissime od anche fatte scomparire intieramente le forme adulte polmonate, come ad esempio nei Protei.

In altre specie le forme polmonate sono ancora frequenti come negli Axolotl.

In altre specie poi la forma polmonata è ancora la regola per la massima parte degli individui adulti; ma si osserva il fatto dell'adattamento in certe località, d'una parte degli individui, alla vita branchiale per tutta la vita, come ad esempio nel *Triton alpestris*.

3° Partendo da queste considerazioni la filogenesi degli Anfibi attuali potrebbe essere espressa così:



4° Si devono perciò lasciare in disparte nella classificazione degli Anfibi le divisioni dei Caducibranchi e dei Perennibranchiati.

L'A. dice, in ultimo, che un Anfibio si può considerare adulto quando è compiuta la maturanza dei suoi organi riproduttori, senza tener conto della vita branchiata o abranchiata dell'animale, poichè questi due stati si debbono considerare colle forme che li precedono allo stato adulto come un caso di *dimorfismo* per adattamento alle condizioni locali.

Due tavole rappresentanti le particolarità più notevoli osservate dall'A. intorno allo sviluppo correlativo delle varie parti dei girini degli Anfibi vanno unite alla Memoria.

La Commissione propone che il lavoro del Dott. Camerano sia pubblicato nelle *Memorie* dell'Accademia.

Michele Lessona, *Relatore.*
G. Bizzozero.

La Classe, udita la lettura del lavoro del Dott. Camerano, accoglie la proposta della Commissione.

Il Socio Cav. Prof. G. Basso presenta e legge la seguente Nota del P. F. Denza,

SULLA

VARIAZIONE DELLA TEMPERATURA

SECONDO L'ALTEZZA

I.

Tutti coloro che attendono ad investigazioni di fisica terrestre riconoscono l'alta importanza del problema, che si riferisce alla variazione della temperatura secondo l'altitudine, alla legge cioè con cui la temperatura diminuisce coll'aumentar dell'altezza degli strati atmosferici. Invero, la soluzione di tale problema interessa non solo la meteorologia, che ne abbisogna per la esatta determinazione delle linee isotermiche ed isobariche, e per altre questioni consimili; ma è richiesta eziandio da altre scienze, come la topografia e la geodesia, le quali aspettano da essa il perfezionamento dei metodi della misura delle altezze col barometro, e della teoria delle rifrazioni atmosferiche.

È perciò che molti studiosi si sono occupati seriamente di cosiffatta questione; ed alcuni hanno cercato di raccogliere insieme le osservazioni termiche eseguite per un periodo più o meno lungo in parecchie stazioni poste a diverse altezze sul livello del mare, nei piani e sui monti, onde inferirne le costanti che rappresentino la diminuzione della temperatura coll'aumentare dell'altezza; altri hanno invece preferito di rintracciar la legge nel grembo stesso dell'atmosfera per mezzo di ascensioni aerostatiche.

Se non che, i risultamenti ottenuti da' primi, sebbene offrano soddisfacente accordo, tuttavia come tutti i grandi numeri

medî, che derivano dall'ammassare insieme molti valori d'ogni parte raccolti, nascondono le influenze di cause speciali; epperò spesso male si adattano alle pratiche applicazioni, ed inducono non di rado in errore. I valori poi avuti dai secondi non si possono direttamente applicare agli strati atmosferici che sono a contatto col suolo, nei quali noi ed i nostri istrumenti siamo abitualmente immersi, e che vengono di continuo alterati nelle loro condizioni termiche dalle alternative di riscaldamento e di raffreddamento del suolo medesimo.

La presente nota è diretta a confermare siffatta asserzione, traendo partito dalle osservazioni eseguite in alcune delle più sicure stazioni del Piemonte.

II.

Il Conte Paolo di Saint-Robert, in una nota pubblicata in Inghilterra nel 1864 (1); e poi inserita, tradotta in francese, nel tomo III delle sue *Mémoires scientifiques*, dopo aver esposti e discussi i risultati ottenuti sul soggetto che ci occupa da Giacomo Glaisher in otto ascensioni aerostatiche; riconoscendo la necessità di modificare e correggere i risultati di queste osservazioni con altre fatte in montagna, raccomanda caldamente che si intraprendano di tali ricerche in luoghi diversi per esposizione e per clima, ed in modo speciale sulle nostre Alpi.

Fino da che io cominciai ad ordinare, or sono oltre a vent'anni, una rete di stazioni meteorologiche nel nostro Piemonte, ebbi pur di mira una tale ricerca; e mi studiai di stabilire nei nostri monti alcune stazioni, le quali per la loro speciale posizione potessero dare col tempo utili elementi per lo studio dell'importante problema.

Tra queste stazioni vi ha quella della *Sacra di San Michele*, posta poco oltre l'ingresso della valle della Dora Riparia, su' Monti Pircheriani, sopra uno di quei picchi isolati, che sono cotanto acconci soprattutto per lo studio delle variazioni della temperatura; e, mentre dal lato occidentale è circondata dalle Alpi a distanza, ad oriente risente l'influsso della pianura dell'alto Piemonte, che domina liberamente d'ogni parte.

(1) *Philosophical Magazine*, vol. 72, ser. 4. London, 1864.

Io quindi pensai che una serie di buone osservazioni meteoriche eseguite in quel luogo, messe a confronto con le osservazioni del nostro Osservatorio di Moncalieri, avrebbe potuto fornire elementi utilissimi per riconoscere l'andamento delle condizioni climatiche, ed in modo specialissimo, delle termiche e barometriche, nello strato atmosferico che sovrasta a questa nostra regione sino all'altezza di circa 1000 metri.

Difatti, le due stazioni della Sacra di San Michele e di Moncalieri si prospettano l'una l'altra senza alcun ostacolo infrapposto. Esse si trovano quasi sullo stesso parallelo; giacchè la loro latitudine si è:

Sacra San Michele,	latitudine Nord	45° 6′,
Moncalieri,	» »	45° 0;

epperò rimane affatto trascurabile l'influenza di questo elemento geografico sulla temperatura e sulla pressione. Ed importa anche notare che la circostanza del trovarsi le due stazioni sul parallelo di 45 gradi, riesce assai propizia pel nostro studio; perocchè è questa appunto la latitudine che suolsi assumere come punto di partenza nelle formule altimetriche, sia per la temperatura come per la pressione atmosferica.

Oltracciò, la differenza d'altitudine tra le due stazioni, comechè non grande, è tuttavia sufficiente pel nostro scopo, toccando i 700 metri. Difatti, le altitudini delle due stazioni (posizione dei termometri) sono:

Sacra San Michele	metri 961,
Moncalieri	» 261.

Sì l'una che l'altra di queste altezze sono state rigorosamente determinate a più riprese e con metodi diversi.

Mi riescì facile pertanto ottenere dai reverendi signori Rosminiani, che custodiscono quello storico monumento, di intraprendere una serie accurata di osservazioni meteorologiche; e fui fortunato di trovare nella persona del rev. D. Giuseppe Burdet un osservatore diligentissimo ed appassionato quanto mai, il quale dal 1° gennaio 1870, epoca in cui incominciarono colassù le regolari osservazioni, sino alla sua morte (9 novembre 1881),

non trasandò mai di adempiere volonteroso e costante al còmpito assunto, aiutato in ciò dagli altri suoi confratelli (1).

Le osservazioni furono sempre eseguite alle stesse ore nelle due stazioni della Sacra e di Moncalieri, cioè sei volte al giorno, ogni tre ore, dalle 6 del mattino alle 9 della sera; e con istrumenti che venivano di tratto in tratto comparati, avendo io occasione di recarmi lassù quasi ogni anno.

Da tutto ciò risulta, che il complesso delle osservazioni delle due stazioni soddisfa alle esigenze volute dalla scienza per istituire su di esse buoni confronti; e che i risultati che da questi si ottengono, meritano tutta la fiducia che può concedersi a questo genere d'indagini.

III.

Avendo compiuto di recente il calcolo di riduzione di un decennio di tali osservazioni simultanee della Sacra e di Moncalieri, dal 1° gennaio 1870 al 31 dicembre 1879, nell'intendimento speciale di risolvere alcune questioni di altimetria barometrica; ho creduto opportuno esporre in questa nota alcuni risultati riguardanti le variazioni della temperatura secondo l'altezza; al che mi hanno dato occasione alcune recenti pubblicazioni su questo argomento (2).

Comincio dal riportare i medî decennali della temperatura di ciascuna delle due stazioni, per ogni mese, per ogni stagione e per tutto l'anno; ricordando che le stagioni sono così distribuite:

Inverno — Dicembre, gennaio, febbraio.
Primavera — Marzo, aprile, maggio.
Estate — Giugno, luglio, agosto.
Autunno — Settembre, ottobre, novembre.

---

(1) Le osservazioni non furono interrotte alla Sacra dopo la morte del Burdet; ma si fanno ora sole tre volte al giorno come nelle altre stazioni italiane.

(2) Lugli A. — *Sulla variazione media della temperatura colla latitudine ed altezza in Italia.* — Atti della R. Accademia dei Lincei. — Transunti, Vol. VII, fasc. 4.

Einige Resultate der meteorologischen Beobachtungen auf dem Gipfel von Pike's Peak. - Estratto dal *Report of the Chief Officer*, Washington. - Zeitschrift der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XVIII Band, Mai-Heft 1883.

Aggiungo in una terza colonna la differenza dei medî che si corrispondono.

MEDII TERMICI DEL DECENNIO 1870-79

per Moncalieri e la Sacra di S. Michele

	Moncalieri	Sacra	DIFFERENZA Monc.-Sacra
Gennaio	1°.26	0°.76	+0°.50
Febbraio	3 .73	1 .59	2 .14
Marzo	8 .17	4 .18	3 .99
Aprile	12 .85	8 .55	4 .50
Maggio	16 .59	11 .82	4 .77
Giugno	21 .09	16 .51	4 .58
Luglio	23 .93	19 .40	4 .53
Agosto	23 .11	19 .01	4 .10
Settembre	19 .17	15 .39	3 .78
Ottobre.	13 .09	9 .86	3 .23
Novembre	6 .26	3 .65	2 .61
Dicembre.	1 .40	0 .48	0 .92
Inverno	2 .13	0 .94	1 .19
Primavera	12 .54	8 .12	4 .42
Estate	22 .71	18 .31	4 .40
Autunno	12 .84	9 .63	3 .21
Anno	12 .56	9 .25	3 .31

Da una prima ispezione a questo prospetto risultano le seguenti considerazioni:

1° La differenza tra le medie temperature delle due stazioni cresce qui, come altrove, da gennaio a maggio, e poi diminuisce da maggio a dicembre, toccando il minimo in gennaio, il massimo in maggio.

2° La variazione tra le differenze di due mesi consecutivi è minima nei mesi di primavera e di estate, non raggiungendo mezzo grado; è massima nel passaggio dall'autunno all'inverno (novembre-dicembre), e dall'inverno alla primavera (febbraio-marzo), avvicinandosi a 2 gradi; si ha infatti:

Novembre	2°. 61	Febbraio	2°. 14
Dicembre	0 . 92	Marzo	3 . 99
Differenza	+ 1 . 69	Differenza	— 1 . 85 .

È perciò che la media differenza delle due stagioni intermedie, primavera ed estate, rimangono quasi uguali, mentre quella dell'inverno ne differisce notevolmente. In mezzo sta, ma più prossima alle prime, la differenza autunnale.

3° Di molto al disotto del vero si è la media differenza di gennaio.

Causa di quest'ultima anomalia, come pure dell'altra annunciata nella precedente considerazione, si è il fatto della così detta *inversione di temperatura:* e cioè la temperatura, non solo minima, ma anche media del mese, rimane alla Sacra più elevata di quella di Moncalieri. Ciò accade di frequente in gennaio; più di rado, ma con maggiore intensità, in dicembre; e talvolta, sebbene molto debolmente, anche in febbraio; mai negli altri mesi.

Nel decennio che esaminiamo codesta inversione nei valori medî mensuali della temperatura, si avverò nei casi seguenti:

ANNO	Moncalieri	Sacra	DIFFERENZA Monc.-Sacra
	Dicembre		
1873	2°.13	4°.12	— 1°.99
1879	— 2 .99	— 1 .76	— 1 .23
	Gennaio		
1872	0 .17	0 .72	— 0 .55
1874	0 .80	1 .46	— 0 .66
1875	1 .79	2 .65	— 0 .86
1876	0 .61	0 .82	— 0 .21
	Febbraio		
1876	2 .16	2 .18	— 0 .02

Questo fatto, che da qualche moderno meteorologista fu creduto nuovo, ma che era già da tempo conosciuto, dipende da

cause molteplici. Su di esso ritornerò in altra occasione, per non distrarmi ora dall'argomento che ho impreso a trattare; giacchè esso si avvera non solo per la Sacra, ma eziandio per altre stazioni dell'alta valle del Po.

Intanto, da ciò che si è detto risultano le seguenti leggi sulla variazione della temperatura a seconda dell'altezza per questa nostra regione:

a) Nello strato atmosferico che sovrasta al nostro altopiano, per uno spessore di circa 700 metri, cioè sino all'altezza di quasi 1000 metri, la differenza media tra le temperature dei due strati estremi, il più basso ed il più alto, si mantiene costante nelle due stagioni di primavera e di estate; essa è in media di 4°.4. Nella stagione autunnale diminuisce di 1°.2, addivenendo di 3°.2. Nell'inverno decresce in modo notevolissimo, riducendosi a soli 1°.2; epperò 3°.2 minore che in primavera ed in estate.

b) Codesta differenza è per ordinario positiva, cioè gli strati inferiori sono più caldi dei superiori; solo in inverno, ed in modo speciale nel mese di gennaio, essa rimane spesso invertita, e divien negativa, cioè gli strati più alti addivengono più caldi dei più bassi.

IV.

Le leggi riportate fanno rilevare, come per questo nostro tratto di paese non si possono sempre applicare i valori che si sogliono dare per la variazione della temperatura secondo l'altezza, per altitudini non maggiori di 1000 metri.

Ciò risulta meglio dal quadro seguente, nel quale si pone, per ogni mese, per ogni stagione, e per tutto l'anno, il valore medio della diminuzione di temperatura corrispondente a 100 metri di elevazione; e quello dell'aumento di altezza rispondente alla diminuzione di un grado di calore.

	Variazione media	
	In gradi per 100 m.	In metri per 1 gr.
Gennaio	0.07	1400
Febbraio	0.31	327
Marzo	0.57	175
Aprile	0.64	156
Maggio	0.68	147
Giugno	0.65	153
Luglio	0.65	155
Agosto	0.59	171
Settembre	0.54	185
Ottobre	0.46	217
Novembre	0.37	268
Dicembre	0.13	761
Inverno	0.17	588
Primavera	0.63	158
Estate	0 63	159
Autunno	0.46	218
Anno	0.47	212

Da questo prospetto risulta che, mentre i valori delle due stagioni di primavera e di estate differiscono sol di poco da quelli che si sogliono assegnare da parecchi, ed anzi con alcuni vanno quasi interamente d'accordo; quelli d'autunno ne rimangono alquanto diversi: il primo minore, il secondo maggiore. I valori invernali sono al tutto esagerati, ed inverosimile affatto si è quello di gennaio; e ciò per le ragioni innanzi addotte.

V.

Dopo tutto ciò, importava grandemente, massime per lo scopo delle mie indagini che si riferiscono all'altimetria barometrica, il poter disporre di una stazione meteorologica non molto discosta, la quale si trovasse in condizioni di altezza e di postura più acconce che non la Sacra di S. Michele, tale cioè che la sua

altezza fosse sufficientemente maggiore di quella della Sacra, e la posizione si trovasse immune, per quanto possibile, dall'influsso delle vicende meteoriche invernali della pianura.

Le pratiche fatte più volte per istabilire una simile stazione o sul Monginevra o sul Moncenisio, andarono sempre fallite; finchè al terminare dell'anno 1881, quando sul passaggio di quest'ultimo Colle fu messo uno stabile presidio militare, grazie al valido aiuto prestatomi dal Colonnello Ernesto Perrier, Comandante il 65mo reggimento di fanteria, da cui era distaccato il presidio che allora trovavasi sul Cenisio, ed al concorso efficace dei Comandi militari del 1° Corpo d'armata e della Divisione di Torino, riescii ad ordinare una buona vedetta di meteorologia in quel luogo importante; le cui osservazioni regolari, incominciate col primo gennaio dell'anno passato 1882, si continuarono in seguito senza interruzione da que' bravi ufficiali.

La stazione del Moncenisio è opportunissima per queste nostre ricerche; imperocchè essa trovasi nello stesso bacino della Sacra di S. Michele, a poca distanza dalla medesima e dal parallelo di 45°, essendo la sua latitudine di 45° 16′; ed all'altezza di 1930 metri, cioè circa 1000 metri più alta della Sacra, sullo stesso passaggio del Colle.

Gli strumenti che furono inviati alla nuova stazione, vennero prima da me accuratamente controllati; e gli ufficiali incaricati delle osservazioni, furono addestrati convenientemente. Le osservazioni vi si fanno tre volte al giorno, alle 9 ant., alle 3 ed alle 9 pom.

Or sebbene non si possegga sinora che un solo anno completo di osservazioni; tuttavia i risultati che ho ottenuto dal mettere a confronto tali osservazioni con quelle di Moncalieri e di altre stazioni vicine, son tali che meritano di essere qui ricordati a complemento di quanto ho detto innanzi. Essi, mentre fanno presagire il meglio che si potrà ottenere in tempo più lontano; dànno a vedere il molto che si può attendere da osservazioni ben fatte, comechè per breve periodo di tempo.

Pongo qui appresso i medî termici per ogni mese, per ogni stagione e per tutto l'anno, avuti al Moncenisio ed a Moncalieri nel 1882. A compiere la discussione, vi aggiungo quelli della Sacra di S. Michele, e di una stazione marittima tra le più vicine, qual si è quella di Savona, la cui latitudine si è di 44° 19′, e l'altezza sul livello del mare di soli 26 metri.

MEDII TERMICI DELL'ANNO 1882

per le Stazioni
di Moncenisio, Moncalieri, Sacra S. Michele e Savona

	Moncenisio I	Sacra II	Moncalieri III	Savona IV
Gennaio	— 1°.0	4°.6	1°.3	10°.1
Febbraio	— 1 .8	4 .0	4 .1	9 .9
Marzo	0 .2	8 .2	9 .9	14 .1
Aprile	1 .6	8 .4	11 .7	15 .6
Maggio	5 .9	12 .4	16 .2	19 .0
Giugno	8 .1	17 .1	20 .4	22 .4
Luglio	10 .1	20 .6	22 .1	24 .3
Agosto	11 .3	19 .1	21 .6	24 .7
Settembre	5 .1	12 .5	15 .7	19 .8
Ottobre	2 .6	9 .7	12 .5	16 .3
Novembre	— 0 .3	4 .8	6 .1	12 .1
Dicembre	— 2 .6	2 .5	2 .6	8 .2
Inverno	— 1 .8	3 .7	2 .7	9 .4
Primavera	2 .6	9 .7	12 .6	16 .2
Estate	9 .8	18 .9	21 .4	23 .8
Autunno	2 .5	9 .0	11 .4	16 .1
Anno	3 .3	10 .3	12 .0	16 .4

Trattandosi di un anno solo, conviene limitare la discussione a periodi relativamente lunghi; epperò ci occuperemo dei soli valori trimestrali, corrispondenti a ciascuna stagione.

Cominciamo dal mettere a confronto i valori del Moncenisio con quelli di Moncalieri, si ha:

STAGIONI	Differenza III–I	Variazione media per 100 m.	Variazione media per 1 grado
Inverno	4°.5	0°.267	375 m
Primavera	10 .0	0 .601	166
Estate	11 .5	0 .691	145
Autunno	8 .9	0 .537	186
Anno	8 .7	0 .524	191

Questi valori, sebbene dedotti da un solo anno di osservazioni, offrono grande accordo con quelli che si ottennero di recente all'Ufficio centrale di Meteorologia in Roma, dalla discussione delle osservazioni fatte per molti anni di seguito in 43 stazioni italiane; il solo inverno fa eccezione.

Infatti le costanti ottenute dall'Ufficio centrale per l'alta Italia sono:

STAGIONI	Variazione media		Differenze	
	per 100 metri (*a*)	per 1 grado (*b*)	(*a*)	(*b*)
Inverno	0°.315	318^m	+ 0°.048	— 57^m
Primavera	0 .603	166	+ 0 .002	0
Estate	0 .701	143	+ 0 .010	— 2
Autunno	0 .510	196	— 0 .027	+ 10
Anno	0 .532	188	+ 0 .008	— 3

I numeri delle due ultime colonne, che rappresentano le differenze fra i valori ottenuti a Roma da numerose osservazioni di molte stazioni e di molti anni, e quelli avuti a Moncalieri da poche osservazioni di due sole stazioni e di un solo anno, addimostrano quanto questi ultimi vadano d'accordo coi primi.

La maggiore differenza dell'inverno deriva dal fatto innanzi esposto dell'inversione di temperatura, avveratosi nel gennaio del 1882 con maggiore intensità del consueto. Difatti, dai numeri riportati innanzi, risulta che la media termica della Sacra fu in gennaio di 3°.3 più alta di quella di Moncalieri; il qual fatto si verificò eziandio in altre stazioni meno elevate, come rimane chiaro dai seguenti valori medî termici dello stesso mese di gennaio per alcune stazioni limitrofe:

	Altitudine	Medio termico gennaio
Susa	512^m	4°. 9
Saluzzo . . .	426	4 . 1
Lanzo	349	3 . 0
Cavour	317	2 . 7
Moncalieri . . .	260	1 . 3

L'influsso di questa inversione di temperatura nel nostro altopiano arrivò sino al Moncenisio, la cui media temperatura del gennaio rimase poco diversa, ed anche più elevata, di quella di altre stazioni più basse, poste in altre valli, e meglio riparate da una tale azione. Difatti, a Balme, nella Valle d'Ala, tal media si fu poco diversa, cioè di — 0°.9; ed a Ceresole Reale, nella valle dell'Orco, risultò di — 1°.7, ossia più bassa che al Moncenisio, non ostante che Balme sia a soli 1454 metri, e Ceresole a 1620 metri.

E per vero, se invece della temperatura del Moncenisio si pone quella del Piccolo S. Bernardo, che trovasi a 2160 metri, nello stesso gruppo montuoso di Balme e Ceresole, e la cui media temperatura di gennaio fu — 5°.2; i valori innanzi riportati per l'inverno diverrebbero rispettivamente

$$0^{\circ}.330 \qquad e \qquad 303^{m};$$

e le differenze coi corrispondenti dell'Ufficio centrale:

$$-\ 0^{\circ}.015 \qquad e \qquad +\ 15^{m};$$

le quali rientrano nelle altre seguenti del quadro innanzi riportato.

VI.

Se non che, non ostante il notevole accordo tra i valori da me trovati e quelli dell'Ufficio centrale, io penso tuttavia che gli uni e gli altri siano alquanto lontani dal vero, almeno per le regioni intorno a cui versa il presente studio.

Per quanto riguarda i miei valori, io inferisco ciò da due diversi argomenti.

Innanzi tutto, nell'anno da cui essi sono desunti, mentre nella stagione invernale la temperatura fu nella stazione del Moncenisio più alta che d'ordinario; in estate ed in autunno risultò invece per Moncalieri più bassa. Ciò si rileva dal mettere a confronto i medî di quest'anno con quelli del decennio riportati più innanzi; e meglio ancora se si paragonano coi valori normali calcolati sopra sedici anni d'osservazione (1866-1881). Si ha infatti:

Stagioni	Medii termici		Differenza
	normali	1882	norm. - 1882
Estate	22°.7	21°.4	+ 1°.3
Autunno	12 .8	11 .4	+ 1 .4

Or ambedue le anzidette cause tendono ad accrescere la variazione della temperatura secondo l'altezza, cioè ad aumentare le costanti termiche per ogni 100 metri d'elevazione, ed a diminuire le costanti altimetriche per ogni grado di temperatura.

L'altro argomento su cui io mi appoggio, si è ancora di maggior momento.

Nell'anno 1876 pubblicai un lungo lavoro sulle osservazioni eseguite per cinque anni, dal 1871 al 1875, in cinque stazioni meteorologiche esistenti nella valle d'Aosta, cioè Gran S. Bernardo, Piccolo S. Bernardo, Cogne, Aosta, ed Ivrea (1).

Or, poichè queste stazioni si prestavano assai bene per uno studio consimile al presente, perchè poste tutte nello stesso bacino, tra le latitudini di 45° 28′ (Ivrea) e 45° 50′ (Gran S. Bernardo), e ad altezze comprese tra 289 metri (Ivrea) e 2478 metri (Gran S. Bernardo); cercai di determinare sin d'allora la variazione della temperatura secondo l'altezza. Dalla discussione delle osservazioni termiche delle cinque stazioni ottenni:

Stagioni	Variazione media	
	per 100 m.	per un gr.
Inverno	0°.53	189m
Primavera	0 .62	161
Estate	0 .76	132
Autunno	0 .63	152
Anno	0 .63	159

(1) *Guide de la Vallée d'Aoste*, par l'Abbé Amé Gorret et M. le Baron Claud Bich. Turin 1876.

Studi sulla Climatologia della Valle d'Aosta. — Bollettino meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri. Vol. XI e XII.

I precedenti valori, ed in modo speciale quelli corrispondenti all'autunno ed all'inverno, sono minori degli altri innanzi riportati; solo i medî di primavera e di estate ne rimangono poco diversi. Il che conferma quanto fu già detto.

Questi miei risultati hanno ricevuto ultimamente una bella conferma da un lavoro consimile eseguito all'Ufficio dei segnali degli Stati Uniti d'America, che ho citato innanzi.

In tal lavoro, il Direttore dell'Ufficio suddetto, Generale Hazen, ha pubblicato alcuni risultati delle osservazioni fatte nella stazione meteorologica più alta del mondo, sul Pike's Peak, pure per un quinquennio; dal novembre 1873 al giugno 1879; mettendoli a confronto con quelli delle osservazioni eseguite nelle altre due stazioni vicine e più basse, delle Sorgenti del Colorado e della città di Denver. Le posizioni di queste tre stazioni sono:

Stazioni	Altitudine metri	Latitudine Nord	Longitudine W. Greenwich
Pike's Peak	4313	38° 48′	104° 59′
Colorado Springs . .	1825	38 55	104 58
Denver City.	1606	39 45	105 4

Da siffatto confronto risultarono i seguenti valori che ci riguardano:

Stagioni	Variazione della temperatura	
	per 100 metri	per 1 grado
Inverno	0°. 54	185m
Primavera	0 . 71	141
Estate	0 . 69	145
Autunno	0 . 58	172
Anno	0 . 63	159

Le differenze tra questi valori e quelli da me ottenuti per la valle d'Aosta, sono:

Stagioni	Differenza Italia - America	
	per 100 metri	per 1 grado
Inverno	— 0°. 01	+ 4m
Primavera	— 0 .09	+ 20
Estate	+ 0 .07	— 13
Autunno	+ 0. 05	— 13
Anno	0 .00	0

L'accordo è veramente mirabile, avuto riguardo alle regioni diversissime in cui furono eseguite le osservazioni. Da esso si può inferire che la diminuzione media di temperatura secondo l'altezza trovata nelle Alpi Italiane per uno spessore d'aria di circa 2200 metri (da 289 a 2478 metri), coincide con quella avuta ne' monti dell'America del Nord per uno spessore d'atmosfera di circa 2700 metri (da 1606 a 4313 metri). Di modo che si potrebbe ammettere che nelle due regioni, la diminuzione di temperatura tra le altitudini di 200 e 4300 metri è, in media generale, di un grado per ogni 159 metri di elevazione.

L'influsso delle due stagioni di primavera e di estate, è inverso nelle montagne americane e nelle nostre Alpi. Ciò peraltro accade anche in Italia per le latitudini più basse del parallelo di 45 gradi, quali sono appunto quelle di America sin qui studiate.

VII.

Se invece di riferire la stazione del Moncenisio a quella di Moncalieri, la si riferisce direttamente alla stazione di Savona, posta sulla spiaggia del non lontano Mediterraneo, si sarebbero ottenuti i numeri che seguono:

Stagioni	Differenza IV — I	Variazione media	
		per 100 metri	per 1 grado
Inverno	+ 11°. 2	0°. 588	170m
Primavera	13 .6	0 .718	139
Estate	14 .0	0 .734	136
Autunno	13 .6	0 .714	140
Anno	13 .1	0. 689	145

Si sarebbe quindi avuta una diminuzione di temperatura, a seconda dell'altezza, minore non solamente di quella dedotta dal confronto con Moncalieri, ma ancora dell'altra di cui è detto nel paragrafo precedente.

Questa discrepanza deriva dal perchè negli strati atmosferici che si sollevano sol di poche centinaia di metri sul livello del mare, la diminuzione di temperatura coll'altezza è assai più rapida che nei più elevati.

Ciò nel caso nostro risulta evidente dal confronto dei valori di Moncalieri con quelli della stessa stazione di Savona. Si ha infatti:

Stagioni	Differenza IV–III	Variazione media	
		per 100 metri	per 1 grado
Inverno	+ 6°.7	2°.878	35 m
Primavera	3 .6	1 .548	65
Estate	2 .4	1 .040	96
Autunno	4 .7	1 .980	51
Anno	4 .4	1 .862	54

Per quanto su questi valori possano avere influsso e le condizioni locali delle stazioni prese ad esame, e la brevità del periodo delle osservazioni; essi offrono differenze così gravi dagli altri riportati innanzi, che non possono lasciare alcun dubbio su quanto ho testè asserito.

Nè solamente i valori assoluti della variazione della temperatura sono alterati, ma è cangiato altresì il suo andamento, trovandosi la minima variazione in estate, la massima in inverno; contro ciò che risulta dal confronto delle due stazioni del Moncenisio e di Moncalieri, e da' valori da altri pubblicati.

Il Glaisher, dalle osservazioni eseguite nelle sue molteplici ascensioni aerostatiche, dedusse il valore della diminuzione di temperatura per ogni 1000 piedi inglesi di elevazione, dal livello del mare sino a 30000 piedi. Su' valori da lui pubblicati ho calcolato la seguente tabella, in misure metriche decimali ed in gradi centigradi, nei limiti d'altitudine in cui è compresa la presente discussione.

Altezza dal livello del mare				Altezza media per la dimin. di 1° C.
Da	0^m	a	300^m	77^m
»	300	»	1000	100
»	1000	»	2000	133
»	2000	»	3000	149
»	3000	»	4000	164

Da questa tabella risulta evidente come il valore della variazione di temperatura decresce coll'aumentar dell'altezza; e che la diminuzione è tanto più piccola, quanto è maggiore l'altezza. Mentre a 1000 piedi sul livello del mare la diminuzione si è, secondo Glaisher, di 7°.2 Fahrenheit (4°.0 C.); a 14000 piedi, cioè a circa 4000 metri, tal diminuzione per uno stesso spessore atmosferico di 1000 piedi addiviene di soli 2°.1 Fah. (1°.2 C.).

E qui vuolsi notare che, calcolando coi numeri di Glaisher la variazione di temperatura corrispondente alla differenza di livello tra Moncalieri e Savona, si ha l'altezza di 60 metri per ogni grado centigrado; valore non molto diverso da quello da me ottenuto. Gli altri numeri poco si accordano con quelli assegnati innanzi, dando, in generale, valori troppo grandi per la variazione suddetta.

Egli è perciò che tutte le volte che si abbia a calcolare la variazione della temperatura negli strati atmosferici posti a diverse altezze, è d'uopo tener conto dell'altitudine dei luoghi che si studiano; essendo poco conforme al vero il voler applicare la costante medesima a regioni poste a livello anche non di troppo diverso.

Mi dispenso dal riportare i valori che si ottengono dal confronto coi medî avuti nel 1882 alla Sacra di S. Michele; imperocchè essi offrirebbero per quest'anno discrepanze notevoli assai; e co' risultati ottenuti dalla discussione del decennio 1870-79, e cogli altri esposti innanzi. Il che può agevolmente scorgersi dal semplice confronto dei medî termici di questa stazione per l'anno medesimo co' corrispondenti del decennio.

Da tutta la precedente discussione pertanto, parmi potersi conchiudere con sicurezza scientifica, che la legge genuina, secondo

cui la temperatura può variare coll'altitudine, non può dirsi ancora ben conosciuta, e che la soluzione del problema che la riguarda è tuttora complessa. I risultati che si sono ottenuti da egregi meteorologisti, non si possono riguardare che come una prima approssimazione di quanto si cerca; e vanno adoperati con precauzione e parsimonia, variando questo elemento non poco da regione a regione, secondo le condizioni di clima, di stagione, di altezza e di postura. Miglior consiglio sarebbe, pel momento, ora che le stazioni meteorologiche si sono cotanto accresciute, di studiar separatamente il problema per ciascuna delle più importanti contrade, massime di montagna, mettendo a profitto le osservazioni delle stazioni in essa esistenti. I risultati che in tal maniera si otterrebbero, non sarebbero al certo sicuri; ma godrebbero senza dubbio di approssimazione maggiore di quella possano avere quegli altri, che si vogliono estendere a grandi tratti della superficie terrestre.

Dall'Osservatorio di Moncalieri,

Giugno, 1883.

Il Socio Cav. Prof. Andrea NACCARI presenta e legge la seguente Nota del Dott. G. GUGLIELMO,

SULLA

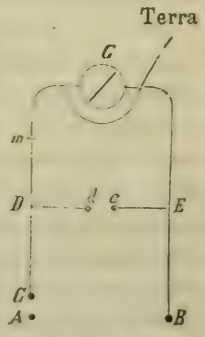
FORZA ELETTROMOTRICE

E SULLA

RESISTENZA DELLA SCINTILLA ELETTRICA.

L'esistenza d'una forza elettromotrice nell'arco voltaico rende molto probabile l'esistenza d'una simile forza elettromotrice anche nella scintilla elettrica, ed Edlund dopo la scoperta della prima, cercò di dimostrare l'esistenza della seconda, partendo dalla seguente esperienza che qui descrivo per intelligenza di ciò che segue, sebbene sia stata descritta più volte ed anche recentemente dallo stesso autore (1).

Si riuniscano le armature interne A, B dei condensatori d'una macchina di Holtz in azione con un circuito CGB in cui si trova un galvanometro, lasciando un intervallo d'aria AC, che verrà attraversato da una rapida serie di scintille, e si pongano due punti D, E in comunicazione con un eccitatore; la deviazione sarà molto piccola se l'intervallo d'aria nell'eccitatore è grande, e tutta la corrente della macchina passa per il galvanometro, mentre se si diminuisce detto intervallo in modo che parte della corrente passi per esso superando la resistenza dell'aria, la deviazione diventa venti a trenta volte maggiore. Se il galvanometro si pone invece nel tratto DE dove trovasi l'intervallo di aria, esso indica una corrente diretta in senso con-



(1) POGG., *Ann.*, t. 134, p. 337; t. 139, p. 353. *Philosophical Magazine*, 5ª serie, t. 15, p. 6.

trario a quella della macchina, alla quale però viene a sommarsi nel ramo DCE.

È evidentemente necessario che in AC si trovi un intervallo d'aria, perchè altrimenti le due elettricità neutralizzandosi continuamente darebbero luogo ad una corrente continua ma debolissima, mentre coll'intervallo d'aria si ha una serie di correnti di brevissima durata ma intensissime, e la differenza di potenziale fra le sfere dell'eccitatore può essere sufficientemente forte per superare un intervallo d'aria tanto maggiore quanto è maggiore AC, e che può essere di parecchi millimetri, se AC è p. es. 20 mm.

Siccome le due estracorrenti passano inegualmente per la scintilla e quindi la differenza delle loro azioni sull'ago non è nulla, Edlund, congiunse i due capi del filo del galvanometro con un filo di pakfong di tal resistenza determinata sperimentalmente, in modo che le estracorrenti passassero quasi totalmente per esso, ma che tuttavia la sensibilità del galvanometro non venisse ridotta più del necessario. Inoltre, per evitare che il filo del galvanometro prendesse un potenziale troppo elevato, un estremo di esso veniva posto in comunicazione col suolo.

Dalle esperienze di Sundell e da quelle di Edlund risulta che un tale aumento di deviazione non è prodotto da correnti indotte, come avverrebbe col condensatore elettrochimico di De la Rive, quando al voltametro si aggiungesse un galvanometro.

Un'altra spiegazione indicata dallo stesso Edlund si avrebbe nel supporre che essendo la scarica oscillatoria, nella prima oscillazione la scarica passi esclusivamente pel galvanometro , nella seconda, la scarica di intensità un po' minore ed in senso contrario passi per l'intervallo d'aria de, nella terza di nuovo pel galvanometro, e così di seguito, ed in tal modo la quantità di elettricità che passa pel galvanometro sarebbe notevolmente aumentata dalla esistenza del piccolo intervallo d'aria de. Edlund rifiuta questa spiegazione osservando che la deviazione ha ugual senso e grandezza se l'intervallo AC si trova presso all'armatura B invece che presso alla A; pur tuttavia parrebbe che un tal processo potrebbe essere non senza influenza nel fenomeno in questione.

Difatti, nel primo momento si presentano alla scarica due vie, l'una pel galvanometro di resistenza piccola, e l'altra per l'eccitatore di resistenza infinita, e quindi la corrente passerà esclusivamente per il galvanometro, finchè avendo le sfere dell'eccitatore raggiunto una differenza di potenziale sufficiente scocca ivi

una scintilla e la resistenza, pel riscaldamento dell'aria, diventa assai piccola. La seconda scarica in senso contrario trova due vie di resistenze non molto diverse e si divide in esse, ma non si potrebbe vedere una ragione per cui la terza scarica avesse a passare esclusivamente per il galvanometro. Quindi questo processo che potrà non essere senza influenza quando il ritardo della scintilla di disgiunzione, come viene chiamata da Edlund, sia uguale ad una frazione abbastanza grande della durata della scarica, non basterebbe a produrre l'effetto osservato.

Edlund attribuì l' osservato aumento di deviazione ad una forza elettromotrice nella scintilla, e veramente le numerose e variate esperienze eseguite da lui e poscia da Sundell, e così pure le mie esperienze che descriverò in seguito, parrebbero mettere fuori di dubbio l'esistenza di tal forza elettromotrice, che Edlund attribuiva dapprima al lavoro fatto dalla corrente nella disgregazione degli elettrodi (1), mentre adesso parrebbe attribuirla anche, specialmente nel caso di gaz rarefatti, ad una forza elettromotrice opponentesi al passaggio dell'elettricità dagli elettrodi nel vuoto (2).

È da notare che poichè la corrente è diretta in DE nel senso contrario a quello della scarica, e l'intensità della corrente dovuta alla forza elettromotrice della scintilla non potrebbe essere maggiore di quella proveniente dalla macchina (e risulta infatti molto minore) bisogna che la durata della prima sia molto maggiore di quella della seconda, e quindi la forza elettromotrice della scintilla perduri per un tratto di tempo dopo cessata la scarica dei condensatori, ciò che farebbe rassomigliarla ad una specie di polarizzazione dell'aria interposta o degli elettrodi.

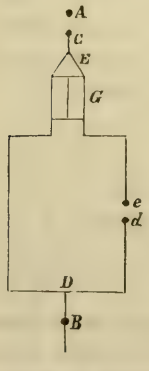
Fin dalle sue prime esperienze Edlund aveva cercato di determinare il valore di questa forza elettromotrice (in determinate condizioni) ponendo in m una pila di 10 Bunsen prima in un senso, poi nell'opposto; aveva così la deviazione dovuta alla forza elettromotrice della scintilla più o meno quella dovuta alla pila; poteva quindi calcolare ciascuna di esse, e poichè le deviazioni sono a parità di circuito (e di durata) proporzionali alle forze elettromotrici, poteva dedurre il rapporto di queste, ed avere quella della scintilla espressa in Bunsen. In una nota ad una Memoria successiva (3) però l'Edlund osserva che l'ipotesi da esso fatta

(1) Pogg., *Ann.*, t. 134, p. 337.
(2) *Philosophical Magazine*, s. 5ª, vol. 15, p. 32.
(3) Pogg., t. 139, p. 364.

che la corrente della pila non alteri la scintilla non è esatta, senza dare però alcuna prova da cui si possa dedurre quale sia la grandezza di tale alterazione. Inoltre si può osservare, che siccome una corrente non attraversa una scintilla ugualmente bene nei due sensi (siccome lo stesso Edlund ha scoperto) non può dirsi, che la resistenza del circuito sia la stessa per la forza elettromotrice della scintilla, e per quella della pila.

Ho cercato appunto di studiare questo passaggio della corrente d'una pila per la scintilla, e dedurne possibilmente la resistenza e la forza elettromotrice della scintilla, e sebbene sia stato costretto a fare parecchie ipotesi che possono parere un po' incerte, e sebbene l'argomento richieda uno studio ulteriore, pure dovendo interrompere per qualche tempo queste esperienze, credo non inutile di esporre alcuni dei risultati ottenuti.

La disposizione dei reofori da me usata e rappresentata in ischema nella figura non differisce da quella di Edlund fuorchè nei particolari; siccome occorreva nelle mie esperienze di misurare l'intensità della corrente tanto nel reoforo DE che in quello DCE e quindi bisognava far passare il galvanometro dall'uno all'altro e sostituirvi una ugual resistenza acciocchè il circuito non fosse alterato, per maggior semplicità ed anche per dare maggior simmetria al sistema posi uno dei rocchetti del reometro G che era una bussola di Wiedemann nel ramo DGE e l'altro nel ramo $DdeE$; mediante un commutatore potevo invertire la corrente in questo rocchetto, e quindi cambiare il senso della sua azione sull'ago e quindi coi due valori così ottenuti potevo calcolare l'intensità della corrente tanto nell'uno che nell'altro rocchetto. In ciascuno dei due rami trovavasi una pila di quattro o cinque elementi Bunsen ad acido cromico e queste mediante uno speciale commutatore potevano essere disposte in modo che le forze elettromotrici di entrambe agissero nel senso di quella della scintilla o in senso opposto, oppure si neutralizzassero (1).



Non avendo a mia disposizione il galvanometro ideato dal-

(1) Applicando il principio di Hehlmholtz sulla sovrapposizione delle correnti, le due pile non si neutralizzerebbero, poichè la resistenza della scintilla, e quindi del circuito totale, è diversa nei due sensi; evidentemente questo principio non può essere applicabile a questo caso speciale.

l'Edlund per evitare le azioni elettrostatiche sull'ago, mi servii di una bussola di Wiedemann; i rocchetti erano formati da grosso filo di rame ricoperto di guttaperca, ed avevano la resistenza di 0,5 *u.*, *S.* ciascuno. Mi persuasi che dette azioni elettrostatiche non esercitavano influenza sensibile, osservando che l'ago ritornava abbastanza bene allo zero, che la deviazione rimaneva costante quando si poneva in comunicazione col suolo l'uno o l'altro capo dell'uno o dell'altro rocchetto, come pure avvicinando una mano e ponendola sull'uno o sull'altro rocchetto; infatti lo smorzatore, la custodia dello specchio messi in buona comunicazione col suolo dovevano essere uno schermo abbastanza sicuro contro dette azioni. — I due capi del filo di ciascun rocchetto sono stati congiunti con un filo di packfong di 0,5 *u.*, *S* per evitare gli effetti della estracorrente, e la resistenza di ciascun rocchetto diventò così uguale a 0,25 *u.*, *S*.

La macchina di Holtz che Edlund ha sempre adoperata nelle sue esperienze, ha il vantaggio non piccolo di molta semplicità nell'azione, e di dare una corrente assai debole, quasi trascurabile in confronto a quella della forza elettromotrice della scintilla, ha l'inconveniente di essere incomoda volendo fare lunghe serie di esperienze; i risultati ottenuti in giorni diversi non sono comparabili, essendo soggetti allo stato igrometrico dell'ambiente, in certi giorni non è neppure possibile d'operare, ed inoltre le deviazioni nelle condizioni delle mie esperienze non erano molto regolari. Provai quindi ad usare invece il rocchetto di Ruhmkorff ponendone i poli in comunicazione con gli stessi condensatori della macchina di Holtz che avevano l'armatura estrema di circa 5 dm^2 di superficie. Le armature esterne di questi condensatori venivano poste in comunicazione fra loro, ma erano isolate dal suolo, altrimenti essendo già anche in comunicazione col suolo l'armatura interna di uno di essi, questo si scaricava a parte e la scintilla in AC non scoccava che a distanza molto minore. Riuscii così ad ottenere deviazioni ordinariamente abbastanza regolari e paragonabili fra loro.

Le esperienze di Wiedemann, Naccari e Bellati sulla quantità di calore generata nel passaggio d'una corrente attraverso un gaz quelle di Hittorf sulla differenza di potenziale degli elettrodi quelle di Warren de la Rue e Müller sulla resistenza di un tubo di Geissler indurrebbero a credere che la differenza di potenziale degli elettrodi fra i quali la corrente attraversa il gaz sia indi-

pendente dalla intensità della corrente, per cui la resistenza del gaz si comporti come una forza elettromotrice e quindi abbia il suo posto nella formola di Ohm nel numeratore come deduce l'Edlund dalla sua teoria (1).

Le mie esperienze invece m'indurrebbero a credere che, oltre alla forza elettromotrice, esista nei gaz percorsi da una scarica, anche una resistenza simile a quella presentata dai conduttori di prima o seconda classe, e che avrebbe il suo posto nel denominatore della formola di Ohm. Infatti, supponendo che la resistenza d'un gaz si comporti solo come una forza elettromotrice l'intensità della corrente dovuta alla forza elettromotrice della scintilla dovrebbe essere in ragione inversa della resistenza del circuito; ora nelle mie esperienze essa decresce meno rapidamente di quello che cresca la resistenza. Così pure le variazioni nella intensità della corrente, prodotte dall' introdurre la pila in un senso o nell'altro, le quali mi pare possano considerarsi come le intensità delle correnti generate dalla pila, decrescono anch'esse meno rapidamente di quello che cresca la resistenza.

Tuttavia questo risultato si potrebbe anche spiegare in tutti tre i casi, supponendo che col crescere della resistenza crescesse la durata della forza elettromotrice e della conducibilità del gaz, ciò che però non si potrebbe affermare a priori nè nel caso più generale secondo le esperienze di Feddersen (1), nè nel caso presente.

D'altra parte la resistenza dell'aria ad altissima temperatura essendo probabilmente assai piccola (e tale risulterebbe dalle mie esperienze), non è da meravigliare che essa sia rimasta insensibile in quella apparente e molto grande dovuta alla forza elettromotrice, specialmente considerando le variazioni irregolari di cui fanno cenno Hittorf, e Warren de la Rue e Müller (2).

Una difficoltà non lieve in queste esperienze si ha nella incertezza sulle leggi e nella complessità del fenomeno della scintilla. Occorrerebbe anzitutto conoscere con quali leggi la scarica si divide nei due rami poichè la legge di Kirchhoff non potrebbe rigorosamente esser applicata in questo caso ove la resistenza di un ramo diventa da infinita molto piccola, e le correnti per un tratto non piccolo della loro durata si trovano allo stato variabile, e sono quindi influenzate dalla capacità dei conduttori.

---

(1) Pogg., *Ann.*, t. 113, p. 455.
(2) Wied., *Ann.*, t. 7, p. 573. — *Nature*, t. 20, p. 178.

Tuttavia, avendo verificato coll'esperienza che detta legge era soddisfatta quando entrambi i rami erano continui e facevo variare la resistenza di uno di essi; che quando si produceva la scintilla di disgiunzione, la deviazione non variava sensibilmente col porre un punto o un altro del circuito in comunicazione coll'armatura interna d'una grossa bottiglia di Leida, la cui armatura esterna comunicava col suolo, credetti di poter ammettere detta legge senza notevole errore, ciò che sarebbe anche confermato dal sufficiente accordo dei risultati. Riguardo alla complessità del fenomeno si può notare che anche volendo contentarsi di valori medii (giacchè tanto la forza elettromotrice che la resistenza variano col tempo, partendo dai valori 0 per la prima, ∞ per la seconda ai quali ritornano) converrebbe distinguere almeno due periodi nella scintilla, quello in cui la corrente va nel senso della scarica della macchina, e l'altro in cui la corrente va nel senso contrario e per ciascuno di questi periodi avremmo quattro incognite cioè la durata, la forza elettromotrice, la resistenza per le correnti in un senso, la resistenza per le correnti nel senso contrario e s'avrebbero così 8 incognite, e sarebbe difficile trovare tante relazioni indipendenti per determinarle, e che queste relazioni poi fossero paragonabili per loro. Difatti, non considerando che sei incognite, considerando cioè due soli valori della resistenza della scintilla, sperimentando colla sola forza elettromotrice della scintilla e con questa più o meno quella della pila ed in ogni caso con varie resistenze nei due rami si ottengono parecchie equazioni sufficienti per determinare senza difficoltà le sei incognite.

Nel fatto però i risultati ottenuti in tal modo furono molto discordi, probabilmente per le irregolarità del fenomeno, le quali durante il tempo non piccolo occorrente per le sei esperienze possono produrre grandi variazioni nelle quantità che si vorrebbero determinare: dovetti quindi contentarmi di considerare un solo valore medio della forza elettromotrice, uno della resistenza nel senso della corrente, uno di quella nel senso opposto ed uno della durata.

Chiamiamo r la resistenza del ramo continuo r_1 quella dell'altro ramo compresa anche la resistenza della scintilla ed I la intensità della corrente di brevissima durata proveniente dal rocchetto, ed osserviamo che nel nostro caso la deviazione del galvanometro misura non l'intensità delle singole correnti, ma la quantità di elettricità che lo attraversa nell'unità di tempo, ossia il prodotto di questa intensità per la sua durata. Quando i due

rocchetti del galvanometro erano disposti in modo che le azioni sull'ago delle due correnti parziali provenienti dal rocchetto si sommassero si aveva $2a = It$ essendo a la deviazione dell'ago del galvanometro e t la durata delle correnti, trascurando il coefficiente di riduzione della bussola. Invertendo col commutatore la corrente in un rocchetto, le azioni sull'ago delle anzidette correnti parziali si contrastano, si sommano invece quelle dovute alla forza elettromotrice della scintilla e chiamando questa E ed essendo b la deviazione si avrà:

$$b = \frac{Et}{r+r_1} + \frac{r}{r+r_1}\frac{1}{2}It - \frac{r_1}{r+r_1}\frac{1}{2}It$$

e aggiungendo ρ ad r e ρ_1 ad r_1 si avrà

$$b' = \frac{Et}{r+\rho+r_1+\rho_1} + \frac{r+\rho-r_1-\rho_1}{r+\rho+r_1+\rho}\frac{1}{2}It \ ,$$

da cui si ricava eliminando $2E$ e sostituendo ad It il suo valore a:

$$r+r_1 = \frac{b'(\rho+\rho_1) - a(\rho-\rho_1)}{b-b'} \ .$$

Se ρ o ρ_1 sono uguali a 0 oppure se $\rho = \rho_1$ si ha

$$r+r_1 = \frac{(b' \pm a)\rho}{b-b'} \quad \text{oppure} \quad r+r_1 = \frac{2b'\rho}{b-b'} \ ,$$

e conoscendo le resistenze dei conduttori di prima o seconda classe in $r+r_1$ se ne deduce la resistenza della scintilla. Nello stabilire le precedenti equazioni la resistenza del rocchetto è da considerarsi come infinita, rispetto ad r ed r_1 e di fatti It non varia per l'aggiunta di ρ e ρ_1.

Un altro mezzo di determinare la resistenza della scintilla ci offre la pila, se b_1 e b'_1 sono le deviazioni quando la pila agisce nel senso della forza elettromotrice della scintilla e colle resistenze $r+r_1$ ed $r+r_1+\rho_1+\rho_2$ si avrà chiamando B la forza elettromotrice della pila:

$$b_1 = \frac{Bt}{r_1+r} \ , \qquad b'_1 = \frac{Bt}{r_1+r+\rho_2+\rho} \ ,$$

da cui si può ricavare $r_1 + r$; finalmente un altro valore si può ricavare operando colla pila disposta in senso inverso alla forza elettromotrice della scintilla.

Essendo noto r_1 possiamo calcolare il valore di Et e quello di Bt, e supponendo che t sia lo stesso nei due casi, potremo avere il valore di $E:B$.

Finalmente, se A è la deviazione che produce la B in un circuito di resistenza R, ossia è $B=AR$, sostituendo nella penultima equazione potremo avere il valore della durata totale delle scintille che scoccano in $1''$:

$$t=\frac{r_1+r}{R}\cdot\frac{b_1}{A}\ .$$

In queste esperienze mi servii d'un grande rocchetto di Ruhmkorff costruito da Carpentier, che messo in azione dalle 8 grandi Bunsen a sezione rettangolare annesse al rocchetto poteva dare da punta a disco una scintilla di 48 cm.; la pila adoperata fu sempre di tre Bunsen, modello medio; la sfera dell'interruttore di Foucault fu mantenuta ad 1 cm. dalla posizione più bassa. Abbassando il martello dell'interruttore, o sollevando i bicchierini, le interruzioni si facevano più rapide, si producevano scintille di un suono più acuto capaci di superare un più lungo tratto d'aria e di produrre una deviazione molto maggiore nel galvanometro; l'ago però ne riceveva impulsi così forti e irregolari da rendere impossibile ogni lettura: sollevavo perciò il martello dell'interruttore finchè cessasse la produzione di tali scintille costituite probabilmente da una serie rapidissima di parecchie scintille, e ottenevo così deviazioni abbastanza regolari. L'ago tuttavia non era mai affatto fermo, anzi faceva delle oscillazioni di ampiezza variabile, ma la posizione media in buone condizioni si poteva apprezzare con un errore non superiore ad una divisione.

Il numero delle interruzioni per secondo fu determinato ripetutamente mediante un cronografo, esso risultò in media di 14 e parve variare poco per piccoli spostamenti nella posizione ordinaria del martello dell'interruttore.

Le scintille AC scoccavano fra le estremità arrotondate di due fili di ottone di circa 3 mm. di diametro; diminuendo l'intervallo AC si producevano le scintille di suono acuto di cui ho parlato, esse cessavano aumentando la detta distanza, aumentando ancora, la serie di scintille diveniva interrotta e le deviazioni erano irregolari; quindi adottavo una distanza o tale da evitare entrambi questi inconvenienti, la quale era di 15 a 20 millimetri secondochè i liquidi della Bunsen erano stati molto o poco

usati. Avendo cura di evitare i suddetti due inconvenienti la deviazione non variava sensibilmente quando variava un poco la lunghezza delle scintille AC e la posizione del martello dell'interruttore.

Le resistenze erano formate da fili di packfong di circa 0,2 mm. di diametro ricoperti di seta, ripiegati per metà ed avvolti in modo che due spire successive fossero distanti di 2 a 3 mm. ed in esse la corrente andasse in direzioni contrarie, dimodochè ho creduto di poter trascurare gli effetti dell'estracorrente prodotta in essi.

I commutatori erano formati ciascuno da un doppio bilanciere di grosso fil di rame, le cui estremità si facevano pescare in pozzetti con mercurio: la corrente giungeva per gli assi che ruotavano in istretti tubi di vetro contenenti mercurio. La sensibilità della bussola era stata aumentata mediante una sbarra magnetizzata.

La pila da porsi nel circuito della scintilla era di 5 elementi di Bunsen ad acido cromico per ciascun ramo; sulla sua resistenza determinata col metodo di Mance, solo quando essa era rimasta carica da parecchie settimane ed aveva servito spesso, ed i liquidi erano molto alterati rimane un po' d'incertezza, giacchè essa risultò di circa 5 *u.*, *S.*, mentre altre esperienze sulla resistenza di un elemento con liquidi nuovi darebbero una resistenza totale di circa 1,5 a 2 *u.*, *S.*, e nelle esperienze sulle scintille la resistenza della pila più quella del galvanometro non appare realmente superiore a 2 o 3 *u.*, *S.* In successive esperienze ebbi cura di togliere una simile causa di errore.

Ponendo nel circuito di questa pila una resistenza di 10000 *u.*, *S.* ed in derivazione uno dei rocchetti del galvanometro con una resistenza addizionale di 5 *u.*, *S.*, mentre l'altro ramo della derivazione aveva una resistenza di 1 *u.*, *S.* avevo la deviazione di 110, quindi prendendo per unità di corrente quella che percorrendo entrambi i rocchetti produce la deviazione di una particella, si ha

$$220 = \frac{E \,.\, 1}{10000 \,.\, 6,25 + 5,25} = \frac{E}{62500} \,.$$

Osservavo le deviazioni parecchie volte alternativamente colla pila agente nel senso della scintilla, in senso contrario, senza azione, poi nuovamente dopo aggiunte le resistenze ρ_1 e ρ. Nella

seguente tabella sono esposti i risultati ottenuti quando la scintilla di disgiunzione si produceva fra sfere di ottone di 12 mm. di diametro, distanti 0,3 mm. Con r', r_1', sono indicate le resistenze aggiunte rispettivamente nel ramo continuo ed in quello colla scintilla alla resistenza della pila, del galvanometro e dei reofori, con δ è indicata la deviazione osservata quando le due pile neutralizzavano le loro azioni, con δ' l'aumento di deviazione osservato quando s'invertiva uno dei commutatori delle pile in modo che le forze elettromotrici di queste avessero entrambe la stessa direzione di quella della scintilla, con δ'' la diminuzione quando si disponevano i commutatori in modo che esse agissero in senso opposto al precedente, con δ_1 la deviazione prodotta dalla sola forza elettromotrice della scintilla, che si può ottenere da δ togliendo il termine $\frac{r_1 - r}{r_1 + r}\frac{1}{2} I t$ che rappresenta l'azione della corrente del rocchetto. Quindi sono indicati con $R_1 R' R''$, i valori di $r_1 + r$ calcolati nei tre modi già descritti, cioè colla sola forza elettromotrice della scintilla, o con quella della pila nel senso della precedente o nel senso contrario. Finalmente, con Et, Bt, $B't$ sono rappresentati i prodotti di δ_1, δ', δ'', per $R_1 R' R''$ rispettivamente, che rappresentano le forze elettromotrici della scintilla e della pila in un'unità arbitraria, e che danno modo di paragonare i varii risultati.

Le ipotesi da me fatte non sono rigorose e potrebbero esser poste in dubbio, ho creduto perciò opportuno di riportare minutamente i risultati di parecchie esperienze.

$d = 0,4$ mm. $\qquad a = 24$

r_1'	r'	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	$B't$	Et
0	0	46	75	45	33	—	—	—	266	301	214
5	0	38	32	26	20	7,4	—	—	273	304	230
0	5	13	27	27	16	5,4	3,4	7	231	316	184
5	5	17	18,5	17	12	5,6	—	—	250	284	198
10	0	35	22	19	15	8,8	—	—	297	317	313
0	10	— 1	20	18	10,4	4,7	3,7	6,5	270	301	172
0	0	49	72	46	36	—	—	—	256	308	234

In questa serie di esperienze per calcolare δ_1 si può ammettere per resistenza della pila più il galvanometro il valore 3 *u.*, *S*. Le medie dei valori di Bt di $B't$ di Et sono rispettivamente 263, 304, 221, prendendo ancora la media di Bt e $B't$ si ha $\frac{Et}{Bt} = \frac{221}{284}$ ossia $E = 7{,}8$ Bunsen. Inoltre siccome $Bt : 1 = 284$ e $B : 62500 = 220$ si ha per la durata d'una scintilla:

$$t = \frac{284}{62500 \,.\, 220 \,.\, 14} = 1'',4 \,.\, 10^{-6}$$

$$d = 0{,}2 \text{ mm.} \qquad a = 24$$

r_1'	r'	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	$B't$	Et
0	0	30	70	49	19	—	—	—	224	230	104
5	0	27	27	24	10	3,8	—	—	221	233	105
0	5	2	25	23	7,7	3,8	2,9	4,5	205	223	81
10	0	26	18	18	6,5	4	—	—	238	265	101
0	10	— 9	18	17	3	8,2	—	—	238	250	47
5	5	10	17	15,5	6	5	3,4	5,1	224	228	93
15	0	30,5	14	13,5	10	—	—	—	255	266	205
0	15	— 12	13	11	3	6	3,6	4,7	237	217	61
20	0	29,5	10	9,5	10	—	—	—	232	247	255
0	20	— 14	8,5	8	2,5	7	—	—	197	210	64
10	10	+ 7	9	9	5	5,8	2,9	4,4	209	222	127
0	0	+ 32,5	72,5	50,5	21	—	—	—	232	237	115

In questa serie essendo la deviazione dovuta alla E piccola rispetto alla deviazione prodotta dalla corrente del rocchetto, l'errore nel valore della resistenza della pila che si ammise insieme a quella del galvanometro uguale a 3, ha tanto maggior influenza, ed i valori di R_1 risultavano grandissimi, o piccolissimi secondo che una resistenza si aggiungeva in un ramo o nell'altro, e si dovette considerare solo la media delle due deviazioni, nel qual modo il termine $\frac{r - r_1}{r + r_1} It$ viene eliminato. I valori di Et risultarono inoltre per la stessa causa molto diversi.

Le medie dei valori di Bt, $B't$, Et sono 226, 236, 113; quindi $E : B = 113 : 231$, ossia $E = 4,9$ Bunsen;

$$t = \frac{231}{192,5 \,.\, 10^6} = 1'',2 \,.\, 10^{-6} \,.$$

$d = 1$ mm. $a = 22$

r_1'	r'	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R_e''	Bt	$B't$	Et
0	0	115	80	40	106	—	—	—	224	172	700
5	5	45	20	13	41,5	6,4	3,3	4,4	256	186	689
0	10	32	14,5	12	42	6,5	2,2	4,0	186	172	697
10	0	60	17,5	13,5	43	6,9	2,8	4,6	224	193	714
0	0	115	80	45	106	—	—	—	224	193	700
					Valori medii	6,6	2,8	4,3	225	183	700

$d = 1$ mm. $a = 26$

r_1'	r'	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	$B't$	Et
0	0	106	82	43	95	—	—	—	246	258	665
5	0	74	32	23	57	7	—	—	256	253	684
0	5	55	33	22	59	7,4	3,3	5,5	264	242	708
5	5	44,5	17	16,5	40	6,6	—	—	221	264	680
10	0	64	19	17	44	7,6	2,7	6,5	247	272	748
0	10	30	16	17	41	6,5	—	—	208	272	697
0	0	117	80	43	106	—	—	—	240	258	742
					Valori medii	7,0	3,0	6,0	240	260	745

Da queste due serie di esperienze si ricava in media

$$E = 32 \text{ Bunsen} \quad t = \frac{227}{195,2 \,.\, 10^6} = 1'',2 \,.\, 10^{-6} \,.$$

$d = 2$ mm. $a = 22$

r_1'	r'	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	$B't$	Et
0	0	192	75	40	182	—	—	—	210	204	1247
5	0	122	30	21	107	7,1	—	—	234	213	1263
0	5	97	30	20	101	6,3	3,3	5	234	202	1192
5	5	77	14	14	73	6,8	—	—	179	211	1226
10	0	93	15	17	76	7,2	—	—	192	257	1277
0	10	60	14	12	69	6,3	2,4	5,2	179	181	1159
10	10	48	9,5	8	45,5	6,8	—	—	217	201	1219
20	0	69	9	9	50	7,8	—	—	205	226	1340
0	20	30	8,5	8	44	6,5	2,7	5	194	201	1179
0	0	189	75	42	179	—	—	—	210	214	1226
					Valori medii....	6,85	2,8	5,1	205	211	1233

In questa serie riferendomi al valore della resistenza della pila trovato col metodo di Mance adottai il valore 3,8; la forza elettromotrice risulta $E = 60$ Bunsen e la durata $t = 1'', 1 . 10^{-6}$.

Da queste serie di esperienze si possono dedurre varie conseguenze. Prima di tutto il valore della E non pare che cambi sensibilmente, col cambiare della quantità di elettricità proveniente dal rocchetto che passa per r_1, difatti si ottengono all'incirca gli stessi valori di E sia che si aggiunga una resistenza nel ramo r_1 o nel ramo r, ora nel caso p. es. della resistenza 20 il rapporto $\frac{r_1}{r}$ e quindi il rapporto delle quantità di elettricità che passano per questi due rami varia da 5 ad $^1/_{16}$ circa. Nelle prime serie si osserva una piccola influenza di tal genere, ma è da notare che essendo in tal caso il valore di E piccolo è maggiormente influenzato dall'errore nella resistenza della pila. Sundell e recentemente anche Edlund con un metodo simile a quello delle precedenti esperienze trovarono invece che la deviazione prodotta dalla corrente di disgiunzione cresce col crescere della quantità d'elettricità della scarica, meno rapidamente però di questa quantità, ma essi operavano colla macchina di Holtz e le quantità d'elettricità dovevano essere notevolmente inferiori a quelle delle

mie esperienze, e pare molto probabile che a somiglianza di ciò che avviene nella polarizzazione il valore di E cresca fino ad un massimo.

Questo valore di E poi cresce col crescere della distanza, e sebbene le varie serie eseguite in giorni diversi in condizioni non affatto simili, non siano state fatte per essere paragonate fra loro si può vedere che il valore di E cresce presso a poco proporzionalmente alla distanza.

Riguardo alla resistenza della scintilla, il valore che si ricava dalle due equazioni è tanto più esatto quanto più è piccolo $r+r$, e grande ρ; se in entrambe ρ è diverso da 0 e piuttosto grande, l'errore è notevole, fa apparire più piccola ed anche negativa detta resistenza. Ora avviene appunto che la resistenza della pila è grande ed inoltre nota con esattezza non sufficiente. Lasciando dunque per adesso da parte il calcolo della resistenza della scintilla si può però osservare che questa resistenza appare maggiore quando la pila è in senso opposto alla corrente di disgiunzione che quando le è favorevole, ciò che sarebbe d'accordo col fatto, osservato da Edlund che una corrente attraversa una scintilla meglio nel senso del movimento di elettricità nella scintilla che nel senso contrario. La resistenza della scintilla appare anche maggiore quando sia dedotto dalle deviazioni prodotte dalla corrente di disgiunzione; siccome tale fatto si presenta costantemente non si può attribuire ad irregolarità nelle deviazioni.

Si può osservare anche che i valori di $B\,t$ e di $-B'\,t$ benchè dedotti affatto indipendentemente uno dall'altro presentano valori prossimamente uguali, ciò che giustificherebbe le ipotesi fatte per determinare le varie incognite. Il valore della durata della scintilla riesce molto minore di quelli che sono stati trovati con altri metodi, specialmente per le scintille del rocchetto, e sebbene cogli ordinari metodi ottici si determini piuttosto la durata della incandescenza che quella della scarica non parrebbe che la differenza fosse dovuta solamente a ciò: l'aver ammesso che la scintilla ha per tutta la sua durata una resistenza costante e piccola, ha probabilmente una grande influenza.

Nelle seguenti serie di esperienze, per evitare l'incertezza causata dalla variabilità della resistenza della pila, usai le otto grandi coppie del rocchetto colla solita soluzione di bicromato potassico nell'acido solforico ed acqua nel vaso poroso. La resi-

stenza di una di queste coppie era molto prossimamente di 0,1 *u.*, *S.* appena caricata, di 0,2 *u.*, *S.* dieci giorni dopo caricata, quindi potei ritenere con molta approssimazione che variasse di 0,01 per giorno e che così avvenisse per le altre coppie. Appena caricata questa pila nelle stesse condizioni indicate per la pila precedente produceva una deviazione di 80 divisioni, dieci giorni dopo caricata produceva una deviazione di 68 divisioni per cui si aveva $\frac{E}{62500} = 160$ ed $= 136$ nel secondo caso.

Feci inoltre delle esperienze sulla influenza della lunghezza della scintilla di disgiunzione ed ecco nella seguente tabella i risultati di una serie di esperienze, dove è indicata con d detta lunghezza della scintilla espressa in millimetri.

d	r_1'	r'	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	$B't$	Et
0,4	0	0	57	63	34	38	—	—	—	189	177	224
»	5	5	20	14,5	12	13,5	5,4	3,0	5,5	188	182	218
0,7	0	0	83,5	70	38	64	—	—	—	182	198	370
»	5	5	31,5	14,5	13	25	60	2,6	5,2	183	198	398
1,5	0	0	141	93	40	122	—	—	—	167	208	694
»	5	5	52	12	12	45,5	5,9	—	—	142	182	718
»	0	10	29	13,5	12	38	4,6	2,0	4,8	159	182	577
»	10	0	66	16	16	44	5,9	—	—	189	243	718

In queste esperienze era $a = 24$, la resistenza della pila era uguale a 0,8, quella del galvanometro a 0,5 come sempre. Ecco i risultati di un'altra serie di esperienze.

d	r_1'	r'	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	$B't$	Et
0,3	0	0	46,5	52	31,5	26	—	—	—	146	208	179
»	5	5	19	11,5	12,5	11	6,9	2,8	6,6	147	207	186
0,7	0	0	83,5	65	31	63,5	—	—	—	162	186	413
»	5	5	33	13	12	25	6,5	2,5	6,0	162	192	412
1,5	0	0	132,5	79	37	112	—	—	—	158	178	706
»	5	5	50,5	13	12	43	6,3	2,0	4,8	156	178	701

In questa serie di esperienze era $a = 25$ la resistenza della pila 1,4 *u.*, *S.* Ecco finalmente un'altra serie di esperienze in cui mantenni r' ed r'_1 sempre uguali a 10 *u.*, *S.* e fece variare successivamente e ripetutamente la lunghezza della scintilla di disgiunzione; la deviazione δ_1 venne calcolata nel modo solito, mercè una esperienza con $r'_1 = r' = 0$.

d	δ	δ_1	$\delta_1 : \delta$
0,7	36	31,5	45
1,5	56,5	52	35
2,1	83,5	79	38
2,8	138	133,5	48
3,6	195	190,5	43
4,2	223	218,5	52

In queste esperienze, come pure in molte altre che non riporto, il rapporto fra la forza elettromotrice pare decrescere un poco e quindi crescere coll'aumentare della distanza, siccome però l'eccitatore da me usato non permetteva una grande precisione nella misura della distanza della sfera, credo si debba ritenere che all'incirca la forza elettromotrice è proporzionale alla lunghezza della scintilla.

Feci quindi alcune esperienze per riconoscere l'influenza della grandezza delle sfere fra cui scocca la scintilla; le esperienze furono però necessariamente limitate dal non aver potuto ottenere deviazioni regolari quando le sfere avevano un diametro troppo grande; per la stessa ragione anche non potei studiare le scintille fra punta e disco; una maggiore regolarità parve presentarsi quando la punta era in comunicazione col polo positivo del rocchetto, non sufficiente però per poter dedurne con qualche sicurezza una conclusione. Le deviazioni erano molto regolari invece quando le sfere erano piccole, e nella seguente tabella si ha una serie di esperienze con sfere d'ottone di 3 mm. e di 12 mm. di diametro. Nella colonna D è appunto indicato il diametro delle sfere, nella d la loro distanza, a era uguale a 30 divisioni.

D	d	$r_1' r_1$	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	$B't$	Et
12	0,4	0 0	45	29	20,5	22,5	—	—	—	100	131	164
4	»	» »	34	24	22	—	—	—	—	—	—	—
12	»	5 5	19	8	8	10	7,3	3,8	6,4	110	131	173
4	0,7	0 0	42	25,5	19	—	—	—	—	—	—	—
12	»	» »	52	31	20	28	—	—	—	127	180	280
»	»	5 5	26	9	9,5	14	10	4,1	9	127	180	280
4	1,5	0 0	100	38	22	—	—	—	—	—	—	—
12	»	» »	100	42,5	21,5	78,5	—	—	—	149	185	589
»	»	5 5	43	11	10	34	7,5	3,5	8,7	148	187	595
4	2,1	0 0	187	51	31	—	—	—	—	—	—	—
12	»	» »	189	54	30	168	—	—	—	124	150	1210
»	»	5 5	79	10	10	70	7,2	2,3	5	123	150	1204

Risulta da queste esperienze essere la forza elettromotrice presso a poco indipendente dalla grandezza degli elettrodi almeno entro i limiti delle mie esperienze. Allo stesso risultato conducono varie altre serie di esperienze, fra le quali alcune con sfere di rame invece che di ottone.

Le esperienze eseguite quindi sull'influenza della natura del metallo non diedero risultati molto buoni. Col rame le deviazioni erano regolari, costanti forse più che non coll'ottone, e in ripetute esperienze con sfere di vario diametro di rame ed ottone non potei osservare alcuna differenza negli effetti ottenuti coi due metalli. Feci quindi esperienze collo zinco che è di natura abbastanza diversa da quella dell'ottone, ma le deviazioni erano ordinariamente molto irregolari, con continui salti ed oscillazioni attorno a punti diversi, per cui riusciva affatto impossibile e d'altronde inutile apprezzare una posizione media: con sfere di 3 mm. di diametro, tuttavia le irregolarità erano assai minori, e la posizione media delle oscillazioni variava poco; da esperienze comparative fra sfere di ottone o di rame e di zinco risultò per lo zinco una forza elettromotrice maggiore, tuttavia non è improbabile che tale aumento derivi dalla stessa causa ignota che produceva le irregolarità.

Feci anche alcune esperienze con sfere di carbone Carrè di circa 12 mm. di diametro e le deviazioni furono abbastanza costanti e la forza elettromotrice riuscì un poco minore di quella ottenuta coll'ottone, ma la differenza fu molto minore di quello che si sarebbe potuto dedurre dalla grande disgregabilità di detto carbone in confronto dell'ottone.

Finalmente, feci delle esperienze con elettrodi di mercurio e rame, o entrambi di mercurio, facendo scoccare la scintilla su il menisco formato dal mercurio alla sommità d'un pozzetto ed una sfera di rame, oppure fra i due menischi formati dal mercurio alle estremità di due tubi capillari, allargantisi all'altra estremità dove penetrava il reoforo, e pieni completamente di mercurio, oppure fra uno di questi tubi ed un pozzetto di mercurio. Esperienze rigorosamente comparative fra il mercurio e l'ottone non furono possibili, poichè la disposizione delle esperienze non permetteva una misura esatta della distanza che d'altronde variava per il volatilizzarsi del mercurio, solo risultò che essendo la distanza ad occhio uguale tanto per l'ottone che per il mercurio, la forza elettromotrice fu presso a poco la stessa nei due casi, e così pure la resistenza. Così pure la forza elettromotrice variò poco, sia che la scintilla andasse dalla sferetta al piano di mercurio, o in senso inverso, tuttavia risultò minore di circa $^1/_{10}$ quando la sferetta di mercurio era in comunicazione col polo negativo del rocchetto.

Parrebbe quindi che neppure la volatilità del metallo avesse molta influenza sulla forza elettromotrice e la resistenza della scintilla.

Eseguii finalmente alcune esperienze sulla scintilla nell'aria rarefatta che però sarebbe interessante ripetere ed estendere a rarefazioni maggiori, che non potevo ottenere colla macchina comune da me adoperata. Le sfere dell'eccitatore erano di rame, di 10 mm. di diametro pulite con cura, con carta smerigliata molto fina. Esse si trovavano in un ordinario uovo elettrico adattato sopra una campana, contenente un vaso con acido solforico posta sul piatto d'una macchina pneumatica. Le sfere erano di rame di 10 mm. di diametro. Le pressioni sono indicate in millimetri di mercurio nella colonna *II*. L'ago oscillava un poco irregolarmente, per cui le differenze δ' e δ'' sono tanto meno precise quanto più sono piccole; si sono perciò ommesse alcune colonne.

H	$r_1'r'$	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	Bt	Et
10	0 0	39	7	4	17,5	—	—	—	241
»	5 5	23	6	3	10	14,4	—	—	244
30	0 0	66	15	18	—	—	—	—	—
72	» »	80	25	11	60,5	—	—	167,5	635
»	5 5	39	10	3	30	10,5	6,7	167	615
130	0 0	85	33	8	65	—	—	145	695
»	5 5	44	10	4	33,5	10,7	4,4	144	693
180	0 0	102	31	8	82,5	—	—	149	825
	5 5	51	10	—	51	10	4,4	148	820

Da queste esperienze risulta che la forza elettromotrice diminuisce col crescer della pressione almeno per pressioni non troppo piccole, ciò che sarebbe d'accordo coi risultati trovati da Edlund per altra via (1). La resistenza parrebbe pure diminuire col crescer della pressione. Nella seguente tabella sono esposti i risultati di un'altra serie di esperienze a 9 mm. di pressione ed a varie distanze. Le deviazioni erano regolari, ma le differenze δ'', δ' erano troppo piccole per poter essere apprezzate con molta esattezza.

d	$r_1'r'$	δ	δ'	δ''	δ_1	R_1	R'	R''	Bt	Et
0,3	0 0	47	8,5	3,5	25	—	—	—	72	400
»	5 5	28	4	1,5	14,5	17,4	8,5	10	74	377
»	0 0	41	90	2,5	19	—	—	—	76	304
7	0 0	56	4,5	4,0	33	—	—	—	51	693
»	5 5	38	2,5	2,5	23	22,4	11,4	25	56	713
»	0 0	54	50	3	31	—	—	—	57	651
40	0 0	61	0	2	37	—	—	—	—	1850
»	5 5	51	—	—	31	51	—	—	—	1860
»	0 0	61	—	—	37	—	—	—	—	1850

Risulta da queste esperienze che la forza elettromotrice cresce col crescer della distanza, sebbene meno rapidamente di questa; e similmente cresce la resistenza.

(1) *Philosophical Magazine*, 1883,

Sebbene queste esperienze siano sufficientemente d'accordo con parecchie altre esperienze isolate, da me eseguite, tuttavia esse dovrebbero esser ripetute ed estese, giacchè si sono presentate talora delle anomalie la cui causa è incerta. Così in alcune esperienze eseguite dapprima colla macchina stata usata per privar d'aria dell'acqua e quindi molto umida, la forza elettromotrice parve aumentare colla rarefazione, forse perchè aumentava la proporzione di vapore. Altre volte invece la deviazione parve aumentare per l'azione della pila qualunque fosse il senso di questa, mentre altre volte un tale effetto non si produsse, sebbene in condizioni apparentemente uguali. Le deviazioni forse per la forma degli elettrodi, per cui scoccavano scintille, da diversi punti, quindi con diverse lunghezze e forza elettromotrice furono spesso assai irregolari.

Queste esperienze furono eseguite ad istanza del Chiarissimo Prof. Naccari, che mi fu largo di frequenti consigli; glie ne offro quindi i più vivi ringraziamenti.

Dal Laboratorio di Fisica dell'Università di Torino,

23 Giugno 1883.

L'Accademico Segretario
A. Sobrero.

INDICE

DEL VOLUME XVIII

ELENCO degli Accademici (1°. Gennaio 1883) ..... *Pag.* 3

ELEZIONI ..... » 175

PROGRAMMA del quarto Premio BRESSA ..... » 179

BASSO (Giuseppe) — Sopra un caso particolare di riflessione cristallina » 261

—— Sul fenomeno ottico detto *Nodus Rosi*; Relazione ..... » 507

BELLARDI (Luigi) — Relazione sulla Memoria del Dott. A. PORTIS, intitolata: *Nuovi Studi sulle traccie attribuite all'uomo pliocenico* ..... » 325

—— Relazione sulla Memoria del Dott. A. PORTIS: *Nuovi Chelonii fossili del Piemonte* ..... » 515

BIZZOZERO (Giulio) — Relazione sulla Memoria del Dott. Mario LESSONA *sull'anatomia dei polioftalmi* ..... » 213

—— Relazione sulla Memoria del Prof. G. SERGI, intitolata: *Polimorfismo ed anomalie delle tibie e dei femori degli scheletri etruschi di Bologna* ..... » 463

CAMERANO (Lorenzo) — Ricerche intorno alla distribuzione geografica degli anfibi anuri in Europa ..... » 214

—— Ricerche intorno alle aberrazioni di forma negli animali ed al loro diventare caratteri specifici ..... » 327

—— *Ricerche intorno alla vita branchiale degli anfibi*, lavoro approvato per la stampa nei volumi delle *Memorie* ..... » 571

CAPPA (Scipione) — Sopra l'equilibrio di un sistema di quattro forze nello spazio ..... » 455

—— Sulla trasmissione del movimento fra due assi qualunque .... » 549

CHARRIER (Angelo) — V. DORNA.

CONTI (A. E.) — V. FERRARIS (Galileo).

COSSA (Alfonso) — Lettura di un lavoro: *intorno alla vita ed alle opere di Raffaele Piria* ..... *Pag.* 66

—— Comunicazione sulla diffusione del didimio ..... » 174

—— Presentazione di un pezzo di areolite caduto ad Alfianello nel Bresciano ..... » 352

—— Presentazione di una Memoria del Prof. C. FRIEDEL *sulla piroelettricità del quarzo* ..... » 536

—— Relazione sopra un lavoro del Prof. I. GUARESCHI, intitolato: *Ricerche sui derivati della Naftalina* ..... » 547

CURIONI (Giovanni) — Risultati di esperienze sulle resistenze dei materiali; Nota 3ª ..... » 315

—— —— Nota 4ª ..... » 486

DENZA (P. Francesco) — Sulla connessione tra le ecclissi di sole ed il magnetismo terrestre ..... » 108

—— Le aurore polari in Italia nell'anno 1882 – Nota prima: L'aurora polare del 16-17 Aprile 1882 ..... » 417

—— Le aurore polari del 1882; Nota seconda ..... » 495

—— Sulla variazione della temperatura secondo l'altezza ..... » 575

DORNA (Alessandro) — Lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino ..... » 227, 293, 385, 405, 535.

—— Effemeridi del Sole, della Luna e dei principali pianeti, calcolate per Torino in tempo medio civile di Roma per l'anno 1883 dal Prof. A. CHARRIER ..... » 44

D'OVIDIO (Enrico) — Presentazione di un *Nuovo Giornale di Matematica* del Prof. G. MITTAG LEFFLER ..... » 83

EMO (Angelo) — V. PAGLIANI.

EMÉRY (Carlo) — Sulla esistenza del così detto *tessuto di secrezione nei vertebrati* ..... » 218

FABRETTI (Ariodante) — Eletto Presidente dell'Accademia ..... » 469

FERRARIS (Galileo) — Sunto della descrizione di due sistemi per neutralizzare gli effetti dell'induzione delle linee telegrafiche sui fili telefonici ad essi paralleli, presentata da A. E. CONTI ... » 465

FILETI (Michele) — Comunicazione preventiva sulla produzione dello scatol ..... *Pag.* 77

—— Trasformazione dello scatol in indol e preparazione dell'indol » 537

—— Sintesi dello scatol ..... » 541

FINO (Vincenzo) — Sulla rodonite di Viù ..... » 39

FRIEDEL (Carlo) — Sur la brucite de Cogne (Vallée d'Aoste) ..... » 75

GEGENBAUR (Carlo) — Eletto Socio straniero ..... » 175, 247

GIACOSA (Piero) — Studi sui corpuscoli organizzati dell'aria sulle alte montagne ..... » 203

GIBELLI (Giuseppe) — Commemorazione di I. DECAISNE ..... » 33

GRIFFINI (L.) e TROMBETTA (F.) — Condro-carcinoma primitivo della ghiandola sottomascellare ..... » 185

GUARESCHI (Icilio) — Sulla costituzione della tioaldeide e della carbovaleraldina ..... » 473

—— *Ricerche sui derivati della Naftalina:* lavoro approvato per la stampa nei vol. delle *Memorie* ..... » 547

GUGLIELMO (Giovanni) — Sulla determinazione del coefficiente di diffusione del vapor acqueo nell'aria, nell'idrogeno e nell'acido carbonico ..... » 93

—— Sulla determinazione della forza elettromotrice e della resistenza delle coppie e della forza elettromotrice di polarizzazione nel caso di correnti intense ..... » 353

—— Sulla forza elettromotrice e sulla resistenza della scintilla elettrica ..... » 593

JADANZA (Nicodemo) — Sopra alcuni sistemi diottrici composti di due lenti ..... » 437

LESSONA (Michele) — Commemorazione di Carlo DARWIN ..... » 525

—— Commemorazione di Emilio CORNALIA ..... » 557

—— Relazione sulle « *Ricerche intorno alla vita branchiale degli anfibi* » del Dott. L. CAMERANO ..... » 571

MAZZARA (Giuseppe) — Sopra un nuovo composto di chinina col cloralio ..... » 347

—— Sopra l'azione di alcune aldeidi aromatiche sulla chinina ..... » 401

MORERA (Giacinto) — Sulle proprietà invariantive del sistema di una forma lineare e di una forma bilineare alternata ..... *Pag.* 267

—— Sul problema di PFAFF ..... » 389

PAGLIANI (S.) e EMO (A.) — Sull'assorbimento del gas ammoniaco negli alcooli ..... » 67

PASQUALINI (Luigi) — Sulle apparenze elettrochimiche alla superficie di un cilindro — Ricerche sperimentali ..... » 133

PEANO (Giuseppe) — Sulla integrabilità delle funzioni ..... » 307

—— Sulle funzioni interpolari ..... » 409

PERACCA (Mario G.) — Di un *Seps Chalcides* trovato sulla collina di Torino ..... » 74

PIOLTI (Giuseppe) e PORTIS (Alessandro) — Il calcare del Monte Tabor (Piemonte) ..... » 287

PISENTI (G.) — Sulle alterazioni del rene e sulla formazione di calcoli renali in seguito a legatura dell'uretere ..... » 367

PORTIS (A.) — *Nuovi Studi sulle traccie attribuite all'uomo pliocenico*: lavoro approvato per la stampa nei vol. delle *Memorie* ..... » 405

—— *Nuovi chelonii fossili del Piemonte:* lavoro approvato per la stampa nei vol. delle *Memorie* ..... » 515

—— V. PIOLTI (G.).

—— Il Cervo della Torbiera di Trana; Breve nota ..... » 517

RICHELMY (Prospero) — Commemorazione di Ercole RICOTTI ..... » 299

RICOTTI (Ercole) — Morto il 24 Febbraio 1883 ..... » 254

ROSA (Daniele) — Descrizione di due nuovi lumbrici ..... » 169

ROTONDI (Ermenegildo) — Azione dell'elettrolisi sulle soluzioni d'acido pirogallico ..... » 78

—— Sulla decomposizione del cloruro di sodio mediante l'elettrolisi e sue applicazioni industriali ..... » 80

SIACCI (Francesco) — Presentazione di una Memoria stampata del Capitano F. Falangola ..... » 174

— Presentazione del *Bullettino di Bibliografia e Storia delle Scienze matematiche e fisiche* pubblicato dal Principe B. BONCOMPAGNI » 201, 247, 464.

THOMSON (Guglielmo) — Eletto Socio straniero ..... *Pag.* 175, 247

TROMBETTA (F.) — V. GRIFFINI (L.).

VOLTERRA (Vito) — Sulle apparenze elettrochimiche alla superficie di un cilindro — Studio teorico ..... » 147

—— Sulle figure elettrochimiche di A. GUÉBHARD ..... » 239

SOMMARIO

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali.

GUARESCHI — Sulla costituzione della Tioaldeide e della Carbovaleraldina . . . . . *Pag.* 473

CURIONI — Risultati di esperienze sulla resistenza dei materiali — NOTA 4ª . . . . . » 486

DENZA — Le aurore polari in Italia nell'anno 1882. - *Nota seconda.* L'aurora polare del 19-20 Aprile 1882 . . . . . » 495

BASSO — Sul fenomeno ottico detto *Nodus Rosi* — Relazione . . . » 507

BELLARDI — Relazione sulla Memoria del Dott. A. PORTIS, che ha per titolo: *Nuovi Chelonii fossili del Piemonte* . . . . . » 515

PORTIS — Il Cervo della torbiera di Trana . . . . . » 517

LESSONA (Michele) — Commemorazione di Carlo DARWIN . . . . . » 525

DORNA — Alcuni lavori dell'Osservatorio astronomico di Torino . . » 535

COSSA — Presentazione d'una Memoria del Prof. FRIEDEL *sulla piroelettricità del quarzo* . . . . . » 536

FILETI — Trasformazione dello scatol in indol, e preparazione dell'indol . . . . . » 537

—— Sintesi dello scatol . . . . . » 541

COSSA — Relazione sopra un lavoro del Prof. Icilio GUARESCHI, intitolato: *Ricerche sui derivati della Naftalina* . . . . . » 547

CAPPA — Sulla trasmissione del movimento fra due assi qualunque » 549

LESSONA (Michele) — Commemorazione di Emilio CORNALIA . . . . » 557

—— Relazione sulla Memoria del Dott. Prof. CAMERANO, intitolata: *Ricerche intorno alla vita branchiale degli Anfibi* . . . . » 571

DENZA — Sulla variazione della temperatura secondo l'altezza . . . » 575

GUGLIELMO — Sulla forza elettromotrice e sulla resistenza della scintilla elettrica . . . . . » 593

INDICE del Volume . . . . . » 615

3 5185 00297 477